

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



ЗБІРНИК ПРОГРАМ

для допрофільної підготовки та профільного навчання
(у двох частинах)

Факультативи
та курси за вибором

МАТЕМАТИКА

Частина II. ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

- Навчальні програми для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів
- Програми факультативних курсів та курсів за вибором для класів:
 - природничо-математичного і технологічного напрямів
 - суспільно-гуманітарного напрямку
 - універсального профілю
 - з поглибленим вивченням математики

ПРОГРАМИ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



ЗБІРНИК ПРОГРАМ

для допрофільної підготовки та профільного навчання
(у двох частинах)

Факультативи
та курси за вибором

МАТЕМАТИКА

Частина II. ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

- Навчальні програми для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів
- Програми факультативних курсів та курсів за вибором для класів:
 - природничо-математичного і технологічного напрямів
 - суспільно-гуманітарного напрямку
 - універсального профілю
 - з поглибленим вивченням математики

УДК 51:371.214
ББК 74.262.21+74.202
3-41

Навчальні програми з математики для учнів 10–11 класів
загальноосвітніх навчальних закладів

*Затверджено Міністерством освіти і науки України
(наказ від 28.10.2010 р. № 1021)*

Програми факультативних курсів і курсів за вибором

*Схвалено для використання у загальноосвітніх навчальних закладах
науково-методичною комісією з математики НМР з питань освіти
Міністерства освіти і науки України
(протокол від 24.06.2010 р. № 4)*

- 3-41 Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. II. Профільне навчання / Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна.— Х.: Вид-во «Ранок», 2011.— 384 с.— (Факультативи та курси за вибором).

ISBN 978-617-540-100-2

Видання містить програми з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання учнів загальноосвітніх навчальних закладів. Збірник складається з двох частин.

До частини I «Допрофільна підготовка» ввійшли програми факультативів та курсів за вибором для основної школи, а також такі, викладання яких розпочинається в основній і продовжується у старшій школі. До цієї частини також включено програми спеціалізованих загальноосвітніх навчальних закладів.

Частина II «Профільне навчання» містить навчальні програми з математики та програми факультативів і курсів за вибором (різні профілі навчання) для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів.

Призначено для вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів і методистів.

УДК 51:371.214
ББК 74.262.21+74.202

ISBN 978-617-540-100-2

© Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко,
О. В. Єргіна, упорядкування, 2010
© ТОВ Видавництво «Ранок», 2011

ПЕРЕДМОВА

Шановні вчителі!

Частина II пропонованого видання присвячена організації профільного навчання у старшій школі і містить навчальні програми з математики для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту, академічний рівень, профільний рівень, для класів з поглибленим вивченням математики) та програми факультативних курсів і курсів за вибором для учнів старших класів різних профілів навчання.

У старшій школі курси за вибором (елективні курси) мають забезпечувати розширення і поглиблення знань учнів з профільних предметів, формувати в них уміння і навички, потрібні для профільного навчання чи майбутньої професійної діяльності, знайомити з невідомими раніше гранями шкільної науки і тими галузями знань, яких немає в переліку шкільних предметів. Тому елективні курси в профільній школі виконують принаймні три функції. Перша — це доповнення змісту профільних предметів, так звана предметна «поглибленість». Друга — розширення змісту базових предметів, що вивчаються у конкретному профілі на рівні стандарту або академічному. Це сприяє як задоволенню пізнавальних запитів учнів, так і швидкому їх адаптуванню у разі зміни профілю навчання. Третя — задоволення пізнавальних інтересів окремих учнів до тих сфер людської діяльності, що виходять за межі змісту обраного ними профілю.

До частини II збірника увійшли курси, орієнтовані на задоволення освітніх запитів школярів, які обрали напрями навчання від природничо-математичного до суспільно-гуманітарного. Курси за вибором набувають виняткового значення для формування власної освітньої траєкторії старшокласника, оскільки вибір таких курсів здійснюється ним свідомо і самостійно. Зазначимо, що курси, які розраховані на 4 роки навчання (8–11 класи), включено у частину I. Якщо вивчення такого курсу не було розпочато у 8 класі, то за бажанням учнів його можна розпочати і пізніше (починаючи з 9 або 10 класу), скорегувавши відповідним чином рекомендовану кількість годин на його вивчення.

Пропонований у збірнику розподіл курсів за напрямами і профілями є орієнтовним і має на меті в першу чергу надати вчителю попередні відомості про їх зміст та відповідну цільову аудиторію учнів. Учні можуть обирати курси незалежно від профілю навчання та рекомендацій, зазначених

у назві курсу. Важливо, щоб цей вибір був свідомим і вмотивованим. А кількість курсів, що пропонує навчальний заклад учням для вибору, має бути надлишковою порівняно з тією, яку закладено у типових навчальних планах відповідних профілів. Повний перелік курсів за вибором складає керівництво навчального закладу залежно від кадрового, навчально-методичного та матеріального забезпечення школи. З цим переліком завчасно мають бути ознайомлені як учні, так і їхні батьки. За необхідності до викладання курсів за вибором можуть бути залучені педагогічні працівники інших навчальних закладів, у тому числі викладачі вишів та керівники гуртків позашкільних закладів освіти. Реалізуються курси за вибором і факультативні курси за рахунок годин варіативної частини навчального плану школи.

Готуючись до викладання курсу за вибором, учитель може змінювати закладений у його програму порядок тем, розподіл годин між ними, додавати або виключати окремі підтеми. Це важливо ще й з огляду на те, що учні, які обрали цей курс і опрацьовуватимуть його разом, можуть навчатися в класах різних напрямів профілізації. Тому при формуванні груп для вивчення курсів за вибором важливо використовувати диференційований підхід. Допмагаючи учням обирати елективний курс з математики, потрібно орієнтуватися на те, до якої типологічної групи (за здібностями, видом мислення, темпом навчання тощо) належать учні і якою є перспектива застосування ними математичних знань (наукова діяльність з математики, отримання сертифікату ЗНО для вступу до вишу і т. д.).

Підсумкова перевірка навчальних досягнень учнів з обраного ними курсу може бути як традиційною для школи (у вигляді контрольних робіт або тестування), так і нетрадиційною (за результатами доповідей учнів, творчих і практичних завдань, дослідницьких робіт, проектної діяльності тощо).

Висловлюємо подяку всім авторам, які долучилися до створення навчально-методичного забезпечення з математики для профільної школи.

Бажаємо успіхів!

Упорядники



НАВЧАЛЬНІ ПРОГРАМИ ДЛЯ УЧНІВ 10–11 КЛАСІВ

- ✓ **Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту**
- ✓ **Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень**
- ✓ **Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень**
- ✓ **Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики)**

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів

Рівень стандарту

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Для успішної участі в сучасному суспільному житті особистість повинна володіти певними прийомами математичної діяльності та навичками їх застосувань до розв'язування практичних задач. Певної математичної підготовки і готовності її застосовувати вимагає і вивчення багатьох навчальних предметів загальноосвітньої школи. Значні вимоги до володіння математикою у розв'язуванні практичних задач ставлять сучасний ринок праці, отримання якісної професійної освіти, продовження освіти на наступних етапах. Тому одним із головних завдань цього курсу є забезпечення умов для досягнення кожним учнем практичної компетентності.

Практична компетентність передбачає, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- вміє будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, задач, пов'язаних із ними, за допомогою математичних об'єктів, відповідних математичних задач;
- вміє оволодівати необхідною оперативною інформацією для розуміння постановки математичної задачі, її характеру й особливостей; уточнювати вихідні дані, мету задачі, знаходити необхідну додаткову інформацію, засоби розв'язування задачі; переформулювати задачу; розчленовувати задачі на складові, встановлювати зв'язки між ними, складати план розв'язання задачі; вибрати засоби розв'язання задачі, їх порівнювати і застосовувати оптимальні; перевіряти правильність розв'язання задачі; аналізувати та інтерпретувати отриманий результат, оцінювати його придатність із різних позицій; узагальнювати задачу, всебічно її розглядати; приймати рішення за результатами розв'язання задачі;

- володіє технікою обчислень, раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення, зокрема наближені;
- вміє проектувати і здійснювати алгоритмічну та евристичну діяльність на математичному матеріалі;
- вміє працювати з формулами (розуміти змістове значення кожного елемента формули, знаходити їх числові значення при заданих значеннях змінних, виражати одну змінну через інші і т. п.);
- вміє читати і будувати графіки функціональних залежностей, досліджувати їх властивості;
- вміє класифікувати і конструювати геометричні фігури на площині й у просторі, встановлювати їх властивості, зображати просторові фігури та їх елементи, виконувати побудови на зображеннях;
- вміє вимірювати геометричні величини на площині й у просторі, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходити кількісні характеристики фігур (площі та об'єми);
- вміє оцінювати шанси настання тих чи інших подій, міру ризику при прийнятті того чи іншого рішення, вибирати оптимальне рішення.

Практична компетентність є важливим показником якості математичної освіти, природничої підготовки молоді. Вона певною мірою свідчить про готовність молоді до повсякденного життя, до найважливіших видів суспільної діяльності, до оволодіння професійною освітою.

Формування навичок застосування математики є однією із головних цілей викладання математики. Радикальним засобом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є широке систематичне застосування методу математичного моделювання протягом усього курсу. Це стосується введення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру ілюстрацій, доведень, системи вправ і, нарешті, системи контролю. Інакше кажучи, математики треба так навчати, щоб учні вміли її застосувати. Забезпечення прикладної спрямованості викладання математики сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі і до навчання математики зокрема.

Реалізація прикладної спрямованості в процесі навчання математики означає:

- 1) створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища і процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються у суміжних предметах;
- 2) формування в учнів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей;
- 3) навчання учнів побудові і дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

Прикладна спрямованість математичної освіти суттєво підвищується завдяки впровадженню комп'ютерів у навчання математики, повноцінному введенню ймовірно-статистичної змістової лінії у шкільний курс математики.

Одним із найважливіших засобів забезпечення прикладної спрямованості навчання математики є встановлення природних міжпредметних зв'язків математики з іншими предметами, у першу чергу з природничими. Особливої уваги заслуговує встановлення тісних, взаємовигідних зв'язків між математикою та інформатикою — двома освітніми галузями, які є визначальними у підготовці особистості до життя у постіндустріальному, інформаційному суспільстві. Широке застосування комп'ютерів у навчанні математики доцільне для проведення математичних експериментів, практичних занять, інформаційного забезпечення, візуального інтерпретування математичної діяльності, проведення досліджень.

Програма передбачає побудову курсу математики на застосуванні методу математичного моделювання. Тому цілком природно, що програма містить вступ до курсу, який присвячено цьому методу.

Програма передбачає як сумісне, так і роздільне вивчення геометрії та алгебри і початків аналізу. Перший підхід в умовах вивчення предмета на рівні стандарту має певні переваги порівняно з розподілом курсу «Математика» на два курси «Геометрія» і «Алгебра і початки аналізу». Він дозволяє забезпечити цілісність навчання математики, можливість концентрації навчальної діяльності на певному відрізку часу навколо невеликої кількості понять і фактів, оптимально розподілити час на вивчення окремих тем із врахуванням особливостей контингенту учнів, забезпечити природні внутрішні та міжпредметні зв'язки тощо. Такий підхід особливо важливий в умовах загальнокультурної спрямованості навчання математики. Другий підхід запобігає великим перервам у вивченні окремих предметів.

Однією з головних змістових ліній курсу «Математика» в старшій школі є функціональна лінія. Тому доцільно розпочинати вивчення курсу з теми «Функції, їхні властивості та графіки» — його фундаменту. У цій темі здійснюється повторення, систематизація матеріалу стосовно функцій, який вивчався в основній школі, його поглиблення і розширення, зокрема, за рахунок степеневих функцій. Головною метою опрацювання цієї теми є підготовка учнів до вивчення нових класів функцій (тригонометричних, показникових, логарифмічних), а також мотивація необхідності розширення апарату дослідження функцій за допомогою похідної та інтеграла.

Лейтмотивом теми має бути моделювання реальних процесів за допомогою функцій. Оскільки робота з діаграмами, рисунками, графіками є одним із поширених видів практичної діяльності сучасної людини, то до го-

ловних завдань вивчення теми слід віднести розвиток графічної культури учнів. Ідеться передусім про читання графіків, тобто про встановлення властивостей функції за її графіком.

У наступних темах розширюються класи функцій, які вивчалися в основній школі. У темах «Тригонометричні функції» і «Показникова та логарифмічна функції» вміння досліджувати функції, які сформовані в першій темі, закріплюються і застосовуються до моделювання закономірностей коливального руху, процесів зростання та вирівнювання. В уявленні учнів характер фізичного процесу має асоціюватись із відповідною функцією, її графіком, властивостями.

Важливим завершенням функціональної лінії курсу «Математика» є розгляд понять похідної та інтеграла, які є необхідним інструментом дослідження руху. Основні ідеї математичного аналізу виглядають досить простими і наочними, якщо викладати їх на тому інтуїтивному рівні, на якому вони виникли історично і який цілком задовольняє потреби загальноосвітньої підготовки учнів. Не варто захоплюватися формально-логічною строгістю доведень та відводити багато часу суто технічним питанням і конструкціям. Більше уваги слід приділити змісту ідей і понять, їх геометричному і фізичному тлумаченню.

Вивчення інтегрального числення зазвичай починається з розгляду сукупності первісних даної функції, яку доцільно розуміти як сукупність функцій, які задовольняють умову $y' = f(x)$. Таке тлумачення буде основою для знайомства учнів з найпростішими диференціальними рівняннями, які широко використовуються для опису реальних процесів.

У курсі математики старшої школи набувають розвитку й інші змістові лінії: числа й обчислення, вирази і перетворення, рівняння та нерівності.

Розглядаються обчислення, оцінювання та порівняння значень тригонометричних, степеневих, показникових, логарифмічних виразів. Виробнича діяльність сучасної людини пов'язана з широким використанням відсотків. Тому дуже важливо сформувані в учнів навички відсоткових обчислень та їх застосувань, зокрема при розв'язуванні текстових задач. Розгляд складних відсотків забезпечує природну область застосування степеневих і показникових функцій.

Певне місце в курсі займають тотожні перетворення тригонометричних, степеневих та логарифмічних виразів. Тригонометричні функції пов'язані між собою багатьма співвідношеннями. Їх умовно можна поділити на три групи. Перша група формул встановлює зв'язок між координатами точки кола — це так звані основні співвідношення. Друга група формул має своїм джерелом симетрію і періодичність руху точки по колу. Вона складається із формул зведення. Третю групу тотожностей породжують повороти точки навколо центра кола. Формули додавання пов'язують координати точок P_α , P_β , $P_{\alpha+\beta}$.

Не слід приділяти занадто багато уваги громіздким перетворенням тригонометричних, степеневих і логарифмічних виразів і спеціальним методам розв'язування тригонометричних, показникових і логарифмічних рівнянь. Вони, як правило, не знаходять практичних застосувань.

У старшій школі розширюються класи рівнянь, нерівностей, їх систем, методи їх розв'язування, сфери застосування. Їх вивчення пов'язується з вивченням властивостей відповідних функцій.

Сучасна математична освіта неможлива без формування ймовірнісно-статистичного мислення. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики вивчаються починаючи з основної школи в обсязі, що відповідає вимогам Державного стандарту. У старшій школі ця змістова лінія суттєво розширюється, поглиблюється. Вивчення цієї теми спирається на елементи комбінаторики, теорії ймовірностей, математичної статистики, що вивчалися в основній школі.

Як і в основній школі, геометрія у старшій школі має навчати учнів правильному сприйманню навколишнього світу. Але для цього стереометрія має більше можливостей. Ідеться про розвиток логічного мислення, формування просторової уяви, вироблення навичок застосування геометрії до розв'язання практичних завдань. Розв'язання цих завдань розпочинається з розгляду теми «Паралельність прямих і площин у просторі». У ній закладається фундамент для вивчення стереометрії — геометрії простору. Особливу увагу необхідно приділити реалізації прикладної спрямованості теми. Головним внеском у розв'язання зазначеної проблеми є формування чітких уявлень про взаємовідношення геометричних об'єктів (прямих, площин) і відношень між ними з об'єктами навколишнього світу. Важливе місце в темі необхідно відвести навчанню учнів зображенню просторових фігур на площині і застосуванню цих зображень при розв'язуванні задач.

Завершується навчання геометрії у 10-му класі розглядом теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», у якій закладається фундамент для вимірювань у стереометрії. Значної уваги вимагає формування таких фундаментальних понять, як загальне поняття відстані, поняття кута як міри розміщення прямих і площин і двогранного кута як геометричної фігури. Із введенням відношення перпендикулярності прямих і площин (математичної моделі поняття вертикальності), перпендикулярності площин, а також відстаней і кутів моделюючи можливості курсу стереометрії значно зростають.

Розгляд теми «Координати і вектори» в 11-му класі дозволить повторити навчальний матеріал із стереометрії 10-го класу і застосувати новий підхід до вивчення прямих і площин у просторі. Окремим завданням вивчення теми «Координати і вектори» є узагальнення векторного і координатного методів у випадку простору.

У темі «Геометричні тіла. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл» розглядаються основні види геометричних тіл та їхні властивості. Вона є центральною у стереометричній підготовці учнів. При вивченні даної теми дуже важливим є підхід, що передбачає формування навичок конструювання і класифікації тіл та їх поверхонь. Такий підхід вимагає використання конструктивних означень. Конструктивні означення дозволяють встановити спільність між призмами і циліндрами, пірамідами та конусами. Паралельне розглядання зазначених груп тіл дає перевагу при вивченні їхніх властивостей.

У процесі вивчення теми мають бути розглянуті різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь. Особливу увагу необхідно приділити методу розбиття, який має велике практичне значення. Використання аналогії між вимірюваннями площ плоских фігур і об'ємів сприятиме засвоєнню матеріалу учнями. При вивченні площ поверхонь тіл доцільно широко користуватися природною та важливою з практичної точки зору ідеєю розгортки.

Програма передбачає реалізацію діяльнісного підходу до навчання математики як головної умови забезпечення ефективності математичної освіти.

Навчальний процес у старшій школі потребує і робить можливим використання специфічних форм та методів навчання. Можливість їх використання зумовлена віковими особливостями старшокласників, набутими в основній школі навичками самостійної роботи, рівнем розвинення загальнонавчальних і пізнавальних видів діяльності.

У старших класах може широко застосовуватися лекційно-семінарська форма проведення занять, причому не час від часу, а досить регулярно.

Реалізація рівневої диференціації на практичних заняттях є однією з головних умов ефективності навчання.

Особливістю практичних занять має бути постійне залучення учнів до самостійної роботи. Доцільно спільно обговорити ідею та алгоритм розв'язування певного класу задач. Після цього кожний учень може виконувати запропоновану систему вправ, спілкуючись із вчителем.

Важливе місце в організації навчання математики має посісти вдосконалення, у порівнянні з основною школою, системи самостійної роботи учнів. Формуванню відповідних мотивів до самостійної роботи сприяє застосування завдань на рисунках, контрольних запитань, зокрема прикладного характеру, домашніх контрольних робіт з дослідження конкретних класів функцій, геометричних конструкцій.

Важливим засобом навчання можуть стати контрольні запитання і тестові завдання, які спрямовані не на відтворення означень, фактів, формул, а на з'ясування елементів та структури означень математичних об'єктів; їх місця в системі інших понять; операцій, які можна виконувати з об'єктом,

його особливостей та властивостей. Подібні контрольні запитання стимулюють продуктивне мислення учнів, сприяють неформальному засвоєнню теоретичного матеріалу, формують навички порівняння, класифікації, узагальнення, застосування математичних понять і об'єктів.

Обов'язковим елементом технології навчання має бути постійна діагностика навчальних досягнень учнів. Вивчення кожної теми слід починати з виконання діагностичної роботи, що дає змогу встановити рівень володіння матеріалом попередньої теми. За результатами діагностичної роботи виявляються прогалини у підготовці учня, його досягнення, що допомагає спрямувати зусилля його та викладача на поліпшення стану справ.

Значне місце у технології навчання має посідати тематичний контроль навчальних досягнень як засіб управління навчальним процесом. До кожної теми система контролю може складатися з тематичної контрольної роботи, що, як правило, має сюжетний характер, специфічного навчально-контролюючого засобу — теоретичної контрольної роботи, виконання тесту.

Обов'язковим елементом навчання має стати індивідуальне завдання з теми. Його варто пропонувати на завершальному етапі вивчення теми для самостійного опрацювання після всіх контролюючих заходів. Мета завдання — охопити матеріал теми в цілому, привернути увагу до головного, дати додаткові приклади і пояснення окремих складних моментів, підкреслити особливості й тонкощі, переконати учнів у можливості розв'язання задач основних типів. Індивідуальні завдання перевіряються, оцінюються вчителем та захищаються учнем.

Варто планувати виконання індивідуальних завдань, які передбачають ознайомлення як з розвитком математики в історичному аспекті (наприклад, з теми «Скільки існує геометрій?»), так і змістовних («Перспектива», «Математика і соціологія»).

Одним з ефективних засобів удосконалення навчання взагалі, у старшій школі в особливості, є модульне проектування навчального процесу, яке передбачає, що одиницею виміру навчального процесу є не урок, а певна сукупність уроків, яка охоплює логічно пов'язаний блок навчальних питань теми.

Програма передбачає насамперед оволодіння загальною математичною культурою, вироблення математичного стилю мислення, тобто вміння класифікувати об'єкти, встановлювати закономірності, виявляти зв'язки між різними явищами, приймати рішення тощо.

Структура навчальної програми. Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу і навчальні досягнення учнів. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню

у відповідному класі. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які є об'єктом контролю й оцінювання.

Зміст навчання математики структуровано за темами відповідних навчальних курсів із зазначенням послідовності тем та кількості годин на їх вивчення. Такий розподіл змісту і навчального часу є орієнтовним. Учителям і авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем та змінювати розподіл годин на їх вивчення (до 10%) залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій.

Програма містить перелік вимог до рівня підготовки учнів за кожною темою. Він слугує основою для планування системи тематичного контролю, для діагностичного конструктивного задання цілей вивчення теми у вигляді системи завдань, можливість розв'язання яких надає вивчення теми.

Програма надає вчителю широкі можливості для використання різних засобів, форм, методів навчання, вибору методичних шляхів і прийомів викладення конкретного матеріалу.

Навчальні теми, визначені програмою, можуть вивчатися учнями на різних рівнях засвоєння теоретичного матеріалу і формування вмінь. За умови мінімальної кількості годин і низького рівня математичної підготовки учнів класу деякі теми на уроках можуть розглядатися без доведень, на простих і доступних прикладах і не виноситися у повному обсязі для тематичного контролю. Зацікавлені учні можуть детальніше опанувати такі теми самостійно за підручником, на курсах за вибором чи під час індивідуального навчання в позаурочний час.

**ОРІЄНТОВНИЙ ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН РОЗДІЛЬНОГО ВИВЧЕННЯ
АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЇ НА РІВНІ СТАНДАРТУ
(всього 210 год)**

Алгебра і початки аналізу (всього 108 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10		Вступ	1
	1	Функції, їхні властивості та графіки	22
	2	Тригонометричні функції	26
		Резервний час і повторення	5
		Разом:	54
11	3	Показникова та логарифмічна функції	12
	4	Похідна та її застосування	14
	5	Інтеграл та його застосування	10
	6	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	10
		Резервний час і повторення	8
		Разом:	54

Геометрія (всього 102 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10		Вступ	1
	1	Паралельність прямих і площин у просторі	22
	2	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	22
		Резервний час і повторення	6
		Разом:	51
11	3	Координати і вектори	10
	4	Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	37
		Резервний час і повторення	4
		Разом:	51

**ОРІЄНТОВНИЙ ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН СУМІСНОГО ВИВЧЕННЯ
АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЇ
НА РІВНІ СТАНДАРТУ
(всього 210 год)**

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10		Вступ	2
	1	Функції, їхні властивості та графіки	22
	2	Паралельність прямих і площин у просторі	22
	3	Тригонометричні функції	26
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	22
		Резервний час і повторення	11
		Разом:	105
11		Повторення курсу математики 10 класу	2
	5	Показникова та логарифмічна функції	12
	6	Координати і вектори	10
	7	Похідна та її застосування	14
	8	Інтеграл та його застосування	10
	9	Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	37
	10	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	10
		Резервний час і повторення	10
		Разом:	105

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ**10-Й КЛАС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
1	Вступ
22	<p>Тема 1. ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ Дійсні числа та обчислення. Відсоткові розрахунки.</p> <p>Числові функції. Способи задання функцій. Область визначення і множина значень функцій. Графік функції. Монотонність, парність і непарність функцій. Неперервність функцій.</p> <p>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості. Степені з раціональними показниками, їхні властивості.</p> <p>Степеневі функції, їхні властивості та графіки.</p>
26	<p>Тема 2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Радіанне вимірювання кутів.</p> <p>Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення.</p> <p>Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій.</p> <p>Формули додавання для тригонометричних функцій та наслідки з них.</p> <p>Гармонічні коливання.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності.</p>
5	Резервний час і повторення

(54 год. I семестр — 16 год, 1 год на тиждень,
II семестр — 38 год, 2 год на тиждень, резервний час — 5 год)

Навчальні досягнення учнів	
	<p>Учень (учениця):</p> <p>обчислює за формулами значення величин, використовуючи різні одиниці вимірювання;</p> <p>розрізняє види чисел;</p> <p>виконує відсоткові розрахунки;</p> <p>користується різними способами задання функцій;</p> <p>знаходить природну область визначення функціональних залежностей;</p> <p>знаходить значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;</p> <p>встановлює за графіком функції її основні властивості;</p> <p>досліджує властивості функцій;</p> <p>обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені;</p> <p>розпізнає та зображує графіки степеневих функцій;</p> <p>моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій.</p>
	<p>Учень (учениця):</p> <p>вміє переходити від радіанної міри кута до градусної й навпаки;</p> <p>встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі;</p> <p>обчислює значення тригонометричних виразів і наближені значення тригонометричних виразів із заданою точністю за допомогою обчислювальних засобів;</p> <p>розпізнає і будує графіки тригонометричних функцій;</p> <p>ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків;</p> <p>перетворює нескладні тригонометричні вирази;</p> <p>застосовує тригонометричні функції до опису реальних процесів, зокрема гармонічних коливань;</p> <p>розв'язує найпростіші тригонометричні рівняння.</p>

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
12	<p>Тема 3. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ</p> <p>Повторення відомостей про функції.</p> <p>Степінь із довільним дійсним показником. Властивості та графіки показникової функції.</p> <p>Логарифми та їх властивості. Властивості та графік логарифмічної функції.</p> <p>Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.</p>
14	<p>Тема 4. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p>Границя функції в точці. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст.</p> <p>Правила диференціювання.</p> <p>[Похідна складеної функції].</p> <p>Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції.</p> <p>Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їхніх графіків. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.</p>
10	<p>Тема 5. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p>Первісна та її властивості.</p> <p>Визначений інтеграл, його геометричний зміст.</p> <p>Обчислення площ плоских фігур, інші застосування інтеграла.</p>
10	<p>Тема 6. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ</p> <p>Випадкова подія. Відносна частота події.</p> <p>Ймовірність події.</p> <p>Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. [Перестановки, розміщення, комбінації.]</p> <p>Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.</p>
8	Резервний час і повторення

(54 год. I семестр — 16 год, 1 год на тиждень,
II семестр — 38 год, 2 год на тиждень, резервний час — 8 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає і будує графіки показникової і логарифмічної функцій;</p> <p>ілюструє властивості показникової і логарифмічної функцій за допомогою графіків;</p> <p>застосовує показникову та логарифмічну функції до опису реальних процесів;</p> <p>розв'язує найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розуміє значення поняття похідної для опису реальних процесів, зокрема механічного руху;</p> <p>знаходить кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в даній точці;</p> <p>знаходить швидкість змінення величини в точці;</p> <p>диференціює функції, використовуючи таблицю похідних і правила диференціювання;</p> <p>застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;</p> <p>знаходить найбільше і найменше значення функції;</p> <p>розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>знаходить первісні за допомогою таблиці первісних та їх властивостей;</p> <p>виділяє первісну, що задовольняє задані початкові умови;</p> <p>обчислює інтеграл за допомогою таблиці первісних та їх властивостей;</p> <p>Знаходить площі криволінійних трапецій.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>обчислює відносну частоту події;</p> <p>обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами;</p> <p>пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки;</p> <p>знаходить числові характеристики вибірки даних.</p>

ГЕОМЕТРІЯ**10-Й КЛАС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
1	Вступ
22	<p>Тема 1. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них.</p> <p>Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Паралельність прямої та площини. Паралельність площин.</p>
22	<p>Тема 2. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Перпендикулярність прямої і площини. Перпендикулярність площин. Ортогональне проектування. Двогранний кут.</p> <p>Вимірювання відстаней у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до площини, між площинами. Вимірювання кутів у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.</p>
6	Резервний час і повторення

(51 год. I семестр — 32 год, 2 год на тиждень,

II семестр — 19 год, 1 год на тиждень, резервний час — 6 год)

Навчальні досягнення учнів	
Учень (учениця):	<p>розрізняє означувані й неозначувані поняття, аксіоми й теореми стереометрії;</p> <p>класифікує взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі за кількістю їх спільних точок;</p> <p>встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі, зокрема паралельність прямих, прямої та площини, двох площин, з'ясовує, чи є дві прямі мимобіжними;</p> <p>будує зображення фігур і на них виконує нескладні побудови;</p> <p>застосовує відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу.</p>
Учень (учениця):	<p>встановлює перпендикулярність прямої та площини, двох площин;</p> <p>обчислює відстані та кути у просторі;</p> <p>встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі, базуючись на вимірюваннях;</p> <p>застосовує відношення між прямими і площинами у просторі, вимірювання відстаней і кутів у просторі до опису об'єктів навколишнього світу.</p>

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
10	<p>Тема 3. КООРДИНАТИ І ВЕКТОРИ</p> <p>Прямокутні координати в просторі. Вектори у просторі. Дії над векторами. Розкладання вектора на складові. Дії над векторами, що задані координатами. Формули для обчислення довжини вектора, кута між векторами, відстані між двома точками.</p> <p>[Рівняння площини, сфери.]</p>
37	<p>Тема 4. ГЕОМЕТРИЧНІ ТІЛА. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ</p> <p>Циліндри і призми. Конуси і піраміди. Многогранники. Правильні многогранники. Куля і сфера. Площина, дотична до сфери. Тіла обертання. Комбінації геометричних тіл. Площа поверхні призми, піраміди, многогранника, циліндра, конуса, сфери. Об'єм призми та циліндра. Об'єм тіла обертання. Об'єм кулі, піраміди та конуса.</p>
4	Резервний час і повторення

(51 год. I семестр — 32 год, 2 год на тиждень,
II семестр — 19 год, 1 год на тиждень, резервний час — 4 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>користується аналогією між векторами і координатами на площині й у просторі;</p> <p>усвідомлює важливість векторно-координатного методу в математиці;</p> <p>виконує дії над векторами, що задані геометрично і координатами;</p> <p>застосовує вектори для моделювання і обчислення геометричних і фізичних величин;</p> <p>використовує координати у просторі для вимірювання відстаней, кутів;</p> <p>[розпізнає рівняння площини, сфери.]</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає основні геометричні тіла, їхні елементи;</p> <p>будує зображення основних видів геометричних тіл, їх елементів, перерізів;</p> <p>обчислює основні елементи найпростіших геометричних тіл;</p> <p>встановлює властивості геометричних фігур;</p> <p>застосовує геометричні тіла для моделювання геометричних тіл;</p> <p>обчислює з необхідною точністю об'єми та площі поверхонь геометричних тіл, використовуючи: основні формули; розбиття тіл на найпростіші; вимірювання параметрів реальних тіл та їх фізичних моделей.</p>

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

До навчальних досягнень учнів з математики, які безпосередньо підлягають оцінюванню, належать:

- теоретичні знання, що стосуються математичних понять, тверджень, теорем, властивостей, ознак, методів та ідей математики;
- знання, що стосуються способів діяльності, які можна подати у вигляді системи дій (правила, алгоритми);
- здатність безпосередньо здійснювати вже відомі способи діяльності відповідно до засвоєних правил, алгоритмів (наприклад, виконувати певне тотожне перетворення виразу, розв'язувати рівняння певного виду, виконувати геометричні побудови, досліджувати функцію на монотонність, розв'язувати текстові задачі розглянутих типів тощо);
- здатність застосовувати набуті знання і вміння для розв'язання навчальних і практичних задач, коли шлях, спосіб такого розв'язання потрібно попередньо визначити (знайти) самому.

Відповідно до ступеня оволодіння зазначеними знаннями і способами діяльності виокремлюються такі рівні навчальних досягнень школярів з математики:

I — початковий рівень, коли у результаті вивчення навчального матеріалу учень:

- називає математичний об'єкт (вираз, формули, геометричну фігуру, символ), але тільки в тому випадку, коли цей об'єкт (його зображення, опис, характеристика) запропонований йому безпосередньо;
- за допомогою вчителя виконує елементарні завдання.

II — середній рівень, коли учень повторює інформацію, операції, дії, засвоєні ним у процесі навчання, здатний розв'язувати завдання за зразком.

III — достатній рівень, коли учень самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях, вміє виконувати математичні операції, загальна методика і послідовність (алгоритм) яких йому знайомі, але зміст та умови виконання змінені.

IV — високий рівень, коли учень здатний самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях, складати план дій і виконувати його, пропонувати нові, невідомі йому раніше розв'язання, тобто його діяльність має дослідницький характер.

Оцінювання якості математичної підготовки учнів здійснюється у двох аспектах: *рівень володіння теоретичними знаннями*, який можна виявити в процесі усного опитування, та *якість практичних умінь і навичок*, тобто здатність до застосування вивченого матеріалу під час розв'язування задач і вправ.

Оцінювання здійснюється в системі тематичного контролю знань, коли бали виставляються за вивчення окремих тем, розділів та під час державної атестації.

Критерії для підсумкового оцінювання навчальних досягнень учнів

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
I. Початковий	1	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> розпізнає один із кількох запропонованих математичних об'єктів (символів, виразів, геометричних фігур тощо), виділивши його серед інших; читає і записує числа, переписує даний математичний вираз, формулу; зображує найпростіші геометричні фігури (малює ескіз)
	2	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> виконує однокрокові дії з числами, найпростішими математичними виразами; впізнає окремі математичні об'єкти і пояснює свій вибір
	3	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> співставляє дані або словесно описані математичні об'єкти за їх суттєвими властивостями; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання
II. Середній	4	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> відтворює означення математичних понять і формулювання тверджень; називає елементи математичних об'єктів; формулює деякі властивості математичних об'єктів; виконує за зразком завдання обов'язкового рівня
	5	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і правил виконання математичних дій прикладами з пояснень вчителя або підручника; розв'язує завдання обов'язкового рівня за відомими алгоритмами з частковим поясненням
	6	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і правил виконання математичних дій власними прикладами; самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня з достатнім поясненням; записує математичний вираз, формулу за словесним формулюванням і навпаки

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
III. Достатній	7	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • застосовує означення математичних понять та їх властивості для розв'язування завдань у знайомих ситуаціях; • знає залежності між елементами математичних об'єктів; • самостійно виправляє вказані йому (їй) помилки; • розв'язує завдання, передбачені програмою, без достатніх пояснень
	8	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; • розв'язує завдання, передбачені програмою, з частковим поясненням; • частково аргументує математичні міркування й розв'язання завдань
	9	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • вільно володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; • самостійно виконує завдання в знайомих ситуаціях із достатнім поясненням; • виправляє допущені помилки; • повністю аргументує обґрунтування математичних тверджень; • розв'язує завдання з достатнім поясненням
IV. Високий	10	Знання, вміння й навички учня (учениці) повністю відповідають вимогам програми, зокрема учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • усвідомлює нові для нього (неї) математичні факти, ідеї, вміє доводити передбачені програмою математичні твердження з достатнім обґрунтуванням; • під керівництвом учителя знаходить джерела інформації та самостійно використовує їх; • розв'язує завдання з повним поясненням і обґрунтуванням

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
	11	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • вільно і правильно висловлює відповідні математичні міркування, переконливо аргументує їх; • самостійно знаходить джерела інформації та працює з ними; • використовує набуті знання і вміння в незнайомих для нього (неї) ситуаціях; • знає передбачені програмою основні методи розв'язування завдання і вміє їх застосовувати з необхідним обґрунтуванням
	12	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • виявляє варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв'язування математичної проблеми; • вміє узагальнювати й систематизувати набуті знання; • здатний(а) розв'язувати нестандартні задачі та вправи

Поточне оцінювання учнів з математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо.

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів

Академічний рівень

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Вступ. Програма призначена для організації навчання математики на академічному рівні, якому відповідають біолого-хімічний, біолого-фізичний, біотехнологічний, хіміко-технологічний, фізико-хімічний, агро-хімічний профілі природничо-математичного напрямку профільного навчання, а також технологічний профіль. Для цих профілів математика є базовим (обов'язковим для вивчення) предметом, близьким до профільних навчальних дисциплін — хімії, фізики, біології, технологій.

Мета навчання математики на академічному рівні полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для вивчення профільних предметів, для успішної майбутньої професійної діяльності в тих сферах, де математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення й аналізу закономірностей, реальних явищ і процесів.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких **завдань**:

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти;

- інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції;
- екологічне, естетичне, громадянське виховання та формування позитивних рис особистості;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня.

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах. Передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- розпізнає проблеми довкілля, які можна розв'язати математичними методами, формулює їх математичною мовою, досліджує та розв'язує ці проблеми, використовуючи математичні знання та методи, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження, оцінює похибку обчислень, застосовує математичні моделі при вивченні профільних предметів (інформатики, фізики, хімії, біології, технологій);
- логічно мислить (аналізує, порівнює, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклад); володіє алгоритмами та евристикami;
- користується джерелами математичної інформації, може самостійно її відшукати, проаналізувати та передати інформацію, подану в різних формах (графічній, табличній, знаково-символьній);
- виконує математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, наближені обчислення тощо), раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення;
- виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів при розв'язуванні різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач із застосуванням тригонометрії);
- аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних функцій при аналізі та описуванні реальних явищ, процесів, залежностей;
- володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дозволяє досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки і розв'язувати нескладні прикладні задачі;
- обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, вибирає оптимальні рішення;

- зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми).

Структура навчальної програми. Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу і навчальні досягнення учнів. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню у відповідному класі. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які є об'єктом контролю й оцінювання.

Зміст навчання математики структуровано за темами двох навчальних курсів «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» із зазначенням послідовності тем та кількості годин на їх вивчення. Такий розподіл змісту і навчального часу є орієнтовним. Учителям і авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем та змінювати розподіл годин на вивчення тем (до 10%) залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій.

Програмою передбачено резерв навчального часу, а також години для повторення, узагальнення й систематизації вивченого матеріалу. Спосіб використання резервного часу вчитель може обрати самостійно: для повторення на початку навчального року матеріалу, який вивчався у попередніх класах, як додаткові години на вивчення окремих тем, якщо вони важко засвоюються учнями, для проведення інтегрованих з профільними предметами уроків тощо.

Особливості організації навчання. У старшій школі вивчення математики диференціюється за трьома рівнями: рівнем стандарту, академічним і профільним. Кожному з них відповідає окрема навчальна програма.

Програма рівня стандарту визначає зміст навчання предмета, спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури. При цьому не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність.

Програма академічного рівня задає дещо ширший зміст і вищі вимоги до його засвоєння порівняно з рівнем стандарту. Вивчення математики на академічному рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне засвоєння. Крім того, за цією програмою здійснюється математична підготовка старшокласників, які не визначилися щодо напрямку спеціалізації.

Програма профільного рівня передбачає поглиблене вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями.

У пропонованій програмі академічного рівня, з метою забезпечити для учнів можливість зміни рівня навчання математики, у кожному класі

в основному збережено назви і послідовність вивчення тем, передбачених програмою рівня стандарту. Зміст навчального матеріалу доповнено, а перелік навчальних досягнень учнів конкретизовано й уточнено відповідно до Державного стандарту. Частина навчального матеріалу, що подана у квадратних дужках, не є обов'язковою для вивчення і не виноситься для тематичного контролю.

При навчанні математики на академічному рівні основна увага приділяється не лише засвоєнню математичних знань, а й виробленню вмінь застосовувати їх до розв'язування практичних і прикладних задач, оволодінню математичними методами, моделями, що забезпечить успішне вивчення профільних предметів — хімії, фізики, біології, технологій. При цьому зв'язки математики з профільними предметами посилюються за рахунок розв'язання задач прикладного змісту, ілюстрацій застосування математичних понять, методів і моделей у шкільних курсах хімії, біології, фізики, технологій.

Вивчаючи математику, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї — до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації.

Залежно від профілю може використовуватися варіативна складова навчального плану, що передбачає проведення факультативів, курсів за вибором, орієнтованих на посилення міжпредметних зв'язків математики з профільними предметами. Наприклад, такі курси за вибором: «Математичні методи обробки результатів хімічного експерименту», «Математичне моделювання у біології», «Прийоми графічного зображення властивостей технічних об'єктів і процесів» тощо. Їх вивчення не лише посилює міжпредметні зв'язки, а й сприяє успішному засвоєнню учнями профільних предметів.

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів

До навчальних досягнень учнів з математики, які підлягають оцінюванню, належать:

- теоретичні знання, що стосуються математичних понять, тверджень, теорем, властивостей, ознак, методів та ідей математики;
- знання, що стосуються способів діяльності, які можна подати у вигляді системи дій (правила, алгоритми);
- здатність безпосередньо здійснювати вже відомі способи діяльності відповідно до засвоєних правил, алгоритмів (наприклад, виконувати певне тотожне перетворення виразу, розв'язувати рівняння певного виду, виконувати геометричні побудови, досліджувати функцію на монотонність, розв'язувати текстові задачі розглянутих типів тощо);

- здатність застосовувати набуті знання і вміння для розв'язання навчальних і практичних задач, коли шлях, спосіб такого розв'язання потрібно попередньо визначити (знайти) самому.

При оцінюванні навчальних досягнень учнів мають ураховуватися:

- характеристики відповіді учня: правильність, повнота, логічність, обґрунтованість, цілісність;
- якість знань: осмисленість, глибина, узагальненість, системність, гнучкість, дієвість, міцність;
- ступінь сформованості загальнонавчальних та предметних умінь і навичок;
- рівень володіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, класифікувати, узагальнювати, робити висновки тощо;
- досвід творчої діяльності (вміння виявляти проблеми та розв'язувати їх, формулювати гіпотези);
- самостійність оцінних суджень.

Відповідно до ступеня оволодіння зазначеними знаннями і способами діяльності виокремлюються чотири рівні навчальних досягнень школярів з математики: початковий, середній, достатній, високий.

Початковий рівень — учень (учениця) називає математичний об'єкт (вираз, формули, геометричну фігуру, символ), але тільки в тому випадку, коли цей об'єкт (його зображення, опис, характеристика) запропоновано йому (їй) безпосередньо; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання.

Середній рівень — учень (учениця) повторює інформацію, операції, дії, засвоєні ним (нею) у процесі навчання, здатний(а) розв'язувати завдання за зразком.

Достатній рівень — учень (учениця) самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях, вміє виконувати математичні операції, загальні методи і послідовність (алгоритм) яких йому (їй) знайомі, але зміст та умови виконання змінені.

Високий рівень — учень (учениця) здатний(а) самостійно орієнтуватися в нових для нього (неї) ситуаціях, складати план дій і виконувати його; пропонувати нові, невідомі йому (їй) раніше розв'язання, тобто його (її) діяльність має дослідницький характер.

Оцінювання якості математичної підготовки учнів здійснюється у двох аспектах: рівень оволодіння теоретичними знаннями та якість практичних умінь і навичок, здатність застосовувати вивчений матеріал під час розв'язування задач і вправ. Оцінювання здійснюється в системі поточного, тематичного контролю знань, коли бали виставляються за вивчення окремих тем, розділів та під час державної атестації.

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
I. Початковий	1	Учень (учениця) розпізнає один із кількох запропонованих математичних об'єктів (символів, виразів, геометричних фігур тощо), виділивши його серед інших; читає і записує числа, переписує даний математичний вираз, формулу; зображує найпростіші геометричні фігури (малює ескіз)
	2	Учень (учениця) виконує однокрокові дії з числами, найпростішими математичними виразами; впізнає окремі математичні об'єкти і пояснює свій вибір
	3	Учень (учениця) порівнює дані або словесно описані математичні об'єкти за їх суттєвими властивостями; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання
II. Середній	4	Учень (учениця) відтворює означення математичних понять і формулювання тверджень; називає елементи математичних об'єктів; формулює деякі властивості математичних об'єктів; виконує за зразком завдання обов'язкового рівня
	5	Учень (учениця) ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і правил виконання математичних дій прикладами з пояснень вчителя або підручника; розв'язує завдання обов'язкового рівня за відомими алгоритмами з частковим поясненням
	6	Учень (учениця) ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і правил виконання математичних дій власними прикладами; самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня з достатнім поясненням; записує математичний вираз, формулу за словесним формулюванням і навпаки
III. Достатній	7	Учень (учениця) застосовує означення математичних понять та їх властивості для розв'язування завдань у знайомих ситуаціях; знає залежності між елементами математичних об'єктів; самостійно виправляє вказані йому (їй) помилки; розв'язує завдання, передбачені програмою, без достатніх пояснень

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
	8	Учень (учениця) володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; розв'язує завдання, передбачені програмою, з частковим поясненням; частково аргументує математичні міркування й розв'язання завдань
	9	Учень (учениця) вільно володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; самостійно виконує завдання в знайомих ситуаціях із достатнім поясненням; виправляє допущені помилки; повністю аргументує обґрунтування математичних тверджень; розв'язує завдання з достатнім поясненням
IV. Високий	10	Знання, вміння й навички учня (учениці) повністю відповідають вимогам програми, зокрема: учень (учениця) усвідомлює нові для них математичні факти, ідеї, вміє доводити передбачені програмою математичні твердження з достатнім обґрунтуванням; під керівництвом учителя знаходить джерела інформації та самостійно використовує їх; розв'язує завдання з повним поясненням і обґрунтуванням
	11	Учень (учениця) вільно і правильно висловлює відповідні математичні міркування, переконливо аргументує їх; самостійно знаходить джерела інформації та працює з ними; використовує набуті знання і вміння в незнайомих для них ситуаціях; знає передбачені програмою основні методи розв'язування завдання і вміє їх застосовувати з необхідним обґрунтуванням
	12	Учень (учениця) виявляє варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв'язування математичної проблеми; вміє узагальнювати й систематизувати набуті знання; здатний(а) розв'язувати нестандартні задачі та вправи

Поточне оцінювання учнів з математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо.

Рекомендації щодо роботи з програмою. Методика навчання математики на академічному рівні має враховувати цілі та завдання вивчення курсу, особливості його змісту і структури.

Структура і зміст навчального матеріалу зумовлює посилення міжпредметних зв'язків під час його вивчення. Це стосується, зокрема, застосування методів аналізу і алгебри при вивченні геометрії і навпаки. Значна увага приділяється також зв'язкам з профільними навчальними предметами, ознайомленню учнів з деякими важливими математичними поняттями і методами, які широко застосовуються у фізиці, хімії, біології, технологіях.

Методичні підходи до вивчення математики на академічному рівні добираються відповідно до особливостей розумової діяльності учнів і змісту навчального матеріалу.

Порівняно з рівнем стандарту суттєво підвищується теоретичний рівень навчання, зокрема при вивченні всіх видів рівнянь, нерівностей та їх систем акцентується увага на основних поняттях: корінь, розв'язок, рівносильність, наслідок, можливість втрати та появи сторонніх коренів, перевірка як важлива складова процесу розв'язування. Вводяться елементи теорії множин та математичної логіки. Вони використовуються для збагачення та осучаснення математичної мови учнів, розширення їхньої математичної ерудиції та розвитку мислення.

Програмні вимоги до підготовки учнів зорієнтують вчителя на досягнення мети навчання за кожною темою програми, полегшать планування цілей і завдань уроків, дадуть змогу визначити адекватні технології проведення занять, поточного і тематичного оцінювання.

Навчальні теми, визначені програмою, можуть вивчатися учнями на різних рівнях засвоєння теоретичного матеріалу і формування умінь. За умови мінімальної кількості годин і низького рівня математичної підготовки учнів класу деякі теми на уроках можуть розглядатися без доведень, на простих і доступних прикладах і не виноситися у повному обсязі для тематичного контролю. Зацікавлені учні можуть детальніше опановувати такі теми самостійно за підручником, на курсах за вибором або під час індивідуального навчання в позаурочний час.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю і корекції знань. Поряд із цим ширше, ніж при вивченні курсу математики на рівні стандарту, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (групові, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», математичні «бої», інтегровані уроки математики з профільним предметом тощо). Методика навчання характеризується інтенсивною самостійною діяльністю учнів, індивідуалізацією навчання, застосуванням проблемно-пошукових методів, таких методичних прийомів і засобів навчання, як математичне

моделювання, логічне конструювання, граф-схеми, паралельне вивчення схожих математичних об'єктів, синтетичні та комбіновані вправи тощо.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання, які задовольняють такі основні вимоги:

- враховують особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси, нахили, індивідуальні відмінності учнів, форми їх прояву у сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- є варіативними, особистісно орієнтованими, коли знання, вміння та навички розглядаються не лише як самоціль, а й засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей учня; виховують в учня здатність бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;
- забезпечують цілісне психолого-методичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Підвищенню ефективності уроків математики в старших класах сприяє використання програмних засобів навчального призначення GRAN 1, GRAN 2D, GRAN 3D, DG, EUREKA, бібліотек електронних наочностей тощо. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв'язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо.

Доцільною також вбачається організація проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності учнів на уроках та позакласних і факультативних заняттях з математики.

ОРІЄНТОВНИЙ ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЇ НА АКАДЕМІЧНОМУ РІВНІ (всього 315 год)

Алгебра і початки аналізу (всього 175 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10	1	Функції, рівняння і нерівності	12
	2	Степенева функція	14
	3	Тригонометричні функції	20
	4	Тригонометричні рівняння і нерівності	16
		Систематизація та узагальнення, резервний час	8
		Разом:	70

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
11	5	Похідна та її застосування	26
	6	Показникова та логарифмічна функції	22
	7	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	12
	8	Інтеграл та його застосування	20
		Повторення курсу алгебри і початків аналізу	19
		Резервний час	6
		Разом:	105

Геометрія (всього 140 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10	1	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	8
	2	Вступ до стереометрії	6
	3	Паралельність прямих і площин у просторі	22
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	26
		Систематизація та узагальнення, резервний час	8
		Разом:	70
11	5	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі	16
	6	Многогранники	16
	7	Тіла обертання	14
	8	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	14
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	8
		Резервний час	2
		Разом:	70

**ОРІЄНТОВНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ,
АКАДЕМІЧНИЙ РІВЕНЬ
Алгебра і початки аналізу**

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість контрольних робіт
10	1	Функції, рівняння і нерівності	1
	2	Степенева функція	1
	3	Тригонометричні функції	1
	4	Тригонометричні рівняння і нерівності	1
		Систематизація та узагальнення	1
		Разом:	5
11	5	Похідна та її застосування	2
	6	Показникова та логарифмічна функції	1
	7	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	1
	8	Інтеграл та його застосування	1
		Повторення курсу алгебри і початків аналізу	1
		Разом:	6

**ОРІЄНТОВНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ,
АКАДЕМІЧНИЙ РІВЕНЬ**

Геометрія

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість контрольних робіт
10	1	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	1
	2	Вступ до стереометрії	2
	3	Паралельність прямих і площин у просторі	
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	1
		Систематизація та узагальнення	1
		Разом:	5
11	5	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі	1
	6	Многогранники	1
	7	Тіла обертання	1
	8	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	1
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	1
		Разом:	5

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ**10-Й КЛАС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
12	<p>Тема 1. ФУНКЦІЇ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Множини, операції над множинами. Числові множини. Множина дійсних чисел.</p> <p>Числові функції. Способи задання числових функцій. Основні властивості функцій: область визначення, область (множина) значень функції, нулі функції, проміжки знакосталості функції, проміжки зростання, спадання, сталості функції, парність, непарність функції, найбільше та найменше значення функції.</p> <p>Властивості і графіки основних видів функцій. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій.</p> <p>Обернена функція.</p> <p>Рівносильні перетворення рівнянь. Рівняння-наслідки. Застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь. Рівносильні перетворення нерівностей, метод інтервалів.</p> <p>[Рівняння і нерівності, що містять знак модуля.]</p> <p>[Рівняння і нерівності з параметрами].</p>
14	<p>Тема 2. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ</p> <p>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості.</p> <p>Перетворення коренів. Дії над коренями. Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік.</p> <p>Ірраціональні рівняння. [Ірраціональні нерівності. Системи ірраціональних рівнянь.]</p> <p>Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.</p> <p>Степенева функція, її властивості та графік.</p>
20	<p>Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ</p> <p>Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута.</p> <p>Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення.</p>

(70 год, 2 год на тиждень,
систематизація та узагальнення, резервний час — 8 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>зображує на діаграмах або числовій прямій об'єднання і переріз множин та ілюструє поняття підмножини;</p> <p>користується різними способами задання функцій;</p> <p>формулює означення числової функції, зростаючої і спадної функції, парної і непарної функції;</p> <p>знаходить область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;</p> <p>встановлює за графіком функції її основні властивості;</p> <p>виконує і пояснює перетворення графіків функцій;</p> <p>досліджує функції, задані аналітично, використовує одержані результати для побудови графіків функцій;</p> <p>застосовує властивості функцій до розв'язування рівнянь і нерівностей;</p> <p>пояснює зміст понять «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей», «рівняння-наслідки»; використовує їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення кореня n-го степеня, арифметичного кореня n-го степеня, степеня з раціональним показником, властивості коренів та степеня з раціональним показником;</p> <p>обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені;</p> <p>розпізнає та зображує графіки степеневих функцій;</p> <p>моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій;</p> <p>розв'язує нескладні ірраціональні рівняння.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки;</p> <p>встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі;</p> <p>формулює означення синуса, косинуса, тангенса, котангенса кута і числового аргументу; властивості тригонометричних функцій;</p> <p>розпізнає і будує графіки тригонометричних функцій;</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
	<p>Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій.</p> <p>Тригонометричні формули: формули додавання; формули подвійного кута; формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток; [формули пониження степеня; формули половинного кута;] формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму.</p> <p>Гармонічні коливання.</p>
16	<p>Тема 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння.</p> <p>Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь.</p> <p>Найпростіші тригонометричні нерівності.</p>
8	<p>Систематизація та узагальнення, резервний час</p>

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
26	<p>Тема 5. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p>Поняття про неперервність та границю функції в точці.</p> <p>Задачі, що приводять до поняття похідної. Геометричний та фізичний зміст похідної. Таблиця похідних.</p> <p>Похідна суми, добутку і частки функцій.</p> <p>Похідна складеної функції.</p> <p>Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків: зростання, спадання функції; екстремуми функції; найбільше і найменше значення функції на відрізку. Рівняння дотичної до графіка функції у заданій точці.</p> <p>Розв'язування задач прикладного змісту.</p>

Навчальні досягнення учнів
<p>ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків; обчислює значення тригонометричних виразів; перетворює нескладні тригонометричні вирази; застосовує тригонометричні функції до опису реальних процесів, зокрема гармонічних коливань.</p>
<p>Учень (учениця): описує зміст понять «обернена функція», «обернені тригонометричні функції»; обґрунтовує розв'язки найпростіших тригонометричних рівнянь, нерівностей; розв'язує нескладні тригонометричні рівняння та найпростіші нерівності.</p>

(105 год, 3 год на тиждень, резервний час — 6 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця): пояснює геометричний та фізичний зміст похідної; формулює правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, умови екстремуму функції; називає похідні основних елементарних функцій; знаходить похідні функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання; застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності й екстремумів функції; знаходить найбільше і найменше значення функції на відрізку; розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
22	<p>Тема 6. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ [Степінь з дійсним показником.] Властивості та графік показникової функції. Логарифми та їх властивості. [Натуральний логарифм.] Властивості та графік логарифмічної функції. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності. Похідні показникової і логарифмічної функцій.</p>
12	<p>Тема 7. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. [Перестановки, розміщення, комбінації.] Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.</p>
20	<p>Тема 8. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ Первісна та її властивості. Таблиця первісних. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Формула Ньютона — Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур. [Обчислення об'ємів тіл.] Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач.</p>
19	Повторення курсу алгебри і початків аналізу
6	Резервний час

Навчальні досягнення учнів

Учень (учениця):

формулює властивості логарифмів, показникової та логарифмічної функцій;

будує графіки показникових і логарифмічних функцій;

ілюструє властивості показникової та логарифмічної функцій за допомогою графіків;

перетворює нескладні показникові та логарифмічні вирази;

розв'язує нескладні показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.

Учень (учениця):

обчислює відносну частоту події;

обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами;

пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки;

знаходить числові характеристики вибірки даних.

Учень (учениця):

формулює означення первісної та її основні властивості;

описує поняття визначеного інтеграла;

виділяє первісну, що задовольняє задані початкові умови;

обчислює інтеграл, використовуючи формулу Ньютона — Лейбніца;

знаходить площі криволінійних трапецій.

ГЕОМЕТРІЯ**10-Й КЛАСС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
8	<p>Тема 1. СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ</p> <p>Аксиоми планіметрії. Система опорних фактів курсу планіметрії. Геометричні і аналітичні методи розв'язування планіметричних задач.</p>
6	<p>Тема 2. ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ</p> <p>Основні поняття стереометрії. Аксиоми стереометрії та наслідки з них. Просторові геометричні фігури. Приклади неплоских просторових фігур (куб, прямокутний паралелепіпед, піраміда).</p> <p>Найпростіші задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда, піраміди.</p>
22	<p>Тема 3. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні, мимобіжні прямі.</p> <p>Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини.</p> <p>Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. Ознака паралельності площин. [Існування площини, паралельної даній площині.] Властивості паралельних площин.</p> <p>Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії.</p>

*(70 год, 2 год на тиждень,
систематизація та узагальнення, резервний час — 8 год)*

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми планіметрії, властивості геометричних фігур;</p> <p>використовує вивчені в основній школі формули і властивості геометричних фігур для розв'язування нескладних планіметричних задач.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми стереометрії;</p> <p>називає основні поняття стереометрії;</p> <p>наводить приклади просторових геометричних фігур (плоских і неплоских);</p> <p>формулює аксіоми стереометрії та наслідки з них;</p> <p>пояснює застосування аксіом стереометрії до розв'язування нескладних геометричних і практичних задач;</p> <p>розв'язує нескладні задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда та піраміди.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення паралельних і мимобіжних прямих, паралельних прямої і площини, паралельних площин; властивості та ознаки паралельності прямих і площин;</p> <p>класифікує взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі;</p> <p>знаходить і зображує паралельні прямі та площини на рисунках і моделях;</p> <p>встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі, зокрема паралельність прямих, прямої і площини, двох площин, з'ясовує, чи є дві прямі мимобіжними;</p> <p>будує зображення фігур і виконує на них нескладні побудови;</p> <p>розв'язує нескладні задачі на застосування властивостей та ознак паралельності прямих і площин;</p> <p>застосовує відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
26	<p>Тема 4. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Перпендикулярність прямих у просторі.</p> <p>Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри.</p> <p>Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Залежність між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин.</p> <p>Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.</p> <p>Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, [від точки до фігури], між паралельними площинами, між мимобіжними прямими, [між двома фігурами].</p> <p>Ортогональне проектування. [Площа ортогональної проекції многокутника.]</p> <p>Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.</p>
8	Систематизація та узагальнення, резервний час

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
16	<p>Тема 5. КООРДИНАТИ, ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ВЕКТОРИ У ПРОСТОРИ</p> <p>Прямокутна система координат у просторі. Відстань між точками. Координати середини відрізка.</p> <p>Перетворення у просторі та їх властивості.</p> <p>Вектори у просторі. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Компланарність векторів. Операції над векторами та їх властивості: додавання, віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний добуток векторів. [Розкладання вектора за трьома некопланарними векторами.] Кут між векторами.</p> <p>[Рівняння площини та сфери.]</p>

Навчальні досягнення учнів

Учень (учениця):

формулює означення перпендикулярних прямих у просторі, прямої, перпендикулярної до площини, перпендикулярних площин; властивості та ознаки перпендикулярних прямих і площин;

обґрунтовує взаємозв'язок паралельності й перпендикулярності прямих і площин у просторі;

встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі;

застосовує вивчені властивості та ознаки до розв'язування задач;

обчислює відстані і кути у просторі;

застосовує відношення між прямими і площинами у просторі, вимірювання відстаней і кутів у просторі до опису об'єктів навколишнього світу.

(70 год, 2 год на тиждень, резервний час — 2 год)

Навчальні досягнення учнів

Учень (учениця):

користується аналогією між векторами на площині та у просторі;

будує точки і вектори у просторовій прямокутній системі координат за їх координатами;

виконує дії над векторами: **знаходить** суму, різницю векторів, добуток вектора на число, скалярний добуток векторів, **обчислює** кут між векторами;

наводить приклади перетворень у просторі та **описує** їх властивості;

записує формули відстані між точками, координат середини відрізка, скалярного добутку, кута між векторами;

використовує координати і вектори для моделювання та обчислення геометричних і фізичних величин.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
16	<p>Тема 6. МНОГОГРАННИКИ</p> <p>Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Многогранні кути.</p> <p>Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма. Пряма і правильна призми. Паралелепіпед. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильна піраміда.</p> <p>Площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди.</p> <p>Правильні многогранники.</p>
14	<p>Тема 7. ТІЛА ОБЕРТАННЯ</p> <p>Тіла і поверхні обертання.</p> <p>Циліндр, конус, зрізаний конус, їх елементи. Перерізи циліндра і конуса: осьові перерізи циліндра і конуса; перерізи циліндра і конуса площинами, паралельними основі.</p> <p>Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Площина, дотична до сфери.</p> <p>Комбінації геометричних тіл.</p>
14	<p>Тема 8. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ</p> <p>Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів.</p> <p>Об'єми призми, паралелепіпеда, піраміди.</p> <p>Об'єми тіл обертання: циліндра, конуса, кулі.</p> <p>Площі бічної та повної поверхонь циліндра, конуса.</p> <p>Площа сфери.</p>
8	<p>Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач</p>
2	<p>Резервний час</p>

Навчальні досягнення учнів	
	<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає основні види многогранників та їх елементи;</p> <p>формулює означення двогранного кута, лінійного кута двогранного кута, многогранного кута, многогранників, вказаних у змісті програми;</p> <p>обґрунтовує властивості многогранників, формули для обчислення площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди;</p> <p>обчислює основні елементи многогранників;</p> <p>використовує вивчені формули і властивості для розв'язування нескладних задач.</p>
	<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає види тіл обертання, їхні елементи;</p> <p>обчислює основні елементи тіл обертання;</p> <p>обґрунтовує властивості тіл обертання, застосовує їх до розв'язування задач;</p> <p>розпізнає многогранники і тіла обертання у їх комбінаціях;</p> <p>розв'язує нескладні задачі на комбінацію просторових фігур.</p>
	<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює основні властивості об'ємів;</p> <p>записує формули для обчислення об'ємів паралелепіпеда, призми, піраміди, циліндра, конуса, площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, площі сфери;</p> <p>розв'язує нескладні задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, використовуючи: основні формули, розбиття тіл на простіші тіла, вимірювання реальних тіл та їх фізичних (натурних) моделей.</p>

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів

Профільний рівень

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Вступ

Програма призначена для організації навчання математики в класах *математичного, фізичного та фізико-математичного профілів*. Вона розроблена на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти з урахуванням особливостей відповідних профілів навчання.

Мета навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для успішного вивчення фізики та інших, в першу чергу природничих, предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких **завдань**:

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої позитивної мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти;

- інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції;
- громадянське, екологічне, естетичне виховання та формування позитивних рис особистості;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня.

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах. Передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- розпізнає проблеми, які можна розв'язати математичними методами, формулює їх математичною мовою, досліджує та розв'язує ці проблеми, використовуючи математичні знання та методи, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження, оцінює похибку обчислень, застосовує математичні моделі при вивченні фізики та інших навчальних предметів (інформатики, астрономії, хімії, біології);
- логічно мислить (аналізує, порівнює, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклад, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристикami;
- користується джерелами математичної інформації, може самостійно її відшукати, проаналізувати та передати інформацію, подану в різних формах (графічній, табличній, знаково-символьній);
- виконує математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, наближені обчислення тощо), раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення;
- виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів при розв'язуванні різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач із застосуванням тригонометрії);
- аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;
- володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дозволяє досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки і розв'язувати нескладні прикладні задачі фізичного змісту;
- обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, вибирає оптимальні рішення;

- зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми).

Структура навчальної програми

Програма розрахована на 630 годин навчального часу, відведеного на вивчення математики для математичного, фізичного та фізико-математичного профілів навчання. Її матеріал розподілено за такими змістовими лініями: числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики; початки теорії ймовірностей та елементи математичної статистики; геометричні фігури; геометричні величини.

Зміст навчання математики структуровано за темами, що відповідають двом навчальним курсам «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» із зазначенням послідовності тем та кількості годин на їх вивчення. Розподіл змісту і навчального часу є орієнтовним. Учителям і авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем та змінювати розподіл годин на вивчення тем (до 10%) залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій. На основі орієнтовних тематичних планів учитель розробляє календарно-тематичний план, в якому конкретизується обсяг навчального матеріалу.

Програмою передбачено резерв навчального часу, а також години для повторення, узагальнення й систематизації вивченого матеріалу. Спосіб використання резервного часу вчитель може обрати самостійно: для повторення на початку навчального року матеріалу, який вивчався у попередніх класах, як додаткові години на вивчення окремих тем, якщо вони важко засвоюються учнями, для проведення інтегрованих з профільним або іншими предметами уроків тощо.

Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу і навчальні досягнення учнів. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню у відповідному класі. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які також є і об'єктом контролю та оцінювання.

У пропонованих програмах, з метою забезпечити для учнів можливість зміни рівня навчання математики в 10–11 класах, збережено ті ж самі теми та послідовність їх вивчення, що й у програмі рівня стандарту. Зміст навчального матеріалу доповнено (матеріал, який вивчається у профільних класах, виділено курсивом), а перелік навчальних досягнень учнів конкретизовано й уточнено відповідно до фізико-математичного та математичного профілів навчання. Частина навчального матеріалу, що подана у квадратних дужках, не є обов'язковою для вивчення і не виноситься для тематичного контролю.

Особливості організації навчання в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня.

Навчання математики за математичним, фізичним та фізико-математичним профілями передбачає поглиблену, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в органічному поєднанні з вивченням усіх природничих предметів, міжпредметну інтеграцію на основі застосування математичних методів (зокрема, методу математичного моделювання). При цьому математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних, фізичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань, так і на формування вмінь моделювання реальних процесів. Необхідно також враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

У природничих науках, особливо у фізичній, математика є не лише галуззю загальноосвітніх знань, а й методом наукового пізнання. Тому навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів вимагає більш поглибленого, у порівнянні з академічним, рівня її вивчення. Разом з тим курс математики для цих класів відрізняється від академічного не стільки обсягом навчального матеріалу, який мають опанувати учні, скільки рівнем його обґрунтованості, абстрактності, загальності, прикладної спрямованості. Це, з одного боку, сприятиме кращому розумінню учнями значення математики як науки, усвідомленню ними універсальності математичних знань, необхідності повнішого і свідомого володіння математичними методами, а з іншого — формуванню у школярів природничих знань як цілісної системи.

Широке і системне застосування методу математичного моделювання протягом вивчення всього курсу математики має стати потужним засобом формування в учнів навичок повсякденного користування математикою при вивченні природничих предметів. Це стосується введення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру прикладів та ілюстрацій, доведень, побудови системи вправ і завдань, визначення системи контролю. Такий підхід посилить прикладну спрямованість навчання математики, сприятиме формуванню в учнів стійких мотивів до оволодіння математичними знаннями.

Навчання в профільних фізико-математичних та математичних класах передбачає істотне збільшення частки самостійної пізнавальної та практичної

діяльності учнів. При цьому основна функція вчителя полягатиме у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі школярам в актуалізації необхідних знань, отриманих ними раніше. Іншими словами, вчитель покликаний не стільки вчити школярів математиці, скільки створювати такі навчальні ситуації, в яких самі учні самостійно чи у співробітництві один з одним (або з учителем) опановують систему математичних знань, умінь та навичок.

З метою створення необхідних умов для більш повної реалізації освітньої, розвивальної та виховної складових навчання математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів, у профільних фізико-математичних та математичних класах у повному обсязі має бути використаний потужний потенціал варіативної складової навчального плану, яка передбачає проведення факультативів, курсів за вибором (елективних курсів). Ці курси, як правило, складаються з невеликих за змістом навчальних модулів, враховують різноманіття інтересів і можливостей учнів, поглиблюють та розширюють основний курс математики відповідно до обраного профілю навчання. З одного боку, елективні курси покликані допомогти учневі переконатися в правильності професійного вибору, сприяти формуванню у старшокласників професійно важливих якостей особистості, мотивувати їхнє самовиховання та вибір професії, з іншого — слугувати розвитку у школярів прикладних математичних знань і вмінь у тих чи інших сферах діяльності, знайомити учнів з основами майбутніх професійних знань. Наприклад, такі курси за вибором: «Застосування математичних моделей у розв'язуванні задач фізики», «Математичні основи економічних знань», «Методи математичної статистики в сучасній біології», «Основи наукової діяльності» тощо.

Провідним принципом, який визначає структуру навчання математики за математичним і фізико-математичним профілями, є моделювання у навчальному процесі елементів діяльності фахівця-математика. Старшокласники повинні навчитись отримувати нові знання, нові наукові чи прикладні результати, застосовувати математику як інструмент для розв'язування прикладних задач, доповідати про одержані результати своєї роботи перед зацікавленою аудиторією.

Реалізація цього принципу в певній мірі може бути забезпечена:

- системою факультативів та елективних курсів, орієнтованих на різні типи мислення (насамперед образного, прикладного, теоретичного), на розвиток різних видів діяльності, формування критичного стилю мислення — необхідної риси професіонала-математика;
- організацією самостійної дослідницької роботи учнів, системою індивідуальних завдань, спрямованих на розвинення математичних здібностей учнів, їхнього інтересу до застосувань математики;
- організацією (у межах варіативного компонента навчального плану) професійно-орієнтованої практики старшокласників.

Рекомендації щодо роботи з програмою

Навчання математики в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів має враховувати мету і завдання вивчення курсу, особливості його змісту і структури. Сформульовані у програмі навчальні досягнення учнів до кожної теми полегшать вчителю планування цілей і завдань уроків, дадуть змогу визначити адекватні технології проведення занять, поточного і тематичного оцінювання. Методичні підходи до навчання добираються відповідно до рівня підготовленості учнів, особливостей їх розумової діяльності, а також реальних умов навчання.

В основу формування змісту програми покладені такі принципи:

- наступність у навчанні математики між різними ланками математичної освіти, наступність з допрофільним навчанням математики і навчанням математики на рівні стандарту чи на академічному рівні (вивчення математики у класах математичного та фізико-математичного профілів має давати учням глибокі математичні знання і математичний розвиток на базі основного (за академічним рівнем) курсу математики), збереження традицій вітчизняної методичної школи та накопиченого досвіду підготовки випускників спеціалізованих шкіл з поглибленим вивченням математики та предметів природничо-наукового циклу;
- збереження високого рівня теоретичної математичної підготовки як основи професійної підготовки, вироблення здатності успішно працювати в галузях природничих наук, самостійно здобувати знання;
- формування необхідних загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей на основі цілеспрямованої реалізації міжпредметних зв'язків, зокрема предметів природничо-наукового циклу: математична та природничо-наукова підготовка мають становити цілісну систему та реалізовуватися на всіх рівнях засвоєння навчального матеріалу.

Математика займає особливе місце у системі знань людства, виконуючи роль універсального та потужного методу сучасної науки. Тому особливу увагу слід приділити з'ясуванню ролі математики в сферах її застосувань. Зокрема, забезпечити засобами математики формування в учнів правильних уявлень про математичне моделювання та навчити школярів його застосуванню до розв'язування широкого кола прикладних задач, зокрема фізичних. Вивчаючи математику в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї — до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі у межах побудованої

моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язку задачі та його застосування до вихідної ситуації.

Збільшення навчального часу на вивчення алгебри і початків аналізу, порівняно з академічним рівнем, дає можливість поглибити як математичний, так і профільний рівні навчання за рахунок включення до програми окремих питань математичного та фізичного змісту, а також прикладних задач зі сфери техніки, енергетики, ядерної фізики, екології, економіки тощо, методи розв'язування яких спираються на вивчений матеріал.

Для курсу «Алгебра і початки аналізу» однією з провідних змістових ліній навчання є функціональна. Тому у процесі навчання слід приділити особливу увагу функціональній спрямованості цього курсу. Поняття функції доцільно трактувати з теоретико-множинних позицій. Це дасть можливість більш чіткого визначення багатьох математичних понять. Дослідження властивостей функцій у тій чи іншій формі має супроводжувати вивчення математики протягом усього навчання. При цьому слід постійно звертати увагу учнів на зв'язок таких понять, як функція, рівняння, нерівність. Зокрема, необхідно добиватись від учнів розуміння того, що розв'язання рівняння $f(x) = 0$ та нерівності $f(x) > 0$ є окремими випадками задачі дослідження функції $y = f(x)$ (знаходження нулів функції та проміжків її знакосталості).

При вивченні функцій слід зробити наголос на моделюванні реальних процесів. В уявленні учнів характер реального процесу має асоціюватись із відповідною функцією, її графіком, властивостями. Наприклад, змінювання маси радіоактивної речовини має викликати в учнів уявлення про функцію $m = m_0 e^{-kt}$ ($k > 0$). Важливо, щоб притаманні явищу властивості (наприклад, зменшення чи збільшення маси, розпад речовини з часом) пов'язувались із властивостями функцій (спадання, зростання, прямування до нуля, коли $t \rightarrow \infty$). Доцільно особливу увагу приділити показниковій функції, яка широко використовується при моделюванні процесів і явищ навколишнього світу.

Одним із головних завдань вивчення математики в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів є розвиток графічної культури учнів, що зумовлено практичними потребами — робота з графіками, діаграмами, рисунками займає значне місце в діяльності спеціаліста технічного та природничого профілів. Тому особливу увагу при вивченні функцій слід приділити формуванню в учнів умінь встановлювати властивості функції за її графіком, будувати ескізи графіків функцій, заданих аналітичним виразом, у формі таблиці або за експериментально визначеними даними, а також виконувати геометричні перетворення графіків. Необхідно навчити учнів за графіком функції встановлювати її неперервність, точки розриву, проміжки зростання та спадання, знакосталості, найбільше та найменше значення.

До поняття похідної приводять багато задач природознавства, математики, техніки. Тому його доцільно вводити як узагальнення результатів розв'язання відповідних прикладних задач. Це одразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприймання. При формуванні поняття похідної слід виробляти розуміння того, що похідна моделює не лише швидкість механічного руху, а й швидкість зміни будь-якого процесу з часом (наприклад, швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування тощо). Одночасне вивчення фізичного та геометричного змісту похідної дає можливість показати учням зв'язок між швидкістю протікання процесу та «крутизною» його графіка.

Вивчення теми «Інтеграл та його застосування» починається з розгляду сукупності первісних даної функції. Особливо захоплюватись постановкою в учнів техніки інтегрування не варто. Формування технічних навичок інтегрування не повинно підмінювати використання інтегралів при моделюванні реальних процесів.

Поняття ймовірності доцільно формувати на основі статистичного визначення. При цьому слід звернути увагу на умову статистичної стійкості дослідів, навести приклади виявлення статистичних закономірностей. Бажано приділити увагу пропедевтиці понять вибірки, однорідності статистичного матеріалу.

Значне місце в програмі приділено розв'язуванню задач з параметрами. У процесі розв'язування таких задач до арсеналу прийомів та методів мислення школярів природно включаються аналіз, індукція та дедукція, узагальнення та конкретизація, класифікація та систематизація, аналогія. Ці задачі дозволяють перевірити рівень знання основних розділів шкільного курсу математики, рівень логічного мислення учнів, початкові навички дослідницької діяльності. Тому завдання з параметрами мають діагностичну та прогностичну цінність.

Вивчення геометрії у класах математичного та фізико-математичного профілів передбачається за традиційною методикою.

Система завдань для класів математичного та фізико-математичного профілів має містити тренувальні вправи, теоретичні (на доведення та дослідження) і прикладні завдання різного ступеня складності.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю та корекції знань. Поряд із цим ширше, ніж при вивченні курсу математики на академічному рівні, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (динамічні слайд-лекції, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», математичні «бої», інтегровані уроки математики і фізики, поєднання вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою (у тому числі комп'ютерною) даних, одержаних під час проведення лабораторних

і практичних робіт на уроках фізики, астрономії, хімії, біології тощо. Можливі й різні форми індивідуальної або групової діяльності учнів, такі, наприклад, як звітні доповіді за результатами «пошукової» роботи на сторінках книг, журналів, сайтів в Інтернеті, «Допишемо підручник» тощо. Бажаним є залучення до участі у навчальному процесі викладачів вищих навчальних закладів, учених та спеціалістів.

Вибір фізико-математичного або математичного профілю навчання передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу кожного учня до математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов'язаної з нею. Незважаючи на це, мотиваційний етап навчального процесу в таких класах не можна ігнорувати. Одним зі способів мотивації, які доцільно використовувати у математичних та фізико-математичних класах, є створення проблемної ситуації. Така ситуація може бути досить складною, вимагати серйозних математичних знань та значних зусиль для її розв'язування. При спробі знайти спосіб розв'язування проблеми учні стикаються з недостатністю наявних у них математичних знань та необхідністю оволодіння новою предметною інформацією.

Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів сприяють дібрані в системі різноманітні складні задачі з достатнім евристичним навантаженням, пов'язаний з темою історичний матеріал. Ефективним мотиваційним засобом є використання багатопрофільного подання предметного змісту математики: навчання, наприклад, математичному моделюванню може здійснюватися не тільки на уроках математики, а й у процесі навчання усім природничим предметам.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання. При їх використанні доцільно дотримуватися таких педагогічних умов:

- враховувати особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси, нахили, індивідуальні відмінності учнів, форми їх прояву в сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- відповідні технології навчання мають бути варіативними, особистісно орієнтованими, коли знання, вміння та навички розглядаються не лише як самоціль, а й як засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей учня; виховують в учня здатність бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;
- забезпечувати цілісне психолого-методичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Підвищенню ефективності уроків математики в старших класах сприяє використання програмних засобів навчального призначення GRAN 1,

GRAN 2D, GRAN 3D, DG, бібліотек електронних наочностей та інших. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв'язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо.

Доцільною вбачається організація проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності учнів на уроках та позакласних і факультативних заняттях з математики.

Контроль навчальних досягнень учнів здійснюється у вигляді поточного, тематичного, семестрового, річного оцінювання та державної підсумкової атестації.

Поточне оцінювання здійснюється у процесі поурочного вивчення теми. Його основними завданнями є: встановлення й оцінювання рівнів розуміння і первинного засвоєння окремих елементів змісту теми, встановлення зв'язків між ними та засвоєним змістом попередніх тем, закріплення знань, умінь і навичок.

Формами поточного оцінювання є індивідуальне та фронтальне опитування; тестова форма контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів; робота з графіками, схемами, діаграмами; виконання учнями різних видів письмових робіт; взаємоконтроль учнів у парах і групах; самоконтроль тощо. Поточне оцінювання учнів з математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо. Інформація, отримана на підставі поточного контролю, є основою для коригування роботи вчителя на уроці.

Тематичному оцінюванню навчальних досягнень підлягають основні результати вивчення теми (розділу).

Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів забезпечує:

- усунення безсистемності в оцінюванні;
- підвищення об'єктивності оцінки знань, навичок і вмінь;
- індивідуальний та диференційований підхід до організації навчання;
- систематизацію й узагальнення навчального матеріалу;
- концентрацію уваги учнів до найсуттєвішого в системі знань з кожного предмета.

Тематична оцінка виставляється на підставі результатів опанування учнями матеріалу теми впродовж її вивчення з урахуванням поточних оцінок, різних видів навчальних робіт (практичних, лабораторних, контрольних) та навчальної активності школярів. У процесі вивчення значних за обсягом тем можливе проведення декількох проміжних тематичних оцінювань.

Перед початком вивчення чергової теми всі учні мають бути ознайомлені з тривалістю вивчення теми (кількість занять); кількістю й тематикою обов'язкових робіт і термінами їх проведення; критеріями оцінювання.

У класах математичного та фізико-математичного профілів ефективною є рейтингова система оцінювання, яка сприяє формуванню ключових компетентностей і створює можливості для:

- визначення рівня підготовленості учнів на кожному етапі навчального процесу;
- отримання об'єктивних показників щодо засвоєння знань та сформованості вмінь учнів не лише протягом навчального року, а й за весь період навчання у старшій школі;
- градації значущості балів, які отримують учні за виконання окремих видів робіт (самостійна, підсумкова, пошукова, дослідницька, участь у предметних та міжпредметних олімпіадах тощо);
- підвищення навчальної мотивації й відповідальності учнів;
- підвищення об'єктивності оцінювання.

Рейтингова система контролю знань не вимагає істотної перебудови навчального процесу, добре поєднується із заняттями в умовах особистісно орієнтованого навчання. Рейтингова технологія передбачає впровадження нових організаційних форм навчання, у тому числі спеціальних занять з корекції навчальних досягнень учнів. За результатами діяльності учня вчитель корегує його знання, вміння, способи навчально-пізнавальної діяльності, терміни, види та етапи різних форм контролю, забезпечує тим самим можливість самоуправління навчальною діяльністю старшокласниками.

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів

До навчальних досягнень учнів з математики, які підлягають оцінюванню, належать:

- теоретичні знання, що стосуються математичних понять, тверджень, теорем, властивостей, ознак, методів та ідей математики;
- знання, що стосуються способів діяльності, які можна подати у вигляді системи дій (правила, алгоритми);
- здатність безпосередньо здійснювати уже відомі способи діяльності відповідно до засвоєних правил, алгоритмів (наприклад, виконувати певне тотожне перетворення виразу, розв'язувати рівняння певного виду, виконувати геометричні побудови, досліджувати функцію на монотонність, розв'язувати текстові задачі розглянутих типів тощо);
- здатність застосовувати набуті знання і вміння до розв'язання навчальних і практичних задач, коли шлях, спосіб такого розв'язання потрібно попередньо визначити (знайти) самому.

При оцінюванні навчальних досягнень учнів мають враховуватися:

- характеристики відповіді учня: правильність, повнота, логічність, обґрунтованість, цілісність;
- якість знань: осмисленість, глибина, узагальненість, системність, гнучкість, дієвість, міцність;

- ступінь сформованості загальнонавчальних та предметних умінь і навичок;
- рівень володіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, класифікувати, узагальнювати, робити висновки тощо;
- досвід творчої діяльності (вміння виявляти проблеми та розв'язувати їх, формулювати гіпотези);
- самостійність оцінних суджень.

Відповідно до ступеня оволодіння зазначеними знаннями і способами діяльності виокремлюються чотири рівні навчальних досягнень учнів з математики: початковий, середній, достатній, високий.

Початковий рівень — учень (учениця) називає математичний об'єкт (вираз, формули, геометричну фігуру, символ), але тільки в тому випадку, коли цей об'єкт (його зображення, опис, характеристика) запропоновано йому (їй) безпосередньо; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання.

Середній рівень — учень (учениця) повторює інформацію, операції, дії, засвоєні ним (нею) у процесі навчання, здатний(а) розв'язувати завдання за зразком.

Достатній рівень — учень (учениця) самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях, вміє виконувати математичні операції, загальні методи і послідовність (алгоритм) яких йому (їй) знайомі, але зміст та умови виконання змінені.

Високий рівень — учень (учениця) здатний(а) самостійно орієнтуватися в нових для нього (неї) ситуаціях, складати план дій і виконувати його; пропонувати нові, невідомі йому (їй) раніше розв'язання, тобто його (її) діяльність має дослідницький характер.

Оцінювання якості математичної підготовки учнів здійснюється у двох аспектах: рівень оволодіння теоретичними знаннями та якість практичних умінь і навичок, здатність застосовувати вивчений матеріал під час розв'язування задач і вправ. Оцінювання здійснюється в системі поточного, тематичного контролю знань, коли бали виставляються за вивчення окремих тем, розділів та під час державної атестації.

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
I. Початковий	1	Учень (учениця) розпізнає один із кількох запропонованих математичних об'єктів (символів, виразів, геометричних фігур тощо), виділивши його серед інших; читає і записує числа, переписує даний математичний вираз, формулу; зображує найпростіші геометричні фігури (малює ескіз)

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
	2	Учень (учениця) виконує однокрокові дії з числами, найпростішими математичними виразами; впізнає окремі математичні об'єкти і пояснює свій вибір
	3	Учень (учениця) порівнює дані або словесно описані математичні об'єкти за їх суттєвими властивостями; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання
II. Середній	4	Учень (учениця) відтворює означення математичних понять і формулювання тверджень; називає елементи математичних об'єктів; формулює деякі властивості математичних об'єктів; виконує за зразком завдання обов'язкового рівня
	5	Учень (учениця) ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і правил виконання математичних дій прикладами з пояснень вчителя або підручника; розв'язує завдання обов'язкового рівня за відомими алгоритмами з частковим поясненням
	6	Учень (учениця) ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і правил виконання математичних дій власними прикладами; самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня з достатнім поясненням; записує математичний вираз, формулу за словесним формулюванням і навпаки
III. Достатній	7	Учень (учениця) застосовує означення математичних понять та їх властивості для розв'язування завдань у знайомих ситуаціях; знає залежності між елементами математичних об'єктів; самостійно виправляє вказані йому (їй) помилки; розв'язує завдання, передбачені програмою, без достатніх пояснень

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
	8	Учень (учениця) володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; розв'язує завдання, передбачені програмою, з частковим поясненням; частково аргументує математичні міркування й розв'язання завдань
	9	Учень (учениця) вільно володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; самостійно виконує завдання в знайомих ситуаціях із достатнім поясненням; виправляє допущені помилки; повністю аргументує обґрунтування математичних тверджень; розв'язує завдання з достатнім поясненням
IV. Високий	10	Знання, вміння й навички учня (учениці) повністю відповідають вимогам програми, зокрема: учень (учениця) усвідомлює нові для нього (неї) математичні факти, ідеї, вміє доводити передбачені програмою математичні твердження з достатнім обґрунтуванням; під керівництвом учителя знаходить джерела інформації та самостійно використовує їх; розв'язує завдання з повним поясненням і обґрунтуванням
	11	Учень (учениця) вільно і правильно висловлює відповідні математичні міркування, переконливо аргументує їх; самостійно знаходить джерела інформації та працює з ними; використовує набуті знання і вміння в незнайомих для нього (неї) ситуаціях; знає передбачені програмою основні методи розв'язування завдання і вміє їх застосувати з необхідним обґрунтуванням
	12	Учень (учениця) виявляє варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв'язання математичної проблеми; вміє узагальнювати й систематизувати набуті знання; здатний(а) розв'язувати нестандартні задачі та вправи

**ОРІЄНТОВНИЙ ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ВИВЧЕННЯ
АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЇ,
ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ**
(всього 630 год)

Алгебра і початки аналізу (всього 350 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10	1	Функції, многочлени, рівняння і нерівності	60
	2	Степенева функція	30
	3	Тригонометричні функції	30
	4	Тригонометричні рівняння і нерівності	35
		Систематизація та узагальнення, резервний час	20
		Разом:	175
11	5	Границя та неперервність функції. Похідна та її застосування	50
	6	Показникова та логарифмічна функції	25
	7	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	15
	8	Інтеграл та його застосування	25
	9	Рівняння, нерівності та їх системи. Узагальнення та систематизація	20
		Повторення курсу алгебри і початків аналізу	35
		Резервний час	5
	Разом:	175	

Геометрія (всього 280 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10	1	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	28
	2	Вступ до стереометрії	12
	3	Паралельність прямих і площин у просторі	40
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	40
		Систематизація та узагальнення навчального матеріалу, резервний час	20
		Разом:	140
11	5	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі	32
	6	Многогранники	28
	7	Тіла обертання	20
	8	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	36
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	20
		Резервний час	4
		Разом:	140

**ОРІЄНТОВНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ,
ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ**

Алгебра і початки аналізу

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість контрольних робіт
10	1	Функції, многочлени, рівняння і нерівності	3
	2	Степенева функція	2
	3	Тригонометричні функції	2
	4	Тригонометричні рівняння і нерівності	2
		Систематизація та узагальнення	1
		Разом:	10
11	5	Границя та неперервність функції. Похідна та її застосування	3
	6	Показникова та логарифмічна функції	2
	7	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	1
	8	Інтеграл та його застосування	2
	9	Рівняння, нерівності та їх системи. Узагальнення та систематизація	1
		Повторення курсу алгебри і початків аналізу	1
		Разом:	10

**ОРІЄНТОВНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ,
ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ**

Геометрія

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість контрольних робіт
10	1	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	2
	2	Вступ до стереометрії	1
	3	Паралельність прямих і площин у просторі	2
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	2
		Систематизація та узагальнення навчального матеріалу	1
		Разом:	8
11	5	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі	2
	6	Многогранники	2
	7	Тіла обертання	1
	8	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	2
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	1
		Разом:	8

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

10-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
60	<p>Тема 1. ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Множини, операції над множинами. <i>Взаємно однозначна відповідність між елементами множин. Рівнопотужні множини. [Зліченні множини.]</i></p> <p>Числові множини. Множина дійсних чисел.</p> <p>Числові функції. Способи задання функцій. Область визначення і множина значень функції. Графік функції. Зростання і спадання, парність і непарність функцій, найбільше та найменше значення функції. Властивості і графіки основних видів функцій. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій.</p> <p>Рівносильні перетворення рівнянь. Рівняння-наслідки. Застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь.</p> <p>Рівносильні перетворення нерівностей. Метод інтервалів.</p> <p>Рівняння і нерівності, що містять знак модуля.</p> <p><i>Рівняння і нерівності з параметрами.</i></p> <p><i>Графік рівняння з двома змінними. Нерівність з двома змінними. Графік нерівності з двома змінними.</i></p> <p><i>Системи рівнянь і нерівностей.</i></p> <p><i>Ділення многочленів. Теорема Безу та наслідки з неї.</i></p> <p><i>Метод математичної індукції.</i></p>
30	<p>Тема 2. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ</p> <p>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості. Перетворення виразів з коренями n-го степеня.</p> <p>Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік.</p> <p>Ірраціональні рівняння. <i>Ірраціональні нерівності. [Системи ірраціональних рівнянь.]</i></p> <p>Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.</p> <p>Степенева функція, її властивості та графік.</p> <p>Оборотні функції. <i>Взаємно обернені функції.</i></p> <p><i>Ірраціональні рівняння, нерівності з параметрами. [Системи рівнянь та нерівностей з параметрами.]</i></p>

(175 год, 5 год на тиждень,
систематизація та узагальнення, резервний час — 20 год)

Навчальні досягнення учнів

Учень (учениця):

зображує на діаграмах або числовій прямій об'єднання і переріз множин та **ілюструє** поняття підмножини;

формулює означення підмножини, об'єднання і перерізу множин;

знаходить об'єднання і переріз числових множин;

користується різними способами задання функцій;

формулює означення числової функції, зростаючої та спадної функцій, парної та непарної функцій;

знаходить область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;

встановлює за графіком функції її властивості;

виконує і пояснює перетворення графіків функцій;

досліджує функції і **використовує** одержані результати при побудові графіків функцій;

застосовує властивості функцій та многочленів до розв'язування рівнянь і нерівностей;

описує зміст понять «рівняння-наслідок» і «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей»; **використовує** їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей;

розв'язує нерівності за допомогою методу інтервалів; рівняння і нерівності, які містять знак модуля і параметри;

будує складні графіки рівнянь та нерівностей із двома змінними;

користується методом математичної індукції для доведення тверджень.

Учень (учениця):

формулює означення кореня n -го степеня, арифметичного кореня n -го степеня, степеня з раціональним показником, властивості коренів та степеня з раціональним показником;

обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять корені та степені з раціональними показниками;

зображує графік степеневих функцій;

розв'язує ірраціональні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами;

застосовує властивості функцій до розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
30	<p>Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ</p> <p>Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій.</p> <p>Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму, <i>формули пониження степеня, формули потрібного аргументу, формули половинного аргументу. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу.</i></p>
35	<p>Тема 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь.</p> <p><i>Тригонометричні нерівності. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції.</i></p>
20	Систематизація та узагальнення, резервний час

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
50	<p>Тема 5. ГРАНИЦЯ ТА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p><i>Границя послідовності. Основні теореми про границі послідовностей.</i></p> <p><i>Границя функції в точці.</i></p> <p><i>Основні теореми про границі функції в точці.</i></p> <p><i>Неперервність функції в точці і на проміжку.</i></p> <p><i>Властивості неперервних функцій. Точки розриву функції.</i></p> <p><i>[Поняття границі функції на нескінченності. Нескінченно велика функція в точці.]</i></p>

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки;</p> <p>встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі;</p> <p>обчислює значення тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень;</p> <p>формулює означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; властивості періодичних функцій;</p> <p>будує графіки періодичних функцій;</p> <p>ілюструє властивості періодичних функцій за допомогою графіків;</p> <p>перетворює тригонометричні вирази.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення обернених тригонометричних функцій;</p> <p>обґрунтовує формули коренів тригонометричних рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$;</p> <p>розв'язує тригонометричні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами.</p>

(175 год, 5 год на тиждень, резервний час — 5 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення границі послідовності і границі функції в точці; неперервності функції;</p> <p>формулює основні властивості границі функції та використовує їх для знаходження границь заданих функцій;</p> <p>пояснює геометричний і фізичний зміст похідної;</p> <p>формулює означення похідної функції в точці, правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, необхідні й достатні умови екстремуму функції;</p> <p>знаходить кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в даній точці;</p> <p>знаходить похідні функцій;</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
	<p><i>[Вертикальні та горизонтальні асимптоти графіка функції.]</i> <i>[«Чудові граници».]</i></p> <p>Задачі, які приводять до поняття похідної.</p> <p>Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції. Правила диференціювання: похідна суми, добутку і частки функцій. Складена функція. Похідна складеної функції.</p> <p><i>Похідні степеневі та тригонометричних функцій.</i></p> <p>Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.</p> <p><i>Застосування похідної для розв'язування рівнянь та доведення нерівностей.</i></p> <p><i>Друга похідна. Поняття опуклості функції. Точки перегину.</i></p> <p><i>Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину.</i></p> <p><i>Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків. Асимптоти графіка функції.</i></p> <p>Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту.</p>
25	<p>Тема 6. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ</p> <p><i>Степінь із дійсним показником. Показникова функція.</i></p> <p>Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція.</p> <p>Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності <i>та їх системи, зокрема з параметрами.</i></p> <p>Похідні показникової та логарифмічної функцій.</p> <p><i>Застосування показникової та логарифмічної функцій у прикладних задачах.</i></p>
15	<p>Тема 7. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ</p> <p>Випадкова подія. Відносна частота події.</p> <p>Ймовірність події.</p> <p>Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. <i>Перестановки, розміщення, комбінації.</i></p> <p>Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.</p>

Навчальні досягнення учнів

застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;
знаходить найбільше і найменше значення функції;
досліджує функції за допомогою похідної та **будує** графіки функцій;
розв'язує прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин;
застосовує результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та доведення нерівностей;
описує поняття опуклості та точки перегину функції;
застосовує другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину;
досліджує функції за допомогою першої та другої похідних і **використовує** одержані результати для побудови графіків функцій.

Учень (учениця):

формулює означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості;
формулює означення логарифма та властивості логарифмів;
будує графіки показникових і логарифмічних функцій;
перетворює вирази, які містять логарифми;
знаходить похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і **застосовує** їх до дослідження цих класів функцій;
розв'язує показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами.

Учень (учениця):

обчислює відносну частоту події;
обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами;
пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки;
знаходить числові характеристики вибірки даних.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
25	<p>Тема 8. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p>Первісна та її властивості. Таблиця первісних. <i>Невизначений інтеграл та його властивості.</i></p> <p>Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона — Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'ємів тіл.</p> <p>Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач.</p>
20	<p>Тема 9. РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ</p> <p><i>Методи розв'язування рівнянь з однією змінною (рівносильні перетворення, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо).</i></p> <p><i>Методи розв'язування нерівностей з однією змінною (рівносильні перетворення, метод інтервалів, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо).</i></p> <p><i>Системи рівнянь та методи їх розв'язування (рівносильні перетворення та використання рівнянь-наслідків, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо).</i></p> <p><i>Задачі з параметрами.</i></p>
35	Повторення курсу алгебри і початків аналізу
5	Резервний час

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення первісної і невизначеного інтеграла та їх основні властивості;</p> <p>описує поняття визначеного інтеграла;</p> <p>формулює властивості визначеного інтеграла;</p> <p>знаходить первісні та визначений інтеграл за допомогою правил знаходження первісних та перетворень.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розрізняє види рівнянь та їх систем, нерівностей та їх систем, методи розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем;</p> <p>обґрунтовує рівносильність виконаних перетворень;</p> <p>застосовує загальні методи та прийоми до розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем;</p> <p>розв'язує рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей з параметрами;</p> <p>за описами реальних ситуацій розв'язує задачі, моделями яких є відомі рівняння або системи рівнянь.</p>

ГЕОМЕТРІЯ**10-Й КЛАС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
28	<p>Тема 1. СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ</p> <p>Аксиоми планіметрії. Система опорних фактів курсу планіметрії. Геометричні і аналітичні методи розв'язування планіметричних задач.</p>
12	<p>Тема 2. ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ</p> <p>Основні поняття стереометрії. Аксиоми стереометрії та наслідки з них. Просторові геометричні фігури. <i>Початкові уявлення про многогранники.</i></p> <p><i>Найпростіші задачі на побудову перерізів многогранників.</i></p> <p><i>Поняття про аксіоматичний метод.</i></p>
40	<p>Тема 3. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні, мимобіжні прямі. <i>Ознака мимобіжних прямих.</i></p> <p>Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. <i>Ознака паралельності прямої та площини.</i></p> <p>Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. <i>Ознака паралельності площин. Існування площини, паралельної даній площині.</i> Властивості паралельних площин.</p> <p>Паралельне проектування, його властивості. <i>[Поняття про центральне проектування.] Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії.</i></p> <p><i>Задачі на побудову перерізів многогранників. Методи слідів і проекцій побудови перерізів.</i></p>
40	<p>Тема 4. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Перпендикулярність прямих у просторі.</p> <p>Перпендикулярність прямої та площини. <i>Ознака перпендикулярності прямої та площини.</i></p>

(140 год, 4 год на тиждень,
систематизація та узагальнення, резервний час — 20 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми планіметрії, властивості геометричних фігур;</p> <p>використовує вивчені в основній школі формули і властивості для розв'язування планіметричних задач.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми стереометрії;</p> <p>називає основні поняття стереометрії;</p> <p>наводить приклади просторових геометричних фігур;</p> <p>формулює аксіоми стереометрії та наслідки з них;</p> <p>пояснює застосування аксіом стереометрії до розв'язування геометричних і практичних задач;</p> <p>розв'язує задачі на побудову перерізів.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення паралельних і мимобіжних прямих, паралельних прямої і площини, паралельних площин; ознаки паралельності прямих і площин; властивості паралельних прямих і площин;</p> <p>класифікує взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі;</p> <p>знаходить і зображує паралельні прямі та площини на рисунках і моделях;</p> <p>будує зображення просторових фігур на площині;</p> <p>розв'язує задачі на застосування властивостей та ознак паралельності прямих і площин;</p> <p>застосовує метод слідів і проєкцій до побудови перерізів та розв'язування задач.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення перпендикулярних прямих у просторі, прямої, перпендикулярної до площини, перпендикулярних площин; властивості та ознаки перпендикулярних прямих і площин;</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
	<p>Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри.</p> <p>Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин.</p> <p>Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.</p> <p>Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, [від точки до фігури,] між паралельними площинами, між мимобіжними прямими, [між двома фігурами].</p> <p>Ортогональне проектування. Площа ортогональної проекції многокутника.</p> <p>Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.</p>
20	Систематизація та узагальнення навчального матеріалу, резервний час

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
32	<p>Тема 5. КООРДИНАТИ, ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ВЕКТОРИ У ПРОСТОРИ</p> <p>Прямокутна система координат у просторі. Відстань між точками. Координати середини відрізка. Поділ відрізка у даному відношенні.</p> <p>Вектори у просторі. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Компланарність векторів. Операції над векторами та їх властивості: додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний добуток векторів. Розкладання вектора за трьома некопланарними векторами. Кут між векторами.</p> <p><i>Рівняння площини, сфери.</i></p> <p><i>Застосування методу координат та векторів до розв'язування геометричних задач.</i></p> <p>Перетворення у просторі та їх властивості.</p>

Навчальні досягнення учнів
<p>обґрунтовує взаємозв'язок паралельності й перпендикулярності прямих і площин у просторі;</p> <p>використовує вивчені властивості та ознаки для розв'язування задач;</p> <p>обчислює відстані та кути у просторі.</p>

(140 год, 4 год на тиждень, резервний час — 4 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>користується аналогією між векторами на площині та у просторі;</p> <p>будує у просторовій прямокутній системі координат точки і вектори за їх координатами;</p> <p>записує формули відстані між точками, координат середини відрізка, скалярного добутку;</p> <p>виконує дії над векторами: знаходить суму і різницю векторів, добуток вектора на число, скалярний добуток векторів, обчислює кут між векторами;</p> <p>розпізнає рівняння площини і сфери;</p> <p>застосовує координати, вектори для розв'язування геометричних задач;</p> <p>наводить приклади перетворень у просторі та описує їх властивості.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
28	<p>Тема 6. МНОГОГРАННИКИ</p> <p>Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Многогранні кути. Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма. Пряма і правильна призми. Паралелепіпед. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильна піраміда. Площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди, <i>зрізаної піраміди</i>.</p> <p><i>Відношення площ поверхонь подібних многогранників.</i></p> <p>Правильні многогранники.</p>
20	<p>Тема 7. ТІЛА ОБЕРТАННЯ</p> <p>Тіла і поверхні обертання.</p> <p>Циліндр, конус, зрізаний конус, їх елементи. Перерізи циліндра і конуса: осьові перерізи циліндра і конуса; перерізи циліндра і конуса площинами, паралельними основі; <i>перерізи циліндра площинами, паралельними його осі; перерізи конуса площинами, які проходять через його вершину</i>). Площина, дотична до циліндра (конуса).</p> <p>Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Частини кулі (<i>сегмент, сектор, пояс</i>). Площина (<i>пряма</i>), дотична до сфери.</p> <p>Комбінації геометричних тіл.</p>
36	<p>Тема 8. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ</p> <p>Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів.</p> <p>Об'єми призми, паралелепіпеда, піраміди, <i>зрізаної піраміди</i>.</p> <p>Об'єми тіл обертання: циліндра, конуса, <i>зрізаного конуса</i>, кулі та її частин. <i>Відношення об'ємів подібних тіл</i>. Поняття про площу поверхні. Площі бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, <i>зрізаного конуса</i>. Площа сфери.</p>
20	<p>Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач</p>
4	<p>Резервний час</p>

Навчальні досягнення учнів	
	<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає основні види многогранників та їх елементи;</p> <p>формулює означення двогранного кута, лінійного кута двогранного кута, многогранного кута, многогранників, зазначених у змісті програми;</p> <p>обґрунтовує властивості многогранників, формули для обчислення площ бічної та повної поверхонь призми, піраміди, зрізаної піраміди;</p> <p>будує зображення многогранників та їх елементів, користуючись властивостями паралельного проектування;</p> <p>обчислює основні елементи многогранників;</p> <p>будує перерізи многогранників площинами;</p> <p>використовує вивчені формули і властивості для розв'язування задач.</p>
	<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає види тіл обертання та їх елементи;</p> <p>будує зображення тіл обертання, їх елементів, перерізів;</p> <p>обчислює основні елементи тіл обертання;</p> <p>обґрунтовує властивості тіл обертання, застосовує їх до розв'язування задач;</p> <p>розпізнає многогранники і тіла обертання у їх комбінаціях;</p> <p>розв'язує задачі на комбінацію просторових фігур.</p>
	<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює основні властивості об'ємів;</p> <p>записує формули для обчислення об'ємів паралелепіпеда, призми, піраміди, зрізаної піраміди, циліндра, конуса, зрізаного конуса; площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, зрізаного конуса, площі сфери;</p> <p>розв'язує задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, використовуючи: основні формули, розбиття тіл на простіші тіла.</p>

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Вступ

Програма призначена для організації навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики. Вона розроблена на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти з урахуванням особливостей відповідного профілю навчання.

Мета навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики полягає у забезпеченні рівня підготовки учнів з математики, необхідного для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, для подальшого вибору й успішного опанування професією, яка потребує високого рівня математичних знань, тобто за спеціальностями теоретичної та прикладної математики або спеціальностями тих галузей, які потребують розвиненого математичного апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів; у підготовці до навчання у вищому навчальному закладі з відповідним фаховим спрямуванням.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких **завдань**:

- формування в учнів уявлення про роль математики у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві й апарату наукового пізнання; створення стійкої позитивної мотивації до навчання;
- формування в учнів стійкого інтересу до предмета, виявлення і розвиток математичних здібностей;

- формування в учнів наукового світогляду, уявлення про формально-логічну побудову системи математичних знань, ідеї та методи математики, потреби в обґрунтуванні і формальному доведенні математичних фактів і знань;
- інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції;
- оволодіння учнями системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у майбутній професійній діяльності з урахуванням орієнтації учнів на спеціалізацію в галузях, які потребують поглибленого вивчення математики; засвоєння сучасного нотаційного апарату й мови математики в усній та письмовій формах;
- набуття математичних знань у їх діалектичній єдності з іншими науковими дисциплінами, що вивчаються в школі, встановлення міжпредметних і міждисциплінарних зв'язків;
- громадянське, екологічне, естетичне виховання та формування позитивних рис особистості, формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня.

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду і ставлень, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності насамперед у тих сферах, які потребують поглиблених знань з математики та навичок застосування розвиненого математичного апарату. Передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- засвоїв математичні знання, передбачені програмою, в їх логічній послідовності та взаємозв'язку, формулює і обґрунтовує відповідні теоретичні положення та вміє застосовувати їх до розв'язування практичних завдань;
- логічно мислить (аналізує, порівнює, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить приклади і контрприкладі, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристикami;
- визначає математичний апарат, потрібний для розв'язування конкретної задачі, укладає алгоритм розв'язування задачі і розв'язує її, користуючись набутими знаннями;
- виконує математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, наближені обчислення тощо), раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення;

- виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів при розв'язуванні різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач із застосуванням тригонометрії);
- аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;
- володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дозволяє досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки і розв'язувати нескладні прикладні задачі фізичного змісту;
- обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, вибирає оптимальні рішення;
- зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми);
- успішно застосовує засвоєні знання в прикладному аспекті, застосовує математичні моделі при вивченні оточуючого середовища, зокрема, в курсах фізики та інших навчальних предметів (інформатики, астрономії, хімії, біології, економіки тощо), розпізнає проблеми, які можна розв'язати математичними методами, формулює їх математичною мовою, досліджує та розв'язує ці проблеми, використовуючи математичні знання та методи, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження, виконує статистичне оброблення отриманих результатів;
- користується джерелами математичної інформації, може самостійно її відшукати, проаналізувати та передати інформацію, подану в різних формах (графічній, табличній, знаково-символьній);
- на основі зазначених вище знань і вмінь розробляє відповідні математичні моделі та постановку задачі для створення комп'ютерних програм і комп'ютерної обробки інформації.

Структура навчальної програми

Програма розрахована на 630 годин навчального часу, відведеного на вивчення математики в класах з поглибленим вивченням математики. Її матеріал розподілено за такими змістовими лініями: числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики; початки теорії ймовірностей та елементи математичної статистики; геометричні фігури; геометричні величини.

Зміст навчання математики структуровано за темами, що відповідають двом навчальним курсам «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» із

зазначенням послідовності тем та кількості годин на їх вивчення. Розподіл змісту і навчального часу є орієнтовним. Учителям і авторам підручників надається право коригувати послідовність вивчення тем та змінювати розподіл годин на вивчення тем (до 10 %) залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій. На основі орієнтовних тематичних планів учитель розробляє календарно-тематичний план, у якому конкретизується обсяг навчального матеріалу.

Програмою передбачено резерв навчального часу, а також години для повторення, узагальнення й систематизації вивченого матеріалу. Спосіб використання резервного часу вчитель може обрати самостійно: для повторення на початку навчального року матеріалу, який вивчався у попередніх класах; як додаткові години на вивчення окремих тем, якщо вони важко засвоюються учнями; для проведення інтегрованих з іншими предметами уроків тощо.

Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу і навчальні досягнення учнів. У змісті вказано навчальний матеріал, який підлягає вивченню у відповідному класі. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які також є і об'єктом контролю та оцінювання.

У пропонованих програмах, з метою забезпечити для учнів можливість зміни рівня навчання математики в 10–11 класах, збережено ті ж самі теми та послідовність їх вивчення, що й у програмі академічного рівня. Слід зазначити, що у випадку втрати в учня інтересу до математики програма і розроблені на її основі навчальні курси мають передбачати можливість безболісного переходу до вивчення предмета в рамках загальноосвітнього курсу.

Зміст навчального матеріалу порівняно зі змістом загальноосвітнього курсу доповнено, а перелік навчальних досягнень учнів конкретизовано й уточнено згідно з вимогами, що відповідають поглибленому рівню вивчення математики.

Складові частини поглибленого вивчення математики органічно включені до загальноосвітнього курсу з метою поглиблення набутих в основному курсі знань, а також розширення кола розглядуваних задач; також розширено і поглиблено вивчення властивостей об'єктів, що вивчаються в основному курсі. Розглядаються додаткові методи для розв'язування задач на базі теоретичного матеріалу, поданого в основному курсі. До поглибленого курсу включено кілька тем, які в загальноосвітньому курсі не вивчаються взагалі або вивчаються на рівні означень і найелементарніших понять. Ряд тем поглибленої програми містять обґрунтування тих відомостей, які в загальноосвітньому курсі подаються без обґрунтувань.

Програма передбачає можливість рівневого поглиблення при вивченні матеріалу.

У частині «Зміст навчального матеріалу» зміст програми для загальноосвітніх навчальних закладів оформлений прямим шрифтом, а навчальний матеріал, який вивчається у класах з поглибленим рівнем математики, — курсивом.

Додаткові питання і теми (тобто частина навчального матеріалу, що подана у квадратних дужках) не є обов'язковими для вивчення і не виносяться для тематичного контролю. Це дозволяє вчителю залежно від конкретних умов і можливостей класу варіювати об'єм матеріалу, який вивчається, і відповідно ступінь поглиблення і розширення курсу.

Особливості організації навчання в класах з поглибленим вивченням математики

Організація навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня.

Вивчення математики у класах з поглибленим вивченням математики передбачає поглиблену, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в органічному поєднанні з міжпредметною інтеграцією на основі застосування математичних методів (зокрема, методу математичного моделювання). Принциповою відмінністю мети навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики є те, що учні мають бути орієнтовані на подальшу діяльність у сфері розвитку математичної науки (як теоретичної, так і прикладної), створення нових прийомів, моделей і алгоритмів, у тому числі й в аспекті прикладного застосування математичного апарату, тоді як для учнів інших профілів навчання провідною метою є навчання вибору і застосуванню методів існуючого математичного апарату.

Тому математична підготовка у класах з поглибленим вивченням математики повинна мати багатостороннє спрямування: на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань курсу математики (теоретичний аспект), на формування вмінь застосування їх в прикладному аспекті (моделювання реальних процесів, застосування до розв'язування прикладних задач), на побудову зв'язку математичного апарату і відповідних комп'ютерних технологій. Провідним є формування в учнів ставлення до математики не лише як до окремої галузі загальноосвітніх знань, а як до провідного методу наукового пізнання. Курс математики відрізняється від академічного не стільки обсягом навчального матеріалу, який мають опанувати учні, скільки рівнем його обґрунтованості, абстрактності, загальності в поєднанні з прикладною спрямованістю.

Для учнів класів з поглибленим вивченням математики доцільно одночасно з вивченням відповідних моделей і методів у курсі математики включати широке і системне застосування засвоєних методів математичного моделювання до курсів природничих предметів. Це стосується введення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру прикладів та ілюстрацій, доведень, побудови системи вправ і завдань, визначення системи контролю. Такий підхід, з одного боку, сприятиме кращому розумінню учнями значення математики як науки, усвідомленню ними універсальності математичних знань, необхідності повнішого і свідомого володіння математичними методами, а з іншого — формуванню у школярів природничих знань як цілісної системи.

Старшокласники повинні навчитись отримувати нові знання (у найрізноманітніших формах), застосовувати математику як інструмент для розв'язування прикладних задач. Для реалізації цього принципу доцільно вводити такі форми роботи з учнями:

- систему факультативів та елективних курсів, орієнтованих на різні типи мислення (насамперед образного, прикладного, теоретичного), на розвиток різних видів діяльності, формування критичного стилю мислення;
- організацію самостійної дослідницької роботи учнів, системи індивідуальних завдань, спрямованих на розвинення математичних здібностей учнів, їхнього інтересу до застосувань математики;
- організацію (у межах варіативного компонента навчального плану) професійно-орієнтованої практики старшокласників;
- участь у роботі Малої академії наук, у ході якої учні досягають певних самостійних дослідницьких та/або прикладних результатів і набувають навичок доповідати про одержані результати перед зацікавленою аудиторією.

З метою створення необхідних умов для більш повної реалізації освітньої, розвивальної та виховної складових навчання математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів, у класах з поглибленим вивченням математики може бути використаний потужний потенціал варіативної складової навчального плану, яка передбачає проведення факультативів, курсів за вибором (елективних курсів). Ці курси, як правило, складаються з невеликих за змістом навчальних модулів, ураховують різноманіття інтересів і можливостей учнів, поглиблюють та розширюють основний курс математики відповідно до обраного профілю навчання. З одного боку, елективні курси покликані допомогти учневі переконатися в правильності професійного вибору, сприяти формуванню у старшокласників професійно важливих якостей особистості, мотивувати їхнє самовиховання та вибір професії, з іншого — слугувати розвитку в школярів прикладних математичних знань та вмій їх застосування в тих чи інших сферах діяльності,

знайомити учнів з основами майбутніх професійних знань. Наприклад, такі курси: «Застосування математичних моделей у розв'язуванні задач фізики», «Математичні основи економічних знань», «Методи математичної статистики у сучасній біології», «Основи наукової діяльності» тощо.

При встановленні міжпредметних зв'язків і укладанні елективних курсів слід також ураховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загальнонавчальних і соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

Навчання в класі з поглибленим вивченням математики передбачає істотне збільшення частки самостійної пізнавальної та практичної діяльності учнів. При цьому основна функція вчителя полягатиме у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі школярам в актуалізації необхідних знань, отриманих ними раніше. Іншими словами, вчитель покликаний не стільки вчити школярів математиці, скільки створювати такі навчальні ситуації, в яких в учня формується потреба в здобутті певних математичних знань, провідною стає пізнавальна мотивація, за якої самі учні самостійно чи у співробітництві один з одним (або з учителем) опановують систему математичних знань, умінь та навичок.

Рекомендації щодо роботи з програмою

Навчання в класах з поглибленим вивченням математики має враховувати мету і завдання вивчення курсу, особливості його змісту і структури. Сформульовані у програмі навчальні досягнення учнів до кожної теми полегшать вчителю планування цілей і завдань уроків, дадуть змогу визначити адекватні технології проведення занять, поточного і тематичного оцінювання. Методичні підходи до навчання добираються відповідно до рівня підготовленості учнів, особливостей їх розумової діяльності, а також реальних умов навчання.

В основу формування змісту програми покладені такі принципи:

- наступність у навчанні математики між різними ланками математичної освіти, а саме з допрофільним навчанням математики в молодших класах і середній школі і поглибленим вивченням математики у 8–9 класах;
- збереження традицій вітчизняної методичної школи та накопиченого досвіду підготовки випускників спеціалізованих шкіл з поглибленим вивченням математики;
- забезпечення високого рівня теоретичної математичної підготовки як основи професійної підготовки, вироблення здатності успішно працювати в галузях математичних, комп'ютерних і природничих наук, самостійно здобувати знання;

- формування необхідних загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей на основі цілеспрямованої реалізації міжпредметних зв'язків, зокрема предметів природничо-наукового циклу; математична та природничо-наукова підготовка мають становити цілісну систему та реалізовуватися на всіх рівнях засвоєння навчального матеріалу.

Математика займає особливе місце у системі знань людства, виконуючи роль універсального та потужного методу сучасної науки. Тому, крім забезпечення засвоєння учнями більш широкого порівняно із загальноосвітнім рівнем обсягу теоретичних знань, окрему увагу слід приділити формуванню поняття про прикладну та інструментальну роль математики в сферах її застосувань. Отже, збільшення навчального часу на вивчення математичних дисциплін, порівняно з академічним рівнем, має вирішити подвійну задачу: 1) розширити коло теоретичних питань, які вивчаються, і поглибити рівень їх вивчення; 2) сформувати навички застосування засвоєних теоретичних знань до розв'язування широкого кола прикладних задач.

Старшокласники мають засвоїти загальні принципи математичного моделювання, тобто усвідомити, що процес застосування математичних знань до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї — до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та його застосування до вихідної ситуації.

Необхідним підґрунтям для вивчення математики на поглибленому рівні є застосування апарату математичної логіки. Тому на початку 10 класу введено тему «Елементи математичної логіки», призначену для відпрацювання в учнів відповідного математичного апарату і навичок користування ним.

Для курсу «Алгебра і початки аналізу» однією з провідних змістових ліній навчання є функціональна. Тому у процесі навчання слід приділити особливу увагу функціональній спрямованості цього курсу. Поняття функції доцільно трактувати з теоретико-множинних позицій. Це дасть можливість більш чіткого визначення багатьох математичних понять. Дослідження властивостей функцій у тій чи іншій формі має супроводжувати вивчення математики протягом усього навчання. При цьому слід постійно звертати увагу учнів на зв'язок таких понять, як функція, рівняння, нерівність. Зокрема, необхідно добиватись від учнів розуміння того, що розв'язання рівняння $f(x)=0$ та нерівності $f(x)>0$ є окремими складовими задачами дослідження функції $y=f(x)$ (знаходження нулів функції та проміжків її знакосталості). На відміну від академічного рівня, глибоко вивчається

поняття границі функції в точці, неперервність функції, точки розриву, поняття границі функції на нескінченності. Розглядається числова послідовність як функція натурального аргументу, від чого здійснюється перехід до поняття границі числової послідовності, а через неї — пропедевтичний перехід до границі функції.

Програма передбачає вивчення тригонометричних функцій, степеневої, показникової, логарифмічної, введення поняття оберненої функції. При вивченні функцій слід зробити наголос на моделюванні реальних процесів, інтерпретації фізичного процесу як функції від змінної фізичної величини. Учні мають асоціювати характер реального процесу з відповідною функцією, її графіком, властивостями. Важливо, щоб притаманні явищу властивості пов'язувались із властивостями функцій (спадання, зростання, прямування до певної границі).

Поняття похідної слід розглядати в двоєдиному аспекті: як формальне математичне означення за допомогою границі і як узагальнення результатів розв'язання відповідних прикладних задач природознавства, математики, техніки. Це одразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприймання. Важливою є інтерпретація окремих характеристик певного процесу за допомогою похідної функції та похідних вищих порядків, класичним прикладом чого є зв'язок шлях — швидкість — прискорення. При формуванні поняття про фізичний і геометричний зміст похідної слід підкреслити, що похідна моделює не лише швидкість механічного руху, а й швидкість зміни будь-якого процесу з часом (наприклад швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування тощо). Одночасне вивчення фізичного та геометричного змісту похідної дає можливість показати учням зв'язок між швидкістю протікання процесу та характеристиками його графіка.

У класі з поглибленим вивченням математики значну увагу приділено використанню поняття і властивостей похідної для розв'язування задач, зокрема визначення властивостей функції, доведення тотожностей, розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.

Одним із важливих завдань курсу математики є розвиток графічної культури учнів, зокрема вміння графічного зображення та інтерпретації об'єктів, що вивчаються. Слід зауважити, що робота з графічними об'єктами є потужним інструментом як теоретичної математики, так і прикладної (графічне зображення об'єктів і процесів, робота з графіками, діаграмами, схемами). Тому особливу увагу при вивченні функцій слід приділити формуванню в учнів умінь встановлювати властивості функції за її графіком і навпаки, будувати ескізи графіків функцій, заданих різними способами — аналітично, описово, у формі таблиці, а також виконувати геометричні перетворення графіків. Необхідно навчити учнів установлювати

взаємозв'язок графіка функції та її властивостей — неперервність, точки розриву, проміжки зростання і спадання, знакосталості, опуклості, найбільше і найменше значення, точки максимуму, мінімуму, перегину, використовуючи для цього математичний апарат похідної та границь функції.

Зміст теми «Тригонометричні функції» в основному збігається з матеріалом загальноосвітнього курсу, поглиблення вивчення відбувається за рахунок впровадження ряду додаткових формул (пониження степеня, потрійних аргументів, половинних аргументів). Використання засвоєних знань відбувається в темі «Тригонометричні рівняння і нерівності», у якій подається великий діапазон методів розв'язування тригонометричних рівнянь, нерівностей та їх систем, у тому числі з параметрами.

Тема «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» присвячена формуванню в учнів відповідних понять і навичок їх використання. На відміну від академічного рівня, де поняття ймовірності зазвичай формується на основі статистичного визначення, у класі з поглибленим вивченням математики одночасно використовуються два підходи: класичне і статистичне означення ймовірності. Слід звернути увагу на відмінність як в теоретичному аспекті, так і в практичному застосуванні цих означень, розглянути умову статистичної стійкості дослідів, навести приклади виявлення статистичних закономірностей, для чого приділити увагу пропедевтиці понять вибірки, однорідності статистичного матеріалу. На основі зазначених теоретичних відомостей має бути здійснено перехід до понять математичної статистики, розгляду математичного апарату оброблення статистичних даних.

Вивчення теми «Інтеграл та його застосування» базується на розгляді сукупності первісних даної функції, які можливо трактувати як розв'язок диференціального рівняння $y' = f(x)$. На базі поняття інтегралу розглядаються основні теореми інтегрального числення і застосування поняття інтеграла для розв'язування прикладних задач, а від цього — формування певних навичок інтегрування. Проте шкільний курс математики не передбачає подальшого розвитку навичок техніки інтегрування.

Вивченням розділу «Комплексні числа» завершується одна з основних змістових ліній шкільного курсу математики — розвиток поняття числа. Тому його вивчення є важливим для створення в уяві учнів цілісної завершеної картини поняття числа. У результаті вивчення даного розділу учні мають усвідомити, що поняття комплексного числа є найбільш загальним поняттям числа, яке поступово формувалося в них протягом усіх років навчання у школі (від натурального і до комплексного). Цей розділ доцільно вивчати у тісному зв'язку з розв'язуванням рівнянь вищих степенів (алгебра); паралельністю та перпендикулярністю прямих, перетвореннями площини (геометрія) тощо.

Значне місце в програмі приділено розв'язуванню задач з параметрами. У ході розв'язування таких задач до арсеналу прийомів і методів мислення школярів природно включаються аналіз, індукція та дедукція, узагальнення та конкретизація, класифікація та систематизація, аналогія. Ці задачі дозволяють перевірити рівень знання основних розділів шкільного курсу математики, рівень логічного мислення учнів, початкові навички дослідницької діяльності. Тому завдання з параметрами мають діагностичну та прогностичну цінність.

Зміст навчальної програми вивчення геометрії у класах з поглибленим вивченням математики в цілому збігається з програмою для загальноосвітніх класів. Поглиблене вивчення курсу забезпечується в основному за рахунок таких напрямів.

Перший напрям — розповсюдження понять, які вивчаються, на більш широкий перелік геометричних об'єктів. Значну увагу приділено побудові перерізів многогранників, тіл обертання. Розглядаються зрізані геометричні тіла (конус, піраміда, частини кулі) та їх властивості, обчислення їх об'єму та площі поверхні.

Другий напрям — застосування розширеного переліку методів. Наприклад, крім паралельного проектування розглядається центральне. Вводиться метод слідів і проекцій.

Третій напрям — обґрунтування і доведення ряду положень, які в загальноосвітньому курсі залишаються без доведень.

Четвертий напрям — для розв'язування пропонується великий набір задач підвищеної складності, які передбачають одночасне застосування математичного апарату з різних галузей курсу математики. Значну увагу приділено методу координат, методу векторів, рівнянням геометричних тіл.

Таким чином, створюється математичний апарат для вивчення у вищому навчальному закладі відповідних розділів вищої математики.

Система завдань для класів з поглибленим вивченням математики має містити тренувальні вправи, теоретичні (на доведення та дослідження) і прикладні завдання різного ступеня складності.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв'язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю і корекції знань.

Поряд із цим ширше, ніж при вивченні курсу математики на академічному рівні, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (динамічні слайд-лекції, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», «математичні бої», інтегровані уроки математики і фізики, поєднання вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою (у тому числі комп'ютерною) даних, одержаних під час проведення лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, астрономії,

хімії, біології, формулювання на підставі вивченого матеріалу практичних завдань для виконання на уроках інформатики тощо.

Доцільною вбачається організація проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності учнів на уроках та на позакласних і факультативних заняттях з математики.

Можливі й різні форми індивідуальної або групової діяльності учнів, такі, наприклад, як звітні доповіді за результатами «пошукової» роботи на сторінках книг, журналів, сайтів в Інтернеті, «Допишемо підручник», самостійна робота учнів із журналами «Квант», «У світі математики» тощо. За результатами індивідуальної роботи бажано організувати подальший обмін отриманими результатами.

Рекомендується залучення учнів класів з поглибленим вивченням математики до участі в математичних олімпіадах різного рівня і різних організаційних засад (Всеукраїнські олімпіади, міжнародні олімпіади з вільним доступом на кшталт «Кенгуру», олімпіади, які організуються окремими навчальними закладами тощо), у роботі Малої академії наук. Також слід заохочувати учнів до участі в конкурсній і олімпіадній діяльності з інших предметів, для яких математика відіграє роль інструментарію (фізика, інформатика).

Бажаним є залучення до участі у навчальному процесі викладачів вищих навчальних закладів, учених та спеціалістів. Також цінним для профорієнтаційної роботи є встановлення контактів із вищими навчальними закладами відповідного профілю; у випускному класі учні можуть паралельно з навчанням відвідувати підготовчі курси вищих навчальних закладів.

Вибір математичного профілю навчання передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу кожного учня до математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов'язаної з нею. Незважаючи на це, мотиваційний етап навчального процесу в таких класах не можна ігнорувати. Одним зі способів мотивації, які доцільно використовувати у класах з поглибленим вивченням математики, є створення проблемної ситуації. Така ситуація може бути досить складною, вимагати серйозних математичних знань та значних зусиль для її розв'язування. При спробі знайти спосіб розв'язування проблеми учні стикаються з недостатністю наявних у них математичних знань та необхідністю оволодіння новою предметною інформацією.

Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів сприяють дібрані в системі різноманітні складні задачі з достатнім евристичним навантаженням, пов'язаний з темою історичний матеріал. Ефективним мотиваційним засобом є використання багатопрофільного подання предметного змісту математики: для учнів класів з поглибленим вивченням математики навчання математичному моделюванню бажано здійснювати не тільки на уроках математики, а й у процесі навчання усім природничим предметам.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання. При їх використанні доцільно дотримуватися таких педагогічних умов:

- враховувати особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси, нахили, індивідуальні відмінності учнів, форми їх прояву в сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- відповідні технології навчання мають бути варіативними, особистісно орієнтованими; знання, уміння та навички мають розглядатися не лише як самоціль, а й як засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей учня; виховувати в учня здатність бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;
- забезпечувати цілісне психолого-методичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Підвищенню ефективності уроків математики в старших класах сприяє використання всесвітньої мережі Інтернет, різноманітних програмних засобів навчального призначення, бібліотек електронних наочностей, офісних і спеціалізованих пакетів (наприклад, MsOffice, AutoCAD, MathCAD, MAPLE та інших). За їх допомогою більш наочним стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв'язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо. Проте слід знайти виважену границю щодо оптимального обсягу застосування цих засобів. Слід усвідомлювати, що зазначені інформаційні технології слугують лише допоміжним елементом пошуку інформації, її наочного подання або урізноманітнення навчальних завдань. Не слід надто захоплюватись уміннями вільно оперувати зазначеними програмно-технічними засобами на шкоду основному завданню вивчення математики — відпрацюванню в учнів відповідних навичок мислення.

Слід окремо зупинитись на індивідуальному підході до учнів. У класах з поглибленим вивченням математики значний відсоток учнів опановує програму на високому рівні. Учні з високими здібностями і високим рівнем прагнень потребують більшого навантаження і складніших завдань, надання їм можливості додаткових занять і матеріалу поглибленої складності для опрацювання. У роботі з такими учнями учитель має використовувати відповідну навчальну і методичну літературу, збірки завдань математичних олімпіад різних рівнів, а також заохочувати учнів до самостійного пошуку й опрацювання матеріалу відповідного змісту і ступеню складності. Водночас для учнів з високими (проте не видатними) і середніми здібно-

стями, зокрема тих, які вбачають свою подальшу фахову діяльність у прикладній математиці та в дисциплінах, у яких математичні знання носять інструментальний характер, слід зосередити увагу на прикладному аспекті засвоєних знань, на міжпредметних зв'язках тощо.

Контроль навчальних досягнень учнів здійснюється у вигляді поточного, тематичного, семестрового, річного оцінювання та державної підсумкової атестації.

Поточне оцінювання здійснюється у процесі поурочного вивчення теми. Його основними завданнями є: встановлення й оцінювання рівнів розуміння і первинного засвоєння окремих елементів змісту теми, встановлення зв'язків між ними та засвоєним змістом попередніх тем, закріплення знань, умінь і навичок.

Формами поточного оцінювання є індивідуальне та фронтальне опитування; тестова форма контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів; робота з графіками, схемами, діаграмами; виконання учнями різних видів письмових робіт; взаємоконтроль учнів у парах і групах; самоконтроль тощо. Поточне оцінювання учнів з математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо. Інформація, отримана на підставі поточного контролю, є основою для коригування роботи вчителя на уроці з класом в цілому і для уточнення змісту індивідуальної роботи окремих учнів.

Тематичному оцінюванню навчальних досягнень підлягають основні результати вивчення теми (розділу).

Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів забезпечує:

- усунення безсистемності в оцінюванні;
- підвищення об'єктивності оцінки знань, навичок і вмінь;
- індивідуальний та диференційований підхід до організації навчання;
- систематизацію й узагальнення навчального матеріалу;
- концентрацію уваги учнів до найсуттєвішого в системі знань з кожного предмета.

Тематична оцінка виставляється на підставі результатів опанування учнями матеріалу теми впродовж її вивчення з урахуванням поточних оцінок, різних видів навчальних робіт (практичних, самостійних, контрольних) і навчальної активності школярів. У процесі вивчення значних за обсягом тем можливе проведення декількох проміжних тематичних оцінювань.

Перед початком вивчення чергової теми всі учні мають бути ознайомлені з тривалістю вивчення теми (кількість занять); кількістю й тематикою обов'язкових робіт і термінами їх проведення; критеріями оцінювання.

У класах з поглибленим вивченням математики, які передбачають продовження подальшого навчання учнів у вищих навчальних закладах, доцільним є впровадження рейтингової системи оцінювання, яка сприяє формуванню ключових компетентностей і створює можливості для:

- визначення рівня підготовленості учнів на кожному етапі навчального процесу;
- отримання об'єктивних показників щодо засвоєння знань та сформованості умінь учнів не лише протягом навчального року, а й за весь період навчання у старшій школі;
- градації значущості балів, які отримують учні за виконання окремих видів робіт (самостійна, підсумкова, пошукова, дослідницька, участь в предметних і міжпредметних олімпіадах тощо);
- підвищення навчальної мотивації й відповідальності учнів;
- підвищення об'єктивності оцінювання;
- закладення підґрунтя для опанування організаційних форм навчання у вищих навчальних закладах, оцінювання роботи студентів, які виконуються з дотриманням засад Болонської системи.

Рейтингова система контролю знань не вимагає істотної перебудови навчального процесу, добре поєднується із заняттями в умовах особистісно орієнтованого навчання. Рейтингова технологія передбачає впровадження нових організаційних форм навчання, у тому числі індивідуальних занять з учнями відповідно до рівня їх навчальних досягнень і прагнень. За результатами діяльності учня вчитель корегує його знання, вміння, способи навчально-пізнавальної діяльності, терміни, види та етапи різних форм контролю, забезпечуючи тим самим можливість самоуправління навчальною діяльністю старшокласниками і створюючи найбільш оптимальну програму засвоєння знань для кожного конкретного учня.

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів

До навчальних досягнень учнів з математики, які підлягають оцінюванню, належать:

- теоретичні знання, що стосуються математичних понять, тверджень, теорем, властивостей, ознак, методів та ідей математики;
- знання, що стосуються способів діяльності, які можна подати у вигляді системи дій (правила, алгоритми);
- здатність безпосередньо здійснювати уже відомі способи діяльності відповідно до засвоєних правил, алгоритмів (наприклад, виконувати певне тотожне перетворення виразу, розв'язувати рівняння певного виду, виконувати геометричні побудови, досліджувати функцію, розв'язувати текстові задачі розглянутих типів тощо);

- здатність застосовувати набуті знання і вміння для розв'язання навчальних і практичних задач, коли шлях, спосіб такого розв'язання потрібно попередньо визначити (знайти) самому.

При оцінюванні навчальних досягнень учнів мають ураховуватися:

- характеристики відповіді учня: правильність, повнота, логічність, обґрунтованість, цілісність;
- якість знань: осмисленість, глибина, узагальненість, системність, гнучкість, дієвість, міцність;
- ступінь сформованості загальнонавчальних і предметних умінь та навичок;
- рівень володіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, класифікувати, узагальнювати, робити висновки тощо;
- досвід творчої діяльності (вміння виявляти проблеми та розв'язувати їх, формулювати гіпотези).

Відповідно до ступеня оволодіння зазначеними знаннями і способами діяльності виокремлюються чотири рівні навчальних досягнень учнів з математики: початковий, середній, достатній, високий. Природно, що в класах з поглибленим вивченням математики вимоги щодо відповідності знань учнів певному рівню навчальних досягнень є дещо вищими, ніж для загальноосвітніх класів.

Оцінювання якості математичної підготовки учнів здійснюється у двох аспектах: рівень оволодіння теоретичними знаннями та якість практичних умінь і навичок, здатність застосовувати вивчений матеріал під час розв'язування задач і вправ. Оцінювання здійснюється в системі поточного, тематичного контролю знань, коли бали виставляються за вивчення окремих тем, розділів і під час державної атестації.

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
I. Початковий	1	Учень (учениця) формулює означення математичних об'єктів, передбачених програмою, і розпізнає їх
	2	Учень (учениця) формулює основні математичні твердження (теореми і властивості), а також виконує дії з числами і найпростішими алгебраїчними виразами
	3	Учень (учениця) виконує за допомогою вчителя завдання алгоритмічного характеру

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
II. Середній	4	Учень (учениця) виконує завдання обов'язкового рівня, самостійно виправляє вказані йому (їй) помилки
	5	Учень (учениця) самостійно виконує завдання середнього рівня з частковими поясненнями, достатньою мірою володіє теоретичним матеріалом
	6	Учень (учениця) доводить основні теореми, передбачені програмою, розв'язує завдання середнього рівня, наводячи достатні пояснення
III. Достатній	7	Учень (учениця) використовує вивчений теоретичний матеріал для розв'язування завдань достатнього рівня, самостійно виправляє допущені помилки
	8	Учень (учениця) повною мірою володіє навчальним матеріалом, визначеним програмою, розв'язує завдання, передбачені програмою, обґрунтовує математичні міркування при розв'язуванні завдань
	9	Учень (учениця) вільно володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; самостійно виконує завдання у знайомих ситуаціях із достатнім поясненням; виправляє допущені помилки; повністю аргументує обґрунтування математичних тверджень; розв'язує завдання з достатнім поясненням
IV. Високий	10	Знання, вміння й навички учня (учениці) повністю відповідають вимогам програми, зокрема: учень (учениця) усвідомлює нові для нього (неї) математичні факти, ідеї, вміє доводити передбачені програмою математичні твердження з достатнім обґрунтуванням; під керівництвом учителя знаходить джерела інформації та самостійно використовує їх; розв'язує завдання з повним поясненням і обґрунтуванням

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
	11	Учень (учениця) вільно і правильно висловлює відповідні математичні міркування, переконливо аргументує їх; самостійно знаходить джерела інформації та працює з ними; використовує набуті знання і вміння в незнайомих для нього (неї) ситуаціях; знає передбачені програмою основні методи розв'язування завдання і вміє їх застосовувати з необхідним обґрунтуванням
	12	Учень (учениця) виявляє варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв'язання математичної проблеми; вміє узагальнювати й систематизувати набуті знання; здатний(а) розв'язувати нестандартні задачі та вправи

**ОРІЄНТОВНИЙ ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ВИВЧЕННЯ
АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЇ
ДЛЯ КЛАСІВ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ
(всього 630 год)**

Алгебра і початки аналізу (всього 350 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10	1	Повторення і систематизація навчального матеріалу з курсу алгебри 8–9 класів	20
	2	Елементи математичної логіки	10
	3	Степенева функція	35
	4	Тригонометричні функції	35
	5	Тригонометричні рівняння і нерівності	35
	6	Числові послідовності	25
		Систематизація та узагальнення, резервний час	15
		Разом:	175
11	7	Границя та неперервність функції	15
	8	Похідна та її застосування	35
	9	Показникова та логарифмічна функції	25
	10	Інтеграл та його застосування	25
	11	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	25
	12	Комплексні числа та многочлени	25
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	20
		Резервний час	5
		Разом:	175

Геометрія (всього 280 год)

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість годин для вивчення теми
10	1	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	28
	2	Вступ до стереометрії	12
	3	Паралельність прямих і площин у просторі	40
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	40
		Систематизація та узагальнення навчального матеріалу, резервний час	20
		Разом:	140
11	5	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі	32
	6	Многогранні кути	12
	7	Многогранники	28
	8	Тіла обертання	20
	9	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	36
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	8
		Резервний час	4
		Разом:	140

**ОРІЄНТОВНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
ДЛЯ КЛАСІВ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ**

Алгебра і початки аналізу

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість контрольних робіт
10	1	Повторення і систематизація навчального матеріалу з курсу алгебри 8–9 класів	1
	2	Елементи математичної логіки	1
	3	Степенева функція	2
	4	Тригонометричні функції	2
	5	Тригонометричні рівняння і нерівності	2
	6	Числові послідовності	1
		Разом:	9
11	7	Границя та неперервність функції	1
	8	Похідна та її застосування	2
	9	Показникова та логарифмічна функції	2
	10	Інтеграл та його застосування	2
	11	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	1
	12	Комплексні числа та многочлени	2
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	1
	Разом:	11	

**ОРІЄНТОВНИЙ ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
ДЛЯ КЛАСІВ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ**

Геометрія

Клас	Номер теми	Назва теми	Кількість контрольних робіт
10	1	Систематизація та узагальнення фактів і методів планіметрії	2
	2	Вступ до стереометрії	1
	3	Паралельність прямих і площин у просторі	2
	4	Перпендикулярність прямих і площин у просторі	2
		Систематизація та узагальнення навчального матеріалу	1
		Разом:	8
11	5	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі	2
	6	Многогранні кути	1
	7	Многогранники	2
	8	Тіла обертання	1
	9	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл	2
		Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач	1
		Разом:	9

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ**10-Й КЛАС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
20	<p>Тема 1. ПОВТОРЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З КУРСУ АЛГЕБРИ 8–9 КЛАСІВ</p> <p><i>Перетворення раціональних виразів. Функції та їх графіки. Властивості функцій.</i></p> <p><i>Розв’язування раціональних рівнянь та нерівностей.</i></p> <p><i>Побудова графіків функцій, рівнянь та нерівностей з двома змінними на площині.</i></p> <p><i>Метод математичної індукції.</i></p>
10	<p>Тема 2. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ ЛОГІКИ</p> <p><i>Висловлювання та операції над ними. Предикати. Область істинності предиката. Операції над предикатами. Квантори. Теореми та їх види.</i></p>
35	<p>Тема 3. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ</p> <p><i>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості. Перетворення виразів з радикалами.</i></p> <p><i>Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік.</i></p> <p><i>Ірраціональні рівняння. Ірраціональні нерівності. Системи ірраціональних рівнянь.</i></p> <p><i>Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.</i></p> <p><i>Степенева функція, її властивості та графік.</i></p> <p><i>Оборотні функції. Взаємно обернені функції.</i></p> <p><i>Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи з параметрами.</i></p>
35	<p>Тема 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ</p> <p><i>Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій.</i></p> <p><i>Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток,</i></p>

(175 год, 5 год на тиждень,
систематизація та узагальнення, резервний час — 15 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>розв'язує вправи, які передбачають: тотожні перетворення раціональних виразів, розв'язування раціональних рівнянь;</p> <p>встановлює за графіком функції її основні властивості;</p> <p>виконує перетворення графіків функцій;</p> <p>розв'язує нерівності за допомогою методу інтервалів; рівняння і нерівності, які містять знак модуля і параметри;</p> <p>будує графіки рівнянь та нерівностей з двома змінними;</p> <p>використовує метод математичної індукції для доведення тверджень.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>описує поняття математичної логіки;</p> <p>розрізняє прямі та обернені теореми, необхідні й достатні умови;</p> <p>застосовує символіку математичної логіки, вивчений теоретичний матеріал для розв'язування задач.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює означення кореня n-го степеня, арифметичного кореня n-го степеня, степеня з раціональним показником, властивості коренів та степеня з раціональним показником;</p> <p>обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять корені та степені з раціональними показниками;</p> <p>зображує графік степеневих функцій;</p> <p>розв'язує ірраціональні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами;</p> <p>застосовує властивості функцій до розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки;</p> <p>встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі;</p> <p>обчислює значення тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень;</p> <p>формулює означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; властивості періодичних функцій;</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
	формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму, формули пониження степеня, формули потрійного аргументу, формули половинного аргументу. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу.
35	<p>Тема 5. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь та їх систем.</p> <p>Тригонометричні нерівності. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції. Системи тригонометричних рівнянь. Побудова графічних образів.</p>
25	<p>Тема 6. ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ</p> <p>Числові послідовності як функції натурального аргументу. Способи задання послідовностей. Важливі класи числових послідовностей (монотонні, обмежені тощо).</p> <p>Границя числової послідовності. Геометрична інтерпретація границі числової послідовності. Основні теореми про границі числових послідовностей. [Число e.]</p> <p>[Довжина кола та площа круга.]</p>
15	Систематизація та узагальнення, резервний час

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
15	<p>Тема 7. ГРАНИЦЯ ТА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ</p> <p>Границя функції в точці. Основні теореми про границі функцій в точці.</p> <p>Неперервність функції в точці та на проміжку. Властивості неперервних функцій. Точки розриву функції.</p> <p>Поняття границі функції на нескінченності та нескінченно велика функція в точці.</p> <p>Вертикальні та горизонтальні асимптоти графіка функції. «Чудові границі».</p>

Навчальні досягнення учнів	
	<p>будує графіки періодичних функцій; ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків; перетворює тригонометричні вирази.</p>
	<p>Учень (учениця): формулює означення обернених тригонометричних функцій; обґрунтовує формули коренів тригонометричних рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$; розв'язує тригонометричні рівняння та їх системи, тригонометричні нерівності, зокрема з параметрами; будує графічні образи, пов'язані з періодичними функціями.</p>
	<p>Учень (учениця): описує способи задання числових послідовностей, виділяє основні класи послідовностей; формулює означення границі числової послідовності, основні теореми про границю числової послідовності; застосовує основні теореми про границі числових послідовностей.</p>

(175 год, 5 год на тиждень, резервний час — 5 год)

Навчальні досягнення учнів	
	<p>Учень (учениця): формулює означення границі функції в точці; неперервності функції; формулює основні властивості границь та використовує їх для знаходження границь заданих функцій; знаходить вертикальні та горизонтальні асимптоти графіків функції; застосовує властивості неперервних функцій до розв'язування задач.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
35	<p>Тема 8. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p>Задачі, які приводять до поняття похідної.</p> <p>Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції. Правила обчислення похідних. Складена функція. Похідна складеної функції та оберненої функції.</p> <p>Похідна степеневих, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій.</p> <p>Основні теореми диференціального числення.</p> <p>Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.</p> <p>Застосування похідної для доведення тотожностей та нерівностей, а також для розв'язування рівнянь і нерівностей.</p> <p>Похідні вищих порядків. Поняття опуклості функції та точки перегину. Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину.</p> <p>Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій та побудови їх графіків. Асимптоти графіка функції.</p> <p>[Нерівність Йенсена та її застосування.]</p> <p>Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту.</p>
25	<p>Тема 9. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ</p> <p>Степінь із дійсним показником. Показникова функція.</p> <p>Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція.</p> <p>Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами.</p> <p>Похідні показникової і логарифмічної функцій.</p> <p>[Нерівність Коші як наслідок нерівності Йенсена.]</p> <p>Застосування показникової та логарифмічної функцій у прикладних задачах.</p>
25	<p>Тема 10. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ</p> <p>Первісна та її властивості. Методи знаходження первісних.</p> <p>Невизначений інтеграл та його властивості. Приклади задач, що приводять до поняття визначеного інтеграла.</p> <p>Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Обчислення визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'ємів тіл.</p> <p>Використання інтеграла для розв'язування прикладних задач.</p>

Навчальні досягнення учнів

Учень (учениця):

формулює означення похідної та **пояснює** її геометричний і фізичний зміст;

знаходить кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції;

знаходить похідні функцій;

застосовує похідну до знаходження проміжків монотонності та екстремумів функції;

знаходить найбільше і найменше значення функції на проміжку;

розв'язує прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень;

застосовує результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та доведення тотожностей і нерівностей;

описує поняття опуклості функції та точок перегину;

застосовує другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину;

досліджує функції за допомогою першої та другої похідних і використовує одержані результати для побудови графіків функцій.

Учень (учениця):

формулює означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості;

формулює означення логарифма та властивості логарифмів;

будує графіки показникових і логарифмічних функцій;

перетворює вирази, які містять логарифми;

знаходить похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і **застосовує** їх до дослідження цих класів функцій;

розв'язує показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами.

Учень (учениця):

формулює означення первісної і невизначеного інтеграла та їх основні властивості;

описує поняття визначеного інтеграла;

формулює властивості визначеного інтеграла;

знаходить первісні та визначений інтеграл за допомогою правил знаходження первісних та перетворень;

застосовує визначений інтеграл до розв'язування геометричних задач.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
25	<p>Тема 11. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ</p> <p>Елементи комбінаторики. <i>Біном Ньютона та трикутник Паскаля.</i></p> <p>Випадкова подія. Відносна частота події. <i>Класичне визначення ймовірності. Геометрична ймовірність.</i> Операції над подіями. Ймовірності суми та добутку подій. Незалежність подій.</p> <p>Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.</p>
25	<p>Тема 12. КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА ТА МНОГОЧЛЕНИ</p> <p><i>Множина комплексних чисел. Геометрична інтерпретація комплексного числа.</i></p> <p><i>Алгебраїчна і тригонометрична форми запису комплексного числа. Дії над комплексними числами в різних формах запису. Формула Муавра. Корінь n-го степеня з комплексного числа.</i></p> <p><i>Многочлен та його корені. Розклад многочлена на незвідні множники. Кратні корені. Основна теорема алгебри. Теорема Вієта. [Многочлен третього степеня. Рівняння вищих степенів. Формула Кардано.]</i></p>
20	<p>Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач</p>
5	<p>Резервний час</p>

Навчальні досягнення учнів

Учень (учениця):

формулює означення основних понять комбінаторики;

розв'язує комбінаторні задачі;

наводить геометричну інтерпретацію операцій над подіями;

обчислює ймовірність події, користуючись комбінаторними та геометричними схемами;

обчислює математичне сподівання випадкової величини;

пояснює зміст середніх показників, **оцінює** числові характеристики випадкової величини за її вибірковими характеристиками та навпаки.

Учень (учениця):

описує поняття комплексного числа, його модуля й аргументу;

формулює правила дій над комплексними числами в алгебраїчній і тригонометричній формах;

знаходить суму, різницю, добуток та частку комплексних чисел, степінь комплексного числа та корінь із комплексного числа;

виконує ділення многочленів з остачею;

формулює означення кратного кореня та **знаходить** його кратність;

застосовує теорему Вієта до розв'язування задач.

ГЕОМЕТРІЯ**10-Й КЛАС**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
28	<p>Тема 1. СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ ФАКТІВ І МЕТОДІВ ПЛАНІМЕТРІЇ</p> <p>Аксиоми планіметрії. Система опорних фактів курсу планіметрії. Геометричні і аналітичні методи розв'язування планіметричних задач.</p>
12	<p>Тема 2. ВСТУП ДО СТЕРЕОМЕТРІЇ</p> <p>Основні поняття стереометрії. Аксиоми стереометрії та наслідки з них. Просторові геометричні фігури. <i>Початкові уявлення про многогранники.</i></p> <p>Найпростіші задачі на побудову перерізів многогранників. Поняття про аксіоматичний метод.</p>
40	<p>Тема 3. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні, мимобіжні прямі. <i>Ознака мимобіжних прямих.</i></p> <p>Взаємне розміщення прямої та площини: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини. <i>Ознаки паралельності. Існування площини, паралельної даній площині.</i> Властивості паралельних площин.</p> <p>Паралельне проектування, його властивості. <i>Поняття про центральне проектування.</i> Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії.</p> <p><i>Задачі на побудову перерізів многогранників. Методи слідів і проєкцій побудови перерізів.</i></p>
40	<p>Тема 4. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ</p> <p>Перпендикулярність прямих у просторі.</p> <p>Перпендикулярність прямої та площини. <i>Ознака перпендикулярності прямої та площини.</i></p>

(140 год, 4 год на тиждень,
систематизація та узагальнення, резервний час — 20 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця): розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми планіметрії, властивості геометричних фігур; використовує вивчені в основній школі формули і властивості для розв'язування планіметричних задач.</p>
<p>Учень (учениця): розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми стереометрії; називає основні поняття стереометрії; формулює аксіоми стереометрії та наслідки з них; наводить приклади просторових геометричних фігур (плоских і неплоских) та основних многогранників; пояснює застосування аксіом стереометрії до розв'язування геометричних і практичних задач; розв'язує задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда та піраміди.</p>
<p>Учень (учениця): формулює означення паралельних і мимобіжних прямих, паралельних прямої і площини, паралельних площин; ознаки паралельності прямих і площин; властивості паралельних прямих і площин; класифікує взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі; знаходить і зображує паралельні прямі та площини на рисунках і моделях; будує зображення просторових фігур на площині; розв'язує задачі на застосування властивостей та ознак паралельності прямих і площин; застосовує метод слідів та проєкцій для побудови перерізів та розв'язування задач.</p>
<p>Учень (учениця): формулює означення перпендикулярних прямих у просторі, прямої, перпендикулярної до площини, перпендикулярних площин; властивості та ознаки перпендикулярних прямих і площин;</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
40	<p>Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. [Теорема про три косинуси.]</p> <p>Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин. [Ортоцентричний тетраедр.]</p> <p>Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.</p> <p>Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, [від точки до фігури,] між паралельними площинами, між мимобіжними прямими, [між двома фігурами].</p> <p>Ортогональне проектування. Площа ортогональної проекції многокутника.</p> <p>Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.</p>
20	<p>Систематизація та узагальнення навчального матеріалу, резервний час</p>

11-Й КЛАС

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
32	<p>Тема 5. КООРДИНАТИ, ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ВЕКТОРИ У ПРОСТОРИ</p> <p>Прямокутна система координат у просторі. Відстань між точками. Координати середини відрізка. Поділ відрізка у даному відношенні.</p> <p>Вектори у просторі. Рівність векторів. Колінеарність векторів. Компланарність векторів. Операції над векторами та їх властивості: додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний добуток векторів. Розкладання вектора за трьома некопланарними векторами. Кут між векторами.</p> <p><i>Рівняння площини, сфери.</i></p> <p><i>Застосування методу координат і векторів до розв'язування геометричних задач.</i></p> <p>Перетворення у просторі та їх властивості.</p>


Навчальні досягнення учнів
<p>обґрунтовує взаємозв'язок паралельності й перпендикулярності прямих і площин у просторі;</p> <p>використовує вивчені властивості та ознаки для розв'язування задач;</p> <p>обчислює відстані та кути у просторі.</p>

(140 год, 4 год на тиждень, резервний час — 4 год)

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>користується аналогією між векторами на площині та у просторі;</p> <p>будує у просторовій прямокутній системі координат точки і вектори за їх координатами;</p> <p>записує формули відстані між точками, координат середини відрізка, скалярного добутку, кута між векторами;</p> <p>виконує дії над векторами: знаходить суму і різницю векторів, добуток вектора на число, скалярний добуток векторів, обчислює кут між векторами;</p> <p>розпізнає рівняння площини і сфери;</p> <p>застосовує координати, вектори для розв'язування геометричних задач;</p> <p>наводить приклади перетворень у просторі та описує їх властивості.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
12	<p>Тема 6. МНОГОГРАННІ КУТИ</p> <p>Двогранний кут. Лінійний кут двогранного кута. [Теорема про три синуси.] Многогранні кути. Властивості плоских кутів многогранного кута. [Основні теореми про тригранний кут.]</p>
28	<p>Тема 7. МНОГОГРАННИКИ</p> <p>Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма. Пряма і правильна призми. Паралелепіпед. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильна піраміда. [Елементи геометрії тетраедра.]</p> <p>Площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди, зрізаної піраміди.</p> <p>Відношення площ поверхонь подібних многогранників.</p> <p>Правильні многогранники. [Теорема Ейлера.]</p>
20	<p>Тема 8. ТІЛА ОБЕРТАННЯ</p> <p>Тіла і поверхні обертання.</p> <p>Циліндр, конус, зрізаний конус, їх елементи. Перерізи циліндра і конуса: осьові перерізи циліндра і конуса; перерізи циліндра і конуса площинами, паралельними основі; перерізи циліндра площинами, паралельними його осі; перерізи конуса площинами, які проходять через його вершину. Площина, дотична до циліндра (конуса).</p> <p>Куля і сфера. Переріз кулі площиною. Частина кулі (сегмент, сектор, пояс). Площина (пряма), дотична до сфери.</p> <p>Перетин і дотик двох сфер. Конічні перерізи як джерело кривих другого порядку.</p> <p>Комбінації геометричних тіл.</p>
36	<p>Тема 9. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ</p> <p>Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів.</p> <p>Об'єми призми, паралелепіпеда, піраміди, зрізаної піраміди.</p> <p>Об'єми тіл обертання: циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі та її частин. Відношення об'ємів подібних тіл. Поняття про площу поверхні. Площі бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, зрізаного конуса. Площа сфери.</p>
8	<p>Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач</p>
4	<p>Резервний час</p>

Навчальні досягнення учнів
<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає основні елементи многогранних кутів;</p> <p>формулює означення двогранного кута, многогранного кута;</p> <p>обґрунтовує властивості многогранних кутів.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає основні види многогранників та їх елементи;</p> <p>обґрунтовує властивості многогранників, формули для обчислення площ бічної та повної поверхонь призми, піраміди, зрізаної піраміди;</p> <p>будує зображення многогранників та їх елементів, користуючись властивостями паралельного проектування;</p> <p>обчислює основні елементи многогранників;</p> <p>використовує вивчені формули і властивості для розв'язування задач.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>розпізнає види тіл обертання та їх елементи;</p> <p>будує зображення тіл обертання, їх елементів, перерізів;</p> <p>обчислює основні елементи тіл обертання;</p> <p>обґрунтовує властивості тіл обертання, застосовує їх до розв'язування задач;</p> <p>розпізнає многогранники і тіла обертання у їх комбінаціях;</p> <p>розв'язує задачі на комбінацію просторових фігур.</p>
<p>Учень (учениця):</p> <p>формулює основні властивості об'ємів;</p> <p>записує формули для обчислення об'ємів паралелепіпеда, призми, піраміди, зрізаної піраміди, циліндра, конуса, зрізаного конуса; площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, зрізаного конуса, площі сфери;</p> <p>розв'язує задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, використовуючи: основні формули, розбиття тіл на простіші тіла.</p>



ПРОГРАМИ ФАКУЛЬТАТИВНИХ КУРСІВ І КУРСІВ ЗА ВИБОРОМ

- Природничо-математичний і технологічний напрями
- Суспільно-гуманітарний напрям
- Універсальний профіль
- Поглиблене вивчення математики

ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИЙ І ТЕХНОЛОГІЧНИЙ НАПРЯМИ

- Обернені тригонометричні функції (10 клас)
- Ірраціональність у рівняннях, нерівностях і алгебраїчних виразах (10 клас)
- Елементи теорії чисел (10 клас)
- Обчислювальний практикум (10 клас)
- Прикладні задачі на екстремум (11 клас)
- Зображення та геометричні перетворення (11 клас)
- Застосування похідної до розв'язування задач (11 клас)
- Інтеграл та його застосування (11 клас)
- Математичні моделі у фізиці (11 клас)
- Фізична математика (10–11 класи)
- Історія математики (10–11 класи)
- Побудова зображень просторових фігур (10 клас)
- Обчислення в системах комп'ютерної алгебри (11 клас)

ОБЕРНЕНІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів математичного та фізико-математичного профілів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах універсального профілю та в класах з поглибленим вивченням математики)

Автор: *Грицик Тетяна Андріївна, викладач математики ВНЗ «Надслучанський інститут» м. Березне Рівненської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс присвячений оберненим тригонометричним функціям, які є логічним продовженням вчення про прямі тригонометричні функції. Питання про прямі та обернені тригонометричні функції взаємопов'язані, їх комплексне вивчення під час опрацювання даного курсу поглиблює внутрішньопредметні математичні зв'язки, сприяє узагальненню та систематизації знань учнів з тригонометрії.

Вивчення обернених тригонометричних функцій є важливим для подальшого розвитку функціональної змістової лінії курсу алгебри і початків аналізу середньої школи. На прикладі аркфункцій культивується важливе поняття оберненої функції, демонструються загальні властивості функцій (парність і непарність, обмеженість, монотонність, неперервність та ін.). На матеріалі аркфункцій подальшого розвитку набуває обчислювальна змістова лінія, вдосконалюються обчислювальні навички й уміння учнів. Значну увагу на заняттях слід приділити «техніці» тождних перетворень виразів з аркфункціями. Ці перетворення важливі як з освітньої точки зору (вони необхідні для успішного розв'язування рівнянь, нерівностей з аркфункціями, спрощення громіздких виразів), так і з виховної та розвивальної (розвиток пам'яті, логічного мислення, виховання алгоритмічної культури, акуратності та чіткості при записах). Під час розв'язування рівнянь та нерівностей з аркфункціями систематизуються відомі учням методи розв'язування алгебраїчних рівнянь і нерівностей, а також розглядаються нові прийоми, які визначаються специфікою обернених тригонометричних функцій. Рівняння та нерівності з аркфункціями створюють широкі можливості для розвитку творчого, нестандартного мислення, процес їх розв'язування є цікавим і повчальним для учнів.

Мета курсу — розвинути творче, нестандартне мислення учнів, реалізувати їх математичні здібності, задовольнити пізнавальні інтереси.

Завдання курсу:

- поглибити та розширити знання учнів про обернені тригонометричні функції;
- вдосконалити практичні вміння учнів здійснювати тотожні перетворення виразів, розв'язувати рівняння, системи рівнянь, нерівності з аркфункціями;
- узагальнити й систематизувати знання учнів з тригонометрії;
- підготувати учнів до навчання у вищих навчальних закладах математичного спрямування.

Під час опрацювання курсу доцільно застосовувати інформаційні, дискусійні, евристичні методи навчання; проводити навчальні заняття в різноманітних формах — лекції, практичні заняття, комбіновані уроки. Підсумкове заняття варто присвятити розв'язуванню задач підвищеної складності.

Курс розрахований на учнів 10-х класів математичних, фізико-математичних профілів після систематичного вивчення тригонометричного матеріалу. Орієнтовний термін вивчення курсу — 16 (17) годин протягом останньої чверті навчального року (2 години на тиждень).

Засоби навчання: список рекомендованої літератури [1]–[10]. Вивчення курсу доцільно супроводжувати комп'ютерною підтримкою (програмні засоби: GRAN1, DERIVE, EUREKA та ін.), що унаочнює навчальний процес, сприяє розвитку образного мислення, графічної культури учнів.

Форми контролю рівня навчальних досягнень вчитель обирає самостійно.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Обернені тригонометричні функції, їх графіки і властивості (повторення)	1
2	Співвідношення між оберненими тригонометричними функціями	3
3	Рівняння з оберненими тригонометричними функціями	4
4	Системи рівнянь з оберненими тригонометричними функціями	2
5	Нерівності з оберненими тригонометричними функціями	3
6	Побудова графіків функцій, аналітичні вирази яких містять символи обернених тригонометричних функцій	3
7	Підсумкове заняття	(1)
	РАЗОМ	16 (17)

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
1	<p>Тема 1. Обернені тригонометричні функції, їх графіки і властивості (повторення)</p> <p>Означення обернених тригонометричних функцій $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctg x$, $y = \text{arcctg } x$. Властивості обернених тригонометричних функцій (область визначення, множина значень, монотонність, парність і непарність, найбільше і найменше значення та ін.).</p> <p>Графіки обернених тригонометричних функцій.</p> <p>Табличні значення арксинуса, арккосинуса, арктангенса і арккотангенса.</p> <p>Тотожності</p> $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2},$ $x \in [-1; 1] \quad (1);$ $\arctg x + \text{arcctg } x = \frac{\pi}{2}, \quad x \in \mathbf{R} \quad (2).$	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>наводить</i> означення обернених тригонометричних функцій; • <i>теоретично обґрунтовує</i> властивості обернених тригонометричних функцій; • <i>обчислює</i> значення виразів з оберненими тригонометричними функціями, використовуючи табличні значення аркфункцій; • <i>застосовує</i> тотожності (1) і (2) для спрощення виразів з оберненими тригонометричними функціями; • <i>досліджує</i> функції, аналітичні вирази яких містять символи \arcsin, \arccos, \arctg, arcctg, та <i>будує</i> їх графіки.
3	<p>Тема 2. Співвідношення між оберненими тригонометричними функціями</p> <p>Формули для обчислення значень обернених тригонометричних функцій за значеннями тригонометричних функцій.</p> <p>Формули зв'язку між оберненими тригонометричними функціями.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> раніше вивчені формули тригонометрії; • <i>доводить</i> співвідношення між оберненими тригонометричними функціями; • <i>виражає</i> довільну обернену тригонометричну функцію через інші аркфункції;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Обчислення значень тригонометричних функцій за значеннями їх аркфункцій.</p> <p>Формули додавання і віднімання для однойменних аркфункцій.</p> <p>Формули для обчислення синуса, косинуса, тангенса і котангенса від половинних та подвоєних значень обернених тригонометричних функцій.</p> <p>Перетворення виразів з аркфункціями.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>обчислює</i> значення аркфункцій через значення тригонометричних функцій; значення тригонометричних функцій за значеннями їх аркфункцій; • <i>додає та віднімає</i> однойменні та різнойменні обернені тригонометричні функції; • <i>застосовує</i> співвідношення між оберненими тригонометричними функціями для спрощення, обчислення, оцінки виразів, доведення тотожностей з аркфункціями.
4	<p>Тема 3. Рівняння з оберненими тригонометричними функціями</p> <p>Рівняння з аркфункціями, їх типи. Методи та способи розв'язування рівнянь з аркфункціями: 1) визначення області допустимих значень рівняння; 2) застосування властивостей функцій; 3) оцінка області значень лівої і правої частини рівняння; 4) заміна змінної; 5) застосування тригонометричних формул; 6) обчислення тригонометричних функцій від обох частин рівняння; 7) графічний метод.</p> <p>Втрата коренів та поява сторонніх коренів у рівняннях з аркфункціями.</p> <p>Параметр в рівняннях з аркфункціями.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i> найпростіші рівняння з оберненими тригонометричними функціями типу $f(x) = a$, де $f(x)$ — одна з обернених тригонометричних функцій, a — дійсне число; • <i>раціонально обирає</i> методи розв'язування рівнянь з аркфункціями; • <i>оцінює</i> область визначення та області значень лівої і правої частин рівняння з аркфункціями; • <i>виконує</i> рівносильні перетворення рівнянь з аркфункціями і теоретично їх <i>обґрунтовує</i>; • <i>виконує</i> перевірку коренів рівняння з аркфункціями.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 4. Системи рівнянь з оберненими тригонометричними функціями</p> <p>Поняття системи рівнянь з аркфункціями. Приклади систем рівнянь з аркфункціями.</p> <p>Загальні та спеціальні прийоми і методи розв'язування систем рівнянь з аркфункціями (<i>загальні</i>: метод заміни змінних; спосіб підстановки; графічний метод; оцінка ОДЗ і множин значень рівнянь систем; <i>спеціальні</i> (мають місце лише для аркфункцій): застосування тригонометричних формул, співвідношень між аркфункціями; знаходження аркфункції від обох частин рівняння системи).</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> зміст понять: система рівнянь, розв'язок системи рівнянь, рівносильність систем рівнянь; • <i>розв'язує</i> системи рівнянь з аркфункціями, обираючи доцільні методи; • <i>розв'язує</i> системи рівнянь, що містять аркфункції: <ol style="list-style-type: none"> 1) лише в одному рівнянні; 2) в усіх рівняннях системи.
3	<p>Тема 5. Нерівності з оберненими тригонометричними функціями</p> <p>Найпростіші нерівності з аркфункціями. Методи та способи розв'язування нерівностей з аркфункціями: метод заміни змінних, спосіб порівняння одноїменних аркфункцій, метод інтервалів, спосіб знаходження від обох частин нерівності тригонометричної функції.</p> <p>Доведення нерівностей з аркфункціями. Стандартні та спеціальні (характерні лише для аркфункцій) прийоми доведення нерівностей з аркфункціями.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i> найпростіші нерівності з аркфункціями типу $f(x) \geq a$, $f(x) \leq a$, $f(x) > a$, $f(x) < a$, де $f(x)$ — одна з аркфункцій; • <i>характеризує</i> різні методи розв'язування нерівностей з аркфункціями; • <i>розв'язує</i> нерівності з аркфункціями, обираючи раціональні способи; • <i>доводить</i> нерівності з аркфункціями.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
3	<p>Тема 6. Побудова графіків функцій, аналітичні вирази яких містять символи обернених тригонометричних функцій</p> <p>Методи побудови графіків функцій, аналітичні вирази яких містять аркфункції: метод геометричних перетворень; метод попереднього дослідження функції; метод попереднього перетворення функції з використанням формул і властивостей.</p> <p>Побудова графіків функцій, що є складеними з тригонометричних функцій та аркфункцій.</p> <p>Знаходження кількості коренів рівняння з аркфункціями графічно.</p> <p>Геометричне місце точок, аналітичний вираз якого містить обернені тригонометричні функції</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>характеризує</i> загальні методи та способи побудови графіків функцій, а також спеціальні методи, характерні для аркфункцій; • <i>будує</i> графіки функцій, аналітичні вирази яких містять аркфункції, методом геометричних перетворень; • <i>досліджує та перетворює</i> аналітичні вирази з аркфункціями для їх графічного зображення; • <i>пояснює</i> зміст поняття «геометричне місце точок площини»; • <i>зображує</i> геометричне місце точок (ГМТ), аналітичний вираз якого містить символи аркфункцій.
(1)	Підсумкове заняття	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Форма проведення
1		Вступ до курсу. Обернені тригонометричні функції. Розв'язування вправ	Практичне заняття
2		Співвідношення між оберненими тригонометричними функціями	Лекційне заняття
3		Обчислення значень аркфункцій через значення тригонометричних функцій; значень тригонометричних функцій через значення аркфункцій. Вираження оберненої тригонометричної функції через інші	Практичне заняття

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Форма проведення
4		Формули додавання і віднімання для аркфункцій. Перетворення виразів з аркфункціями. Самостійна робота. Розв'язування завдань підвищеної складності	Практичне заняття
5–6		Рівняння з оберненими тригонометричними функціями. Типи та методи розв'язування рівнянь з оберненими тригонометричними функціями	Комбіноване заняття
7		Розв'язування рівнянь з оберненими тригонометричними функціями, що містять параметр. Самостійна робота	Практичне заняття
8		Розв'язування ускладнених рівнянь з оберненими тригонометричними функціями	Практичне заняття
9		Системи рівнянь з оберненими тригонометричними функціями	Комбіноване заняття
10		Прийоми та методи розв'язування систем рівнянь з аркфункціями	Практичне заняття
11		Нерівності з оберненими тригонометричними функціями	Лекційне заняття
12–13		Розв'язування нерівностей з аркфункціями різними методами та способами. Самостійна робота. Доведення нерівностей з аркфункціями	Практичне заняття
14		Побудова графіків функцій, аналітичні вирази яких містять символи обернених тригонометричних функцій	Лекційне заняття
15		Методи побудови графіків функцій, аналітичні вирази яких містять аркфункції. Розв'язування вправ	Практичне заняття
16		Геометричне місце точок, аналітичний вираз якого включає обернені тригонометричні функції. Самостійна робота	Практичне заняття
(17)		Підсумкове заняття. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу	Узагальнює заняття

**ОРІЄНТОВНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ
НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

1. Знайти область визначення функції $y = \arcsin \frac{x-1}{2} - \frac{2x+5}{\sqrt{x^2-5x+6}}$.
2. Дослідити функцію $y = 2 \operatorname{arctg} x - \pi$ на парність або непарність.
3. Розташувати за зростанням числа: $\arccos(-0,8)$; $3 \operatorname{arctg} 0,6$; $\operatorname{arctg} 5$; $\arccos 0,9$; $\arcsin 0,6$.
4. Обчислити:
 - а) $\cos\left(\arcsin \frac{2}{5} - \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$;
 - б) $\arcsin \frac{4}{5} - \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}$;
 - в) $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$;
 - г) $\arccos\left(\cos\left(2 \operatorname{arctg}(\sqrt{2}-1)\right)\right)$;
 - д) $\cos^6\left(\frac{5\pi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{3}{5}\right) + \cos^6\left(\frac{7\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{4}{5}\right)$;
 - е) $\sin^2\left(3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} + 2 \arccos 0,5\right)$.
5. Розв'язати рівняння:
 - а) $\arcsin(x-1) = \frac{4\pi}{7}$;
 - б) $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} 3x = \frac{\pi}{2}$;
 - в) $\arccos^2 x - \frac{3\pi}{4} \arccos x + \frac{\pi^2}{8} = 0$;
 - г) $\cos(\arcsin x) = \sin(\operatorname{arctg} x)$;
 - д) $\arccos x = \operatorname{arctg} x$;
 - е) $\arcsin x + \arcsin \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4}$.
6. Скільки розв'язків має рівняння $x \operatorname{arctg} x - 1 = 0$?

7. Розв'язати системи рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = 0,5, \\ \arcsin x + \arccos y = \frac{\pi}{3}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} y = \frac{\pi}{6}, \\ \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}^2 y = \frac{\pi^2}{9}. \end{cases}$$

8. Розв'язати нерівності:

$$\text{а) } \arcsin x \leq \frac{\pi}{8};$$

$$\text{б) } \arccos(x^2 - 4x + 5) < 4x - x^2;$$

$$\text{в) } \operatorname{arctg}^2 x - 5 \operatorname{arctg} x + 6 < 0;$$

$$\text{г) } 3 \arcsin x - \arccos x > \frac{\pi}{2};$$

$$\text{д) } \operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} x) > \sin(\operatorname{arctg} x);$$

$$\text{е) } \arccos x \geq x + \frac{\pi}{2}.$$

9. Побудувати графіки функцій:

$$\text{а) } y = \arcsin(|x| - 2);$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x;$$

$$\text{в) } y = \cos(2 \arcsin x);$$

$$\text{г) } y = \arcsin \frac{1}{x}.$$

10. Знайти геометричне місце точок:

$$\text{а) } \operatorname{arctg}|x| \leq y < \operatorname{arcctg} x;$$

$$\text{б) } \arcsin x = -\arccos y.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Гайштут О. Г., Ушаков Р. П. Тригонометрія. Довідник-задачник.— К.: Магістр-S, 1997.— 256 с.
2. Гетьманцев В. Д., Саушкін О. Ф. Математика: Тригонометрія.— К.: Либідь, 1994. — 144 с.
3. Вишенський В. А., Перестюк М. О., Самойленко А. М. Конкурсні задачі з математики: Навч. посіб.— К.: Вища школа, 2001.— 432 с.

4. Жалдак М. І., Грохольська А. В., Жильцов О. Б. Математика (тригонометрія, геометрія, елементи стохастики) з комп'ютерною підтримкою: Навч. посіб.— К.: МАУП, 2004.— 456 с.
5. Истер А. С. Аркфункция от А до Я.— К.: Факт, 1998.— 160 с.
6. Конет І. М. Тригонометрія: теорія і практика: посібник / Кам'янець-Подільський держ. ун-т.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2006.— 243 с.
7. Алгебра. Пробний підручник для 10 класу шкіл, ліцеїв та гімназій фізико-математичного профілю / В. Р. Кравчук, В. М. Козира, Я. Ф. Гап'юк, Я. Т. Гринчишин.— Тернопіль: Підручники і посібники, 1997.— 256 с.
8. Кушнир И. А. Тригонометрия: задачи и решения.— К.: Астарт, 1997.— 390 с.
9. Тригонометрія: Вчимося розв'язувати задачі / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір.— К.: Генеза, 2008.— 352 с.
10. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 10 кл. з поглиб. вивч. математики в серед. закладах освіти.— К.: Освіта, 2004.— 318 с.

ІРРАЦІОНАЛЬНІСТЬ У РІВНЯННЯХ, НЕРІВНОСТЯХ І АЛГЕБРАЇЧНИХ ВИРАЗАХ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів математичного та фізико-математичного профілів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах універсального профілю та в класах з поглибленим вивченням математики)

Автор: *Єргіна Оксана Володимирівна, старший викладач кафедри методики природничо-математичної освіти і технологій Інституту післядипломної педагогічної освіти Київського університету імені Бориса Грінченка*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Степенева функція — одна з найважливіших змістових ліній в курсі алгебри і початків аналізу старшої школи. Зокрема, у ній розглядаються поняття кореня n -го степеня, його властивості та їх використання для розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей та перетворення виразів, що містять радикали.

Пропонований курс за вибором має на меті надати учням можливість глибше опрацювати деякі питання перетворення ірраціональних виразів, стандартних і нестандартних методів розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей, у тому числі з параметром. Крім того, вивчення курсу допоможе учням узагальнити та систематизувати знання, закріпити вміння й навички, набуті при розв'язуванні раціональних рівнянь, нерівностей та їх систем, узагальнити вивчений в основній школі метод інтервалів для розв'язування раціональних нерівностей для ірраціональних нерівностей. Опрацювання курсу сприятиме більш чіткому розумінню учнями елементарної символіки множин та її грамотному використанню у записі процесу розв'язування рівнянь, нерівностей або систем рівнянь.

Зміст курсу повністю узгоджується з державною програмою з математики для 10-го класу, доповнює і поглиблює її, отже, може бути використаний як у класах з профільним рівнем вивчення математики, так і у класах універсального профілю навчання.

Курс розрахований на 35 годин і може бути опрацьований одночасно з вивченням розділу «Степенева функція» за програмою з математики для 10-го класу відповідно до послідовності вивчення тем зазначеного розділу, якщо навантаження курсу становитиме 2 години на тиждень. Курс може опрацьовуватись і протягом усього навчального року, якщо навантаження становитиме 1 годину на тиждень.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ, ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
Розділ І. Вирази, що містять радикали (3 год)		
3	Тема 1. Властивості арифметичного кореня n-го степеня. ОДЗ змінної ірраціонального виразу Властивості кореня, що забезпечують рівносильність перетворень. Перетворення ірраціональних виразів. Введення допоміжної змінної для перетворення ірраціональних виразів. Звільнення від ірраціональності.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення кореня і арифметичного кореня n-го степеня; • знає властивості коренів і застосовує їх для обчислення значень ірраціональних виразів та їх перетворень; • правильно знаходить ОДЗ виразів з радикалами та степенями з цілим, раціональним та ірраціональним показниками.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
Розділ II. Ірраціональні рівняння (11 год)		
1	<p>Тема 2. Рівносильні рівняння. ОДЗ змінної ірраціонального рівняння</p> <p>Повторення теоретичних відомостей про корінь рівняння, рівносильні рівняння, рівносильні перетворення, ОДЗ змінної рівняння.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> знає означення ірраціонального рівняння, рівносильних рівнянь, кореня рівняння, понять «розв'язати рівняння», «рівносильне перетворення», «перевірка кореня»; вміє знаходити ОДЗ змінної рівняння.
3	<p>Тема 3. Ірраціональні рівняння, що розв'язуються за означенням арифметичного кореня та властивостями арифметичних дій</p> <p>Розв'язування ірраціональних рівнянь вигляду</p> ${}^{2n+1}\sqrt{f(x)} = g(x), \quad {}^{2n}\sqrt{f(x)} = g(x),$ ${}^{2n+1}\sqrt{f(x)} = {}^{2n+1}\sqrt{g(x)},$ ${}^{2n}\sqrt{f(x)} = {}^{2n}\sqrt{g(x)},$ $f(x)\sqrt{g(x)} = 0$ та інших з використанням рівносильних перетворень (піднесення до степеня з урахуванням ОДЗ змінної, використання означення і властивостей коренів).	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> розпізнає основні види ірраціональних рівнянь, що розв'язуються за допомогою рівносильних перетворень; володіє алгоритмами розв'язування основних видів ірраціональних рівнянь за допомогою рівносильних перетворень і правильно їх застосовує.
4	<p>Тема 4. Ірраціональні рівняння, що розв'язуються нестандартними методами</p> <p>Метод множення на спряжений вираз. Метод введення допоміжної змінної. Метод заміни ірраціонального рівняння системою раціональних рівнянь. Метод оцінки лівої і правої частин рівняння.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> розпізнає ірраціональні рівняння, до розв'язування яких треба застосувати нестандартний підхід;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Окремі види рівнянь, для розв'язування яких достатньо врахувати ОДЗ змінної або властивості функцій у лівій і правій частинах рівняння. Рівняння, що містять радикали різних степенів. Вплив ОДЗ змінної рівняння та перетворень на втрату коренів або появу зайвих.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>використовує</i> методи введення допоміжної змінної, врахування ОДЗ, оцінки лівої і правої частин рівняння, множення на спряжений вираз для розв'язування відповідних видів ірраціональних рівнянь; • <i>орієнтується</i> у випадках появи сторонніх коренів або втрати коренів, враховує це, за необхідності <i>виконує</i> перевірку коренів.
1	<p>Тема 5. Ірраціональні рівняння, що зводяться до рівнянь з модулем</p> <p>Розв'язування рівнянь, що містять арифметичні квадратні корені, підкореневі вирази яких є повними квадратами.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> виділяти повний квадрат; • <i>розпізнає</i> ірраціональні рівняння, що містять повний квадрат під знаком арифметичного квадратного кореня; • <i>зводить</i> відповідне ірраціональне рівняння до рівняння з модулем і правильно його розв'язує.
2	<p>Тема 6. Системи ірраціональних рівнянь</p> <p>Розв'язування систем ірраціональних рівнянь різними методами, зокрема тими, що застосовуються при розв'язуванні ірраціональних рівнянь. Введення допоміжних змінних при розв'язуванні систем ірраціональних рівнянь.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнає</i> системи ірраціональних рівнянь; • <i>орієнтується</i> у виборі методу розв'язування ірраціональних рівнянь; • <i>застосовує</i> обраний метод; • <i>враховує</i> ОДЗ змінних або перевірку розв'язків для отримання правильної відповіді.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
Розділ III. Ірраціональні нерівності (9 год)		
3	<p>Тема 7. Розв'язування ірраціональних нерівностей із застосуванням рівносильних перетворень</p> <p>Розв'язування ірраціональних нерівностей вигляду</p> $\sqrt[2n+1]{f(x)} \lesseqgtr g(x),$ $\sqrt[2n]{f(x)} \lesseqgtr g(x),$ $\sqrt[2n]{f(x)} \lesseqgtr \sqrt[2n]{g(x)}.$	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> означення ірраціональної нерівності, розв'язку нерівності; • <i>розпізнає</i> нерівності, що розв'язуються за допомогою рівносильних перетворень; • <i>розв'язує</i> зазначені ірраціональні нерівності.
3	<p>Тема 8. Застосування методу інтервалів до розв'язування ірраціональних нерівностей</p> <p>Алгоритм розв'язування нерівностей методом інтервалів. Розв'язування ірраціональних нерівностей методом інтервалів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> алгоритм розв'язування нерівностей методом інтервалів; • <i>розв'язує</i> ірраціональні нерівності методом інтервалів.
3	<p>Тема 9. Розв'язування окремих видів ірраціональних нерівностей</p> <p>Нерівності, що розв'язуються нестандартними методами (за допомогою введення допоміжної змінної, оцінки лівої і правої частин рівняння, використання властивостей функцій, знаходження ОДЗ змінної, графічно тощо).</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнає</i> ірраціональні нерівності, що розв'язуються нестандартними методами; • <i>орієнтується</i> у виборі нестандартного методу розв'язування нерівностей; • <i>застосовує</i> обрані нестандартні методи до розв'язування відповідних ірраціональних нерівностей; • <i>розв'язує</i> нерівності графічно.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
Розділ IV. Ірраціональні рівняння і нерівності з параметром (8 год)		
3	Тема 10. Розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей з параметром аналітично	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> орієнтується у виборі методу розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей з параметром; розв'язує рівняння і нерівності з параметром аналітично.
3	Тема 11. Розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей з параметром графічно	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> розпізнає ірраціональні рівняння і нерівності з параметром, що розв'язуються графічно; розв'язує рівняння і нерівності з параметром графічно.
2	Тема 12. Застосування ГМТ до розв'язування ірраціональних нерівностей і систем нерівностей з параметром Розв'язування ірраціональних нерівностей з параметром параметрично-координатним методом (у системі координат $(x; a)$, x — змінна, a — параметр).	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> вміє будувати ГМТ; зводить ірраціональні нерівності або системи нерівностей до таких, що розв'язуються за допомогою ГМТ; розв'язує ірраціональні нерівності і системи нерівностей параметрично-координатним методом.
4	Резервний час	

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКЛАДАННЯ КУРСУ

При викладанні даного курсу слід звернути особливу увагу на важливість розуміння учнями понять рівносильного перетворення та перетворення наслідку.

При вивченні теми 4 необхідно розглянути рівняння типу $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 6x + 8} = \sqrt{x^2 - 11x + 18}$ і $x - 3 + \sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = \frac{12}{x+3}$, а та-

кож системи рівнянь, що містять такі рівняння, де помилки при використанні властивостей коренів або при внесенні виразу під знак кореня можуть призводити до втрати розв'язків. Розв'язування таких вправ допоможе учням сформулювати уміння і навички використання властиво-

стей $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \sqrt{|b|}$ і $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$ для усіх допустимих значень змін-

них a і b , правила внесення виразу під знак арифметичного кореня парного

степеня: $a \sqrt{a^{2k}} = \begin{cases} \sqrt{a^{2k+2n}}, & a \geq 0, \\ -\sqrt{a^{2k+2n}}, & a < 0 \end{cases}$ ($n \geq 1; k \in \mathbf{Z};$ при $a = 0 \quad k \neq 0$), а також

зрозуміти причину втрати розв'язків при неправильному використанні цих властивостей і правил. На прикладі наведених рівнянь учні мають можливість зрозуміти, як можна втратити розв'язки ірраціонального рівняння або системи рівнянь.

Особливу увагу також треба звернути на ті рівняння, які розв'язуються за допомогою перетворень наслідку, що призводить до появи сторонніх коренів. У таких рівняннях обов'язковою є перевірка коренів підстановкою у вихідне рівняння.

При вивченні теми 8 слід керуватися загальним алгоритмом (узагальненням) розв'язування нерівностей методом інтервалів:

- 1) записати нерівність у вигляді $f(x) \leq 0$;
- 2) знайти область визначення функції $f(x)$;
- 3) знайти корені рівняння $f(x) = 0$;
- 4) знайденими коренями розбити область визначення функції $f(x)$ на проміжки знакосталості;
- 5) з'ясувати знак функції $f(x)$ на кожному з одержаних проміжків;
- 6) залежно від з'ясованих знаків записати розв'язок нерівності.

Резервний час може бути використаний учителем для поточного та підсумкового контролю навчальних досягнень учнів, збільшення годин на вивчення окремих розділів чи тем курсу або доповнення іншими залежно від запитів і можливостей учнів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами.— К.: Факт, 2008.— 324 с.
2. Вишенський В. А., Перестюк М. О., Самойленко А. М. Збірник задач з математики: Навч. посібник.— К.: Либідь, 1990.— 328 с.

3. Гайштут О. Г., Ушаков Р. П. Збірник задач з математики з прикладами розв'язань. 7–11 кл.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2002.— 704 с.
4. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями и решениями) / В. М. Говоров, П. Т. Дыбов, Н. В. Мирошин, С. Ф. Смирнова.— М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983.— 384 с.
5. Горделадзе Ш. Г., Кухарчук М. М., Яремчук Ф. П. Збірник конкурсних задач з математики / За заг. ред. Ф. П. Яремчука.— 3-тє вид., перероб. і доп.— К.: Вища школа, 1988. — 328 с.
6. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие / В. В. Вавилов, И. И. Мельников, С. Н. Олехник, П. И. Пасиченко.— М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.— 240 с.
7. Збірник задач з математики для вступників до вузів / В. К. Єгерев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемський та ін.; За ред. М. І. Сканаві; Пер. з рос. Є. В. Бондарчук, Ю. Ю. Костриці, Л. П. Оніщенко.— 3-тє вид., стер.— К.: Вища школа, 1996.— 445 с.
8. Ляпин С. Е. и др. Сборник задач по элементарной алгебре. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. факульт. пед. ин-тов.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Просвещение, 1973. — 351 с.
9. Практикум по решению задач по математике / В. И. Михайловский, В. Е. Тарасюк, Е. А. Ченакал и др.— К.: Вища школа, 1975.— 424 с. (на українському мові).
10. Петров К. Сборник задач по алгебре: Кн. для учителя.— Пер. с болг.— М.: Просвещение, 1984.— 208 с.
11. Роганін О. М., Каплун О. І. Математика: Практичний довідник.— Х.: ФОП Співак Т. К., 2009.— 416 с.
12. Ушаков Р. П. Повторювальний курс математики: Посібник для учнів серед. закладів освіти / За ред. М. Й. Ядренка.— 2-ге вид., випр. і доп.— К.: Техніка, 2003.— 591 с.
13. Шарова Л. И. Уравнения и неравенства: пособие для подготовительных отделений.— К.: Вища школа, 1981.— 315 с.
14. Ясінський В. В. Математика. Навчальний посібник для слухачів ФДП НТУУ «КПІ» / За ред. чл.-кор. НАН України В. С. Мельника.— К.: НТУУ «КПІ», 2005.— 372 с.— (Серія «На допомогу абітурієнту»).

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів математичного, фізико-математичного та інформаційно-технологічного профілів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах з поглибленим вивченням математики)

Автори: *Требенко Дмитро Якович*, докторант кафедри методики та методології навчання фізико-математичних дисциплін у вищій школі НПУ імені М. П. Драгоманова, доцент, кандидат фізико-математичних наук;

Требенко Оксана Олександрівна, доцент кафедри вищої математики НПУ імені М. П. Драгоманова, кандидат фізико-математичних наук

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Теорія чисел — один із найважливіших розділів математики, що має давню, багату і надзвичайно цікаву історію. Лише століття тому німецький математик Л. Кронекер говорив, що теорія чисел тим прекрасна, що не має застосувань. Розвивалася ця наука здебільшого не заради розв'язування прикладних задач, а як мистецтво заради мистецтва, яке має свою внутрішню красу, гармонію, стрункість. Сьогодні результати досліджень з теорії чисел широко використовуються в найрізноманітніших галузях науки: для аналізу алгоритмів, інформаційних потоків, дослідження ступеня оптимальності комбінаторних алгоритмів, при проектуванні та аналізі різноманітних криптосистем, у кристалографії, теорії телефонних мереж, при розв'язуванні задач теорії наближених обчислень тощо.

Зовнішня простота формулювань умови задач із теорії чисел, їхнє практичне значення, життєвий генезис зацікавлять, без сумніву, кожного учня. Саме ця простота формулювань зумовила надзвичайну привабливість задач із теорії чисел. Чимало видатних математиків своїм інтересом до занять наукою завдячують саме теорії чисел. Історія знає багато прикладів «простих», на перший погляд, задач, для розв'язування яких необхідно було створити абсолютно нову математичну теорію, розробити новий метод. Проходили роки, десятиліття, а часто навіть і століття, перш ніж той чи інший факт обґрунтовувався строгим доведенням.

Для розв'язування багатьох задач теорії чисел, зокрема задач на подільність, часто не потрібні глибокі знання інших розділів математики. Цінується, в першу чергу, вміння спостерігати, аналізувати, робити гіпотетичні припущення тощо. Спеціально підібрана система задач може сприяти розвитку

інтуїції, формуванню вміння спостерігати, виявляти закономірності. Евристичний метод викладання сприятиме формуванню дослідницьких навичок: небагато хто з учнів в майбутньому стане математиком, але володіння навичками дослідницької роботи, без сумніву, стане в нагоді кожному.

Таким чином, задачі з теорії чисел — ідеальний варіант для зацікавлення математикою, розвитку інтуїції, креативності мислення, формування дослідницьких навичок.

У шкільному курсі математики елементи теорії чисел висвітлені досить мало. Як результат — невідповідність рівня наявних знань студента — випускника звичайної середньої загальноосвітньої школи вимогам програм університетського курсу вищої алгебри. Не є винятком і поглиблений курс шкільної математики, оскільки розгляд елементів теорії чисел передбачено в основній школі (у 6-му класі; на поглибленому рівні додатково у 8-му класі), і нерідко студенти вже мало що пам'ятають. При цьому навчальних посібників для учнів, у яких елементи теорії чисел викладалися б на елементарному рівні, практично немає. Особливо гостро проблема постає перед випускниками шкіл з одним універсальним профілем навчання (переважно це сільські школи), де відсутня можливість профілізації.

З метою усунення невідповідності між вимогами до обсягу знань з теорії чисел випускника школи — абітурієнта ВНЗ (галузі знань: фізико-математичні науки, системні науки та кібернетика, інформатика та обчислювальна техніка, автоматика та управління, математика, електроніка, інформаційна безпека тощо) і недостатнім висвітленням теорії чисел у чинних програмах з математики авторами пропонується впровадження курсу за вибором «Елементи теорії чисел», зміст якого органічно доповнює, поглиблює і розширює основний курс математики.

Програма курсу призначена для організації навчання в класах математичного, фізико-математичного, інформаційно-технологічного профілю; також може бути використана в класах універсального профілю.

Основною метою курсу є розширення математичного світогляду учня, підвищення загального рівня розвитку, посилення інтересу до математики, наукової творчості, самостійних творчих досліджень; надання можливості учню одержати (розширити і систематизувати) знання з теорії чисел в обсязі, необхідному для вступу до ВНЗ і успішного подальшого навчання.

Досягнення зазначеної мети забезпечується через реалізацію таких завдань:

- формування широкого погляду на математику як на єдину динамічну науку з характерними для неї методами; усвідомлення учнями досвідного походження основних математичних понять, теорій, методів, специфіки формування взаємозв'язків між окремими розділами математики;

- цілісне і систематизоване засвоєння учнями теоретичних основ теорії чисел і їх застосувань до розв'язування відповідних практичних задач; формування вмінь і навичок розв'язування задач з теорії чисел (зокрема, задач підвищеного (олімпіадного) рівня складності);
- розвиток творчої активності та індивідуальних здібностей кожного учня, інтуїції, креативності мислення; формування творчого підходу, нестандартного мислення і вміння вивчити проблему з різних боків, уміння знаходити найраціональніший спосіб розв'язування, оцінити отриманий результат.

В результаті вивчення курсу учень повинен:

- *мати уявлення:* про предмет і основні розділи теорії чисел; роль математиків в розвитку теорії чисел, вплив теорії чисел на розвиток інших розділів математики, застосування теорії чисел в математиці та суміжних науках; основні напрями досліджень і основні методи, що використовуються в теорії чисел, зв'язки між окремими розділами теорії чисел;
- *знати:* основні поняття і твердження: теорему про ділення з остачею, різні означення найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного кількох цілих чисел та їхні властивості, алгоритм Евкліда, формулу для обчислення НСК, властивості взаємно простих чисел, означення простого і складеного чисел та їхні властивості, теорему Евкліда, загальний вигляд простих чисел Ферма та Мерсенна, основні числові функції, означення конгруенції n -го степеня з одним невідомим та її розв'язку, теореми Ойлера і Ферма; основні типи задач і методи їх розв'язування; алгоритми розв'язування типових задач;
- *уміти:* виконувати ділення з остачею одного цілого числа на інше; знаходити НСД двох цілих чисел двома способами: використовуючи алгоритм Евкліда та канонічні розклади чисел; знаходити НСК двох цілих чисел двома способами: використовуючи формулу та канонічні розклади чисел; визначати, чи є задане натуральне число $n \neq 1$ простим чи складеним; знаходити: канонічний розклад цілого числа; цілу і дробову частини дійсного числа; кількість та суму натуральних дільників натурального числа n ; кількість натуральних чисел, що є меншими за натуральне число n і взаємно простими з ним; лінійне представлення НСД двох цілих чисел; всі прості числа, що містяться між заданими натуральними числами, користуючись теоремами Ойлера і Ферма; остачу від ділення; розв'язувати лінійні конгруенції, використовуючи числа 9 та 11; перевіряти правильність виконання арифметичних дій; виводити ознаки подільності; визначати довжину періоду при перетворенні звичайного дроби в десятковий.

Структура навчальної програми

Програму подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу та вимоги до навчальних досягнень учнів. Зміст навчального матеріалу структуровано за темами із зазначенням годин на їх вивчення. Розподіл годин між темами є орієнтовним і може змінюватись учителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів. Перелік вимог до навчальних досягнень учнів за кожною темою орієнтує на результати навчання, допоможе в плануванні системи контролю, доборі необхідного мінімального теоретичного матеріалу, розробці системи задач за кожною із тем.

Програма передбачає можливість опанування курсу з різним ступенем повноти: деякі питання і теми, що подані в квадратних дужках, не є обов'язковими для вивчення, що дозволяє вчителю залежно від конкретних умов варіювати обсяг матеріалу, який вивчається.

Курс розрахований на 34 години (1 година на тиждень протягом року).

Особливості організації навчання

Організація навчання математики в класах математичного, фізико-математичного, інформаційно-технологічного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб виявити і розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного конкретного учня. З метою створення необхідних умов для якнайповнішої реалізації освітньої, розвиваючої та виховної функцій математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів передбачається проведення курсів за вибором.

Курс за вибором для класів математичного профілю, в першу чергу, покликаний допомогти учневі переконатись у правильності професійного вибору, сприяти формуванню у старшокласників професійно важливих якостей, вдосконаленню навичок пізнавальної дослідницької діяльності, мотивувати до вибору професії, ознайомити із сучасними досягненнями в математиці та історією становлення і розвитку науки. Тому провідним принципом добору організаційних форм навчання для класів таких профілів має бути принцип моделювання ситуації професійної діяльності, за яким в навчальній діяльності використовуються елементи діяльності науковця-дослідника.

Математична підготовка в класах математичного, фізико-математичного та інформаційно-технологічного профілів має бути різнобічною та спрямовуватись на: обов'язкове засвоєння необхідного для подальшого професійного навчання мінімуму знань; формування вмінь прикладного застосування цих знань (моделювання реальних процесів); застосування математичного апарату для потреб комп'ютерних технологій (тому доцільно в процесі навчання-дослідження використовувати, зокрема, елементи ІКТ). Важливо, щоб учні усвідомили значення математики як науки, що дає універсальні

знання, методи якої належать до провідних методів наукового дослідження, відчули необхідність одержання ґрунтовної математичної підготовки.

Критерієм оцінки навчальної діяльності учнів сьогодні є не лише і не стільки обсяг матеріалу, який залишився в їхній пам'яті, скільки вміння його аналізувати, узагальнювати, активно використовувати в нестандартних ситуаціях, самостійно здобувати знання, вести пошуково-дослідницьку роботу. Формування таких умінь вимагає від учителя творчого підходу. Запропонована програма орієнтована саме на творчий підхід до її реалізації, надає можливість учителю самостійно добирати організаційні форми, шукати такий варіант організації навчання, при якому пануватиме атмосфера зацікавленості, небайдужості до матеріалу, що розглядається, спільного активного пошуку.

Рекомендації щодо роботи з програмою

Відомості з історії розвитку теорії чисел, а також інформація про сучасні досягнення в науці, їхнє прикладне значення (зокрема, сучасні застосування в сфері захисту комп'ютерної інформації, криптографії тощо) надзвичайно важливі у навчальному, виховному і розвивальному аспектах; до них доцільно і необхідно систематично звертатися протягом всього періоду опанування курсу. Це підкреслить велику значущість математики (і теорії чисел зокрема) для розвитку науки, практичних потреб сьогодення. Крім того, варто згадати і про застосування ЕОМ для розв'язування задач теорії чисел (зокрема, пошуку простих чисел тощо).

Для сучасної теорії чисел характерне застосування досить різноманітних методів досліджень; так, наприклад, багато проблем теорії чисел можна природно сформулювати у геометричній формі, і до розв'язування таких задач застосовують геометричні міркування. Широко використовуються також методи математичного аналізу; зокрема, при вивченні питань, пов'язаних із розподілом простих чисел, особливо часто доводиться застосовувати результати теорії функцій комплексної змінної.

Внаслідок опанування курсу учні повинні усвідомити, що математична наука — це цілісна наука, що математичним теоріям притаманна лише певна самостійність: деякий час вони можуть існувати незалежно одна від одної, лише в своїх окремих межах, але з часом методів одного розділу стає недостатньо. З іншого боку, в межах окремого розділу можуть виникати нові теорії, практичне значення яких виявиться значно пізніше. Багато математичних теорій завдячують своєму виникненню саме теорії чисел. Так, поштовхом до узагальнення арифметики цілих чисел стали спроби довести Велику теорему Ферма: з'явилися «ідеальні» числа Куммера, з якими пов'язують виникнення теорії ідеалів Р. Дедекінда (1871), що мала велике значення для подальшого розвитку математики саме через можливість узагальнення окремих понять теорії чисел (таких, як, наприклад, НСД і НСК),

а також методу Кронекера (1882). Більш того, заслугою Р. Дедекінда є введення загального аксіоматичного методу побудови математичних структур. Побудову теорії алгебраїчних функцій однієї змінної Вебером і Дедекіндом було здійснено саме із застосуванням цього методу — в результаті було відмічено подібність у властивостях чисел і властивостях многочленів. Лише через 40 років із виникненням абстрактної теорії кілець було знайдено причину цієї подібності (Е. Нетер).

Найбільш ефективною для створення активної творчої атмосфери на заняттях курсу за вибором виявилася на практиці така комбінована форма проведення занять: учитель подає мінімальний необхідний теоретичний матеріал, активно залучаючи учнів до його формулювання і виведення, формулює задачу і не поспішає давати розв'язання, надає можливість учню самостійно подумати. Через деякий час обговорюються всі запропоновані учнями способи розв'язування цієї задачі, формулюються загальні методи і підходи, здійснюється аналіз можливостей застосування окремих методів; обговорюються особливості розв'язування різних задач, типу задач, системи задач в рамках теми / методу; серед всіх запропонованих варіантів розв'язування вибирається найбільш «красивий, вишуканий». Це дає змогу реалізувати диференційований підхід і активізувати самостійну навчальну діяльність учнів. Досвід показує, що засвоєння змісту даного курсу відбувається успішніше, якщо навіть ознайомлення із необхідним теоретичним матеріалом проходить в процесі розв'язування задач (метод доцільних задач). Таким чином досягається осмисленість і міцність знань.

У межах даного курсу розглядається велика кількість задач різного рівня складності: від задач «на означення» до задач, розв'язування яких вимагає використання комплексу результатів, теорем, інших задач, різних технічних прийомів і немалої частки математичної фантазії. Безумовно, не всі задачі будуть доступні учням із середнім і навіть високим рівнем навчальних досягнень, тому існує небезпека втрати учнем віри у власні можливості. Уникнути цього можна, лише розумно дозуючи складність задач, комбінуючи індивідуальний підхід, коли кожному учню пропонується задача, рівень складності якої відповідає рівню його індивідуальних можливостей, із колективним обговоренням найбільш складних, серйозних, але важливих в теоретичному плані задач.

Внаслідок пошуку різних способів розв'язування тієї самої задачі формується пізнавальний інтерес, розвиваються творчі здібності, креативність мислення, виробляються дослідницькі навички. Обговорення нових знайдених способів розв'язування, виявлення можливостей застосування певних окремих прийомів, узагальнення задачі та способу розв'язування дають можливість учитися на задачі. Пошук найбільш раціонального, красивого, вишуканого способу розв'язування сприяє естетичному вихованню та підвищенню загальної математичної культури, розвиває гнучкість мислення.

Загальні методи слід розглядати обов'язково, проте часто нестандартні задачі (а серед задач із теорії чисел їх досить багато) можна розв'язати набагато простіше. Завдання учителя — показати, що розв'язування задачі за шаблоном нерідко призводить до виникнення помилок, збільшення обсягу роботи, іноді — до ускладнення розв'язання. Водночас для багатьох задач може існувати лише єдиний спосіб розв'язування. Тому, щоб охопити якомога більше можливих способів, учитель повинен чітко продумувати зміст кожного заняття та ретельно добирати систему задач в межах кожної окремої теми.

Зробимо декілька зауважень щодо вивчення тем 1–3. Теоретичний матеріал цих тем (у переважній більшості) розглядався в курсі математики основної школи (у 6-му класі; на поглибленому рівні додатково у 8-му класі). Зрозуміло, що з того часу багато хто забув цей матеріал і необхідним є повторення. Тим актуальнішим стає дане питання, якщо зауважити, що в останні роки зміст курсу вищої алгебри в університеті зазнав значних змін. З метою економії навчального часу близько 20 років тому було запроваджено практику вивчення елементів теорії чисел в рамках більш загальних абстрактних алгебраїчних теорій: теорії кілець, груп. При такому підході студенти знайомляться з елементами теорії подільності в кільці цілих чисел лише при розв'язуванні окремих задач і доведенні окремих теорем. Аналогічно теорія конгруенцій за натуральним модулем (один із ключових підрозділів елементарної теорії чисел) часто розглядається як окремий приклад конгруенцій за ідеалом в теорії кілець; одна з відомих і широко застосованих в теорії чисел мала теорема Ферма тлумачиться з позиції теорії циклічних груп тощо. Значення теорії чисел внаслідок такої практики нівелюється, цілісного уявлення про теорію чисел як про окрему самостійну галузь студенти не отримують. Ситуація ускладнюється ще й тим, що в теорії кілець, груп використовуються абсолютно нові, незвичні для студента підходи. В умовах високого рівня абстрактності навчального матеріалу зрозуміти, про що йде мова, досить непросто. До сприйняття даного матеріалу майбутнього студента необхідно заздалегідь підготувати.

Пропонується теорію подільності на множині цілих чисел побудувати аналогічно теорії подільності в довільній області цілісності. При цьому означення окремих понять (НСД, НСК) формулюються подібно до відповідних означень в довільній області цілісності, показується, що запропоновані означення еквівалентні тим, які були введені в основному курсі математики. В такий спосіб багато тверджень, властивостей, теорем, розглянутих на множині цілих чисел, потім легко узагальнюються на випадок довільної області цілісності (інколи просто дослівним повторенням міркувань). За такого підходу, з одного боку, здійснюються повторення, узагальнення і систематизація набутих раніше знань (що не є рутинним, оскільки відсутнє дублювання), що спонукає до переосмислення знайомих фактів. З іншого боку, учень,

по-перше, має можливість отримати необхідні глибокі знання з теорії подільності на множині цілих чисел; по-друге, буде підготовлений до кращого сприйняття теорії подільності в довільній абстрактній області цілісності.

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів

Оцінювання навчальних досягнень учнів відбувається за критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів загальноосвітніх навчальних закладів, затвердженими Міністерством освіти і науки України, з урахуванням вимог, наведених у програмі даного курсу.

Оцінюванню підлягає:

- рівень володіння теоретичним матеріалом;
- рівень володіння практичними вміннями і навичками;
- зміст і якість індивідуальної роботи.

Поточне оцінювання (під час занять або за результатами виконання домашніх робіт, усних відповідей, письмових робіт тощо) носить заохочувальний, стимулюючий та діагностико-корегуючий характер, його необхідність визначається вчителем. При підсумковому оцінюванні, в першу чергу, враховуються індивідуальні досягнення кожного учня.

Виявити залишковий рівень знань наприкінці вивчення курсу допоможе контрольна робота, до змісту якої бажано включати як питання теоретичного характеру (у формі тестових завдань), так і задачі, серед яких обов'язково мають бути такі, що потребують творчого підходу, дослідження, детального пояснення.

Враховуючи те, що курс є елективним, можливі також нетрадиційні форми підсумкового оцінювання: наприклад, індивідуальна співбесіда.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Подільність цілих чисел	2
2	Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Взаємно прості числа	4
3	Прості і складені числа	2
4	Числові функції	4
5	Конгруенції на множині цілих чисел	8
6	Конгруенції з одним невідомим	10
7	Арифметичні застосування конгруенцій	3
	Підсумкова контрольна робота	1
	РАЗОМ	34

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 1. Подільність цілих чисел Подільність цілих чисел, властивості. Ділення з остачею.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення подільності двох цілих чисел; основні властивості подільності; теорему про ділення з остачею; • <i>застосовує</i> основні властивості подільності, теорему про ділення з остачею до розв'язування задач.
4	<p>Тема 2. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Взаємно прості числа Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне кількох цілих чисел та їхні властивості, способи знаходження. Алгоритм Евкліда. Діофантові рівняння. Взаємно прості числа та їхні властивості. [Піфагорові трійки.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного кількох цілих чисел; властивості НСД і НСК кількох цілих чисел; • <i>застосовує</i> властивості НСД і НСК кількох цілих чисел до розв'язування задач; • <i>знаходить</i> НСД двох цілих чисел за допомогою алгоритму Евкліда; • <i>обчислює</i> НСК двох цілих чисел, використовуючи формулу; • <i>формулює</i> властивості взаємно простих чисел та використовує їх для розв'язування задач; • <i>розв'язує</i> найпростіші діофантові рівняння.
2	<p>Тема 3. Прості і складені числа Прості числа та їхні властивості. Теорема Евкліда про нескінченність множини простих чисел. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення простих та складених чисел; властивості простих чисел; • <i>застосовує</i> властивості простих чисел до розв'язування задач;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Числа Ферма, Мерсенна. [Досконалі числа (теорема Евкліда — Ойлера), дружні числа. Сучасний стан питання про розподіл простих чисел в натуральному ряді і арифметичних прогресіях.]	<ul style="list-style-type: none"> • визначає, простим чи складеним є задане натуральне число; • знаходить усі прості числа на певному проміжку; • знаходить канонічну форму натурального числа; • обчислює НСД та НСК, використовуючи узагальнену канонічну форму.
4	<p>Тема 4. Числові функції</p> <p>Означення та приклади числових функцій. Мультиплікативні функції. Функція Ойлера. Функція Антьє. Знаходження числа та суми натуральних дільників натурального числа n.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення числових функцій; означення мультиплікативної функції; • знаходить цілу і дробову частину дійсного числа; число та суму натуральних дільників натурального числа n; кількість натуральних чисел, що є меншими за натуральне число n і взаємно простими з ним.
8	<p>Тема 5. Конгруенції на множині цілих чисел</p> <p>Конгруенції на множині цілих чисел та їхні властивості. Класи лишків за даним модулем. Повна та зведена система лишків. Теорема Ойлера та Ферма. Застосування конгруенцій до обчислення остач при діленні на задане число та визначення останньої (кількох останніх) цифри числа.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення конгруенції; властивості конгруенцій; • застосовує властивості конгруенцій до розв'язування вправ; • формулює означення класу лишків за модулем; означення повної та зведеної систем лишків за даним модулем; • уміє визначати, чи утворює заданий набір чисел повну (зведену) систему лишків за певним модулем; • формулює теорему Ойлера і Ферма та застосовує їх до розв'язування вправ.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
10	<p>Тема 6. Конгруенції з одним невідомим</p> <p>Класи розв'язків конгруенції. Лінійні конгруенції. Способи розв'язування лінійних конгруенцій. Системи лінійних конгруенцій. Китайська теорема про остачі. Зведення конгруенції за складеним модулем до системи конгруенцій за простими модулями. Рівносильні перетворення конгруенції n-го степеня за простим модулем та її розв'язання.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення конгруенції n-го степеня та її розв'язку; теорему про існування та число розв'язків лінійної конгруенції; • <i>розв'язує</i> лінійні конгруенції, використовуючи різні способи; системи лінійних конгруенцій; • <i>знає</i> китайську теорему про остачі; • <i>спрощує та розв'язує</i> конгруенції n-го степеня за простим модулем; • <i>знає</i> теорему Вільсона.
3	<p>Тема 7. Арифметичні застосування конгруенцій</p> <p>Виведення ознак подільності на 3, 9, 11, 2^k, 5^k, $k \in \mathbf{N}$. Перевірка результатів арифметичних дій. Перетворення звичайного дробу в десятковий. [Визначення дня тижня. Складання розкладу змагань. Криптозахист.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> ознаку Паскаля; • <i>виводить</i> ознаки подільності на 3, 9, 11, 2^k, 5^k, $k \in \mathbf{N}$; • <i>перевіряє</i> правильність виконання арифметичних дій, використовуючи цифри 9 і 11; • <i>знаходить</i> довжину періоду десяткового дробу.
1	Підсумкова контрольна робота	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 1. Подільність цілих чисел (2 год)		
1		Подільність цілих чисел. Властивості
2		Ділення з остачею

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 2. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Взаємно прості числа (4 год)		
3		Найбільший спільний дільник кількох цілих чисел. Алгоритм Евкліда. Лінійне представлення НСД
4		Найменше спільне кратне кількох цілих чисел
5		Діофантові рівняння
6		Взаємно прості числа
Тема 3. Прості та складені числа (2 год)		
7		Прості та складені числа. Решето Ератосфена
8		Канонічний розклад числа n . Знаходження НСД та НСК двох цілих чисел
Тема 4. Числові функції (4 год)		
9		Ціла і дробова частини дійсного числа
10		Мультиплікативні функції та їхні властивості
11		Число і сума натуральних дільників натурального числа n
12		Функція Ойлера
Тема 5. Конгруенції на множині цілих чисел (8 год)		
13–14		Конгруенції на множині цілих чисел та їхні найпростіші властивості
15–16		Класи лишків, повна і зведена системи лишків за даним модулем
17–18		Теореми Ойлера і Ферма
19–20		Обчислення остач при діленні на задане число. Визначення останньої (кількох останніх) цифри числа

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 6. Конгруенції з одним невідомим (10 год)		
21–22		Конгруенції першого степеня з одним невідомим
23		Розв'язування лінійних діофантових рівнянь з двома невідомими за допомогою конгруенцій
24–25		Системи конгруенцій. Китайська теорема про остачі
26–27		Зведення конгруенції за складеним модулем до системи конгруенцій за простими модулями
28–30		Конгруенції n -го степеня за простим модулем. Теорема Вільсона
Тема 7. Арифметичні застосування конгруенцій (3 год)		
31		Виведення ознак подільності
32		Перевірка результатів арифметичних дій
33		Перетворення звичайного дроби в десятковий
34		Підсумкова контрольна робота

ЛІТЕРАТУРА

1. Требенко Д. Я., Требенко О. О. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч.— К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009.— Ч. 1.— 420 с.
2. Бородін О. І. Теорія чисел.— К.: Вища школа, 1970.— 274 с.
3. Бухштаб А. А. Теория чисел.— М.: Просвещение, 1966.— 384 с.
4. Оре О. Приглашение в теорию чисел: Пер. с англ.— М.: Наука, 1980.— 128 с.
5. Требенко Д. Я., Требенко О. О. Збірник індивідуальних розрахункових завдань з курсу «Алгебра і теорія чисел»: У 2 ч.— К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009.— Ч. 1.— 172 с.
6. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. / С. Т. Завало, С. С. Левіщенко, В. В. Пилаєв, І. О. Рокицький.— К.: Вища школа, 1986.— Ч. 2.— 264 с.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ПРАКТИКУМ

Програма факультативного курсу для учнів 10 класів природничо-математичного напрямку

Автор: *Коновалова Галина Андріївна, вчитель математики Шепетівського НВК № 1 м. Шепетівка Хмельницької області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Для успішної діяльності в сучасному світі людина має володіти прийомами математичної діяльності та навичками застосування знань до розв'язування практичних задач. Достатня математична підготовка необхідна і для оволодіння іншими навчальними дисциплінами, що вивчаються в загальноосвітніх навчальних закладах. Цей факультативний курс призначений для учнів 10 класів природничо-математичного напрямку, оскільки навчання за цим напрямком передбачає володіння учнями технікою обчислень, зокрема наближених, для успішного вивчення профільних та суміжних з ними навчальних предметів.

Мета курсу — забезпечити умови для досягнення кожним учнем практичної компетентності: володіння технікою обчислень із раціональним поєднанням усних, письмових, інструментальних обчислень, у тому числі наближених.

Завдання курсу:

- розширити знання про способи розв'язування рівнянь, зокрема наближені;
- удосконалити вміння виконувати обчислювальні операції над числами;
- розвивати логічне мислення, творчі здібності, алгоритмічну культуру мислення учнів.

Програму курсу подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу і вимоги до навчальних досягнень учнів. У змісті навчання вказано той навчальний матеріал, який підлягає опрацюванню. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які сприятимуть підготовці до ЗНО, реалізації міжпредметних зв'язків та подальшому успішному навчанню у вищих навчальних закладах.

Курс розрахований на 35 годин.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Основні поняття наближених обчислень	3
2	Метод похибок	3
3	Правила підрахунку цифр	2
4	Основні принципи побудови математичних таблиць	2
5	Лінійна інтерполяція	3
6	Загальні правила складання математичних таблиць	2
7	Розв'язування задач на складання таблиць для функцій	3
8	Наближене обчислення коренів рівняння	12
9	Симплекс-метод	5
	РАЗОМ	35

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
3	Тема 1. Основні поняття наближених обчислень Поняття про наближені числа, значущі цифри, округлення, похибки.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • називає основні поняття наближених обчислень; • наводить приклади наближених чисел, знаходження похибок, округлення чисел, значущих цифр; • характеризує значущі цифри у числі, абсолютну та відносну похибки; • описує правила округлення чисел, правила знаходження похибок; • пояснює процес округлення, знаходження похибок; • розв'язує задачі на округлення чисел, знаходження похибок округлення.
3	Тема 2. Метод похибок	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • називає наближені обчислення зі строгим врахуванням похибок і без строгого врахування похибок;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • <i>наводить приклади</i> обчислення зі строгим врахуванням похибок і без строгого врахування похибок; • <i>характеризує</i> абсолютну похибку натурального логарифма, абсолютну та відносну похибки суми, відносну похибку добутку, частки, степеня з натуральним показником, кореня; • <i>формулює</i> теореми про абсолютну похибку натурального логарифма, абсолютну та відносну похибки суми, відносну похибку добутку, частки, степеня з натуральним показником, кореня; • <i>пояснює</i> метод похибок; • <i>розв'язує</i> задачі на наближені обчислення зі строгим врахуванням похибок і без строгого врахування похибок.
2	Тема 3. Правила підрахунку цифр	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> правила підрахунку цифр; • <i>наводить приклади</i> використання правил підрахунку цифр; • <i>характеризує</i> задачі, при розв'язуванні яких використовуються правила підрахунку цифр; • <i>описує</i> алгоритм використання правил підрахунку цифр; • <i>пояснює</i> особливості використання правил підрахунку цифр; • <i>розв'язує</i> задачі, при розв'язуванні яких використовуються правила підрахунку цифр.
2	Тема 4. Основні принципи побудови математичних таблиць	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> таблиці з одним, двома і т. д. входами, зі сталим кроком, табличну різницю, об'єм таблиці, k-значну таблицю; • <i>наводить приклади</i> таблиць з одним, двома і т. д. входами, зі сталим кроком, табличної різниці, k-значної таблиці;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • <i>характеризує</i> таблиці з одним, двома і т. д. входами, з сталим кроком, табличні різниці, <i>k</i>-значні таблиці; • <i>пояснює</i> принцип побудови математичних таблиць; • <i>розв'язує</i> задачі на складання таблиць з одним, двома і т. д. входами, зі сталим кроком, <i>k</i>-значні таблиці.
3	<p>Тема 5. Лінійна інтерполяція</p> <p>Лінійна інтерполяція. Таблиці пропорційних частин. Умова лінійної інтерполяції. Обернена інтерполяція.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> правило знаходження значення функції для проміжних значень аргументу; • <i>наводить приклади</i> знаходження значень функції для проміжних значень аргументу; • <i>описує</i> таблиці пропорційних частин, умову можливості лінійної інтерполяції; • <i>пояснює</i>, для чого складають таблиці пропорційних частин; суть лінійної інтерполяції, оберненої лінійної інтерполяції; • <i>розв'язує</i> задачі на знаходження значення функції для проміжних значень аргументу.
2	<p>Тема 6. Загальні правила складання математичних таблиць</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> правила складання математичних таблиць; • <i>наводить приклади</i> функцій, для яких складають таблицю значень; • <i>характеризує</i> основні вимоги до складання математичних таблиць; • <i>описує</i> правила складання математичних таблиць, способи перевірки правильності побудови таблиць; • <i>пояснює</i> необхідність різниць при складанні таблиць; • <i>розв'язує</i> задачі на складання таблиць для функцій.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
3	Тема 7. Розв'язування задач на складання таблиць для функцій	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі на складання таблиць для функцій.
12	Тема 8. Наближене обчислення коренів рівнянь Методи наближеного розв'язування рівнянь: графічне розв'язування рівнянь; відокремлення коренів рівнянь; метод спроб; метод лінійної інтерполяції (хорд); метод Ньютона (дотичних); метод ітерації.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> називає методи наближеного розв'язування рівнянь; пояснює методи наближеного розв'язування рівнянь: графічне розв'язування рівнянь, відокремлення коренів рівнянь, метод спроб, метод лінійної інтерполяції (хорд), метод Ньютона (дотичних), метод ітерації; розв'язує рівняння, використовуючи наближені методи.
5	Тема 9. Симплекс-метод	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> пояснює симплекс-метод; розв'язує задачі, використовуючи симплекс-метод.

ЛІТЕРАТУРА

- Вірменко Н. О., Ляшко І. І., Шведов К. І. Графіки функцій. Довідник.— К.: Наукова думка, 1977.
- Каплан Я. Л. Рівняння.— К.: Рад. шк., 1968.
- Математика. 10 клас: Посіб. для шкіл та класів з поглибл. вивч. математики.— К.: Освіта, 1998.
- Суткова А. В. Математика. Посібник для факультативних занять у 10 класі.— К.: Рад. шк., 1970.

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ НА ЕКСТРЕМУМ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів математичного, фізико-математичного профілів і класів з поглибленим вивченням математики

Автор: *Попова Лариса Костянтинівна, вчитель математики Одеського ліцею «Приморський» Одеської міської ради Одеської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Державний стандарт базової і повної середньої освіти визначає математику як одну з основних освітніх галузей, що забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, насамперед природничо-математичного циклу. Науки об'єднуються для вивчення складних проблем сучасності. Цим обумовлена актуальність міжпредметних зв'язків у шкільному навчальному процесі, зокрема зв'язок математики з фізикою, економікою, хімією, інформатикою.

Мета курсу — сформувати навички застосування знань, набутих при вивченні шкільного курсу алгебри і початків аналізу, до розв'язування задач прикладного характеру; створити умови для оволодіння учнями методами розв'язування таких задач; розвинути дослідницькі здібності учнів.

Вивчення курсу передбачає поглиблену підготовку учнів з математики, поєднання вивчення математики та фізики, математики та інформатики; застосування методу математичного моделювання та використання нових інформаційних технологій.

Програму розраховано на 35 годин. Зміст програми структуровано за темами із зазначенням орієнтовної кількості годин на їх вивчення.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Дослідження функції на екстремум	8
2	Розв'язування геометричних задач на екстремум	12
3	Розв'язування технічних задач на найбільше і найменше значення	7
4	Задачі лінійного програмування	8

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>Тема 1. Дослідження функції на екстремум</p> <p>Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. Застосування властивостей квадратного тричлена для дослідження функції. Нерівність Коші. Використання наслідків нерівності Коші. Застосування похідної для дослідження функції. Найбільше і найменше значення тригонометричних функцій.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>володіє</i> поняттями найбільшого і найменшого значень функції; • <i>формулює</i> необхідні й достатні умови екстремуму функції; • <i>знаходить</i> найбільше і найменше значення функції; • <i>досліджує</i> функції за допомогою похідної; • <i>формулює</i> властивості квадратичної функції; • <i>застосовує</i> властивості квадратичної функції для дослідження функції; застосовує наслідки з нерівності Коші, властивості тригонометричних функцій до розв'язування задач на найбільше і найменше значення.
12	<p>Тема 2. Розв'язування геометричних задач на екстремум</p> <p>Схема зведення геометричних задач до задач на дослідження функції на екстремум та найбільше і найменше значення. Розв'язування задач планіметрії на найбільше і найменше значення. Многогранники в задачах на екстремум. Задачі на екстремум і тіла обертання.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> схему зведення геометричних задач до задач на знаходження найбільшого чи найменшого значення; • <i>уміє будувати</i> функцію, яку необхідно дослідити; • <i>використовує</i> отримані знання для розв'язування задач планіметрії та стереометрії на знаходження найбільшого чи найменшого значення.
7	<p>Тема 3. Розв'язування технічних задач на найбільше і найменше значення</p> <p>Побудова математичних моделей для розв'язування технічних задач.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> побудувати математичну модель задачі; дослідити отриману функцію; проаналізувати отриманий результат;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Розв'язування задач техніки на найбільше чи найменше значення.	<ul style="list-style-type: none"> використовує отримані знання для розв'язування фізичних задач.
8	<p>Тема 4. Задачі лінійного програмування</p> <p>Загальні відомості про лінійне програмування. Постановка задачі лінійного програмування. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування. Розв'язування прикладних задач.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> формулює задачу лінійного програмування; знає схему графічного метода розв'язування задачі лінійного програмування; уміє застосовувати отримані знання до розв'язування прикладних задач; використовує програмні засоби для отримання результату.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

Номер заняття	Дата	Тема, зміст заняття
Тема 1. Дослідження функції на екстремум (8 год)		
1		Вступ
2–3		Квадратний тричлен в задачах на найбільше і найменше значення
4–5		Нерівність Коші, її наслідки та застосування до розв'язування задач на найбільше і найменше значення
6–7		Застосування похідної для дослідження функції на екстремум
8		Найбільше і найменше значення тригонометричних функцій
Тема 2. Розв'язування геометричних задач на екстремум (12 год)		
9–12		Розв'язування задач планіметрії на найбільше і найменше значення
13–15		Площа поверхні многогранника в задачах на екстремум

Номер заняття	Дата	Тема, зміст заняття
16–17		Знаходження найбільшого чи найменшого об'єму многогранників
18–20		Тіла обертання в задачах на екстремум
Тема 3. Розв'язування технічних задач на найбільше і найменше значення (7 год)		
21–27		Розв'язування прикладних задач
Тема 4. Задачі лінійного програмування (8 год)		
28–29		Загальні відомості про лінійне програмування. Постановка задачі
30–31		Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування
32–35		Розв'язування задач

ЛІТЕРАТУРА

1. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Алгебра і початки аналізу: Дворівневий підручник для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів.— Х.: Світ дитинства, 2005.— 392 с.
2. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти.— К.: Освіта, 2000.— 318 с.
3. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти.— К.: Освіта, 2001.— 311 с.
4. Математика: Посібник для шкіл та класів з поглибленим вивченням математики / Л. М. Вивальнюк, М. М. Мурач, О. І. Соколенко та ін.— К.: Освіта, 1998.— 301 с.
5. Галицкий М. Л. и др. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа: Метод. рекомендации и дидактические материалы: Пособ. для учителя.— 2-е изд., дораб.— М.: Просвещение, 1990.— 352 с.
6. Солодовников А. С. Системы линейных неравенств.— М.: Наука, 1977.— 112 с.
7. Тъмеладзе З. Я. Физика и линейные неравенства // Квант.— 1975.— № 10.
8. Шарыгин И. Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 11 кл. сред. шк.— М.: Просвещение, 1991.— 384 с.
9. Титаренко О. М. 5770 задач з математики з відповідями.— 2-ге вид., випр.— Х.: ТОРСІНГ+, 2007.— 336 с.

ЗОБРАЖЕННЯ ТА ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів математичного та фізико-математичного профілів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах з поглибленим вивченням математики)

Автори: *Кугай Наталя Василівна, доцент кафедри математики та методики викладання Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка, кандидат педагогічних наук;*

Заїка Оксана Володимирівна, асистент кафедри математики та методики викладання Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета даного курсу — ознайомити учнів з деякими фактами та методами проективної геометрії, допомогти оволодіти правилами виконання зображень просторових фігур на площині та методами розв'язування задач на побудову перерізів, розвинути просторове мислення, виявити та розвинути математичні здібності учнів.

Основні завдання курсу:

- ознайомити учнів з основними вимогами, що висуваються до зображень; з правилами зображення плоских та просторових фігур на площині; з афінним та проективним перетвореннями;
- сформувані вміння виконувати зображення плоских і просторових фігур на площині; застосовувати елементи проективної геометрії до розв'язування задач евклідової геометрії (зокрема, на побудову перерізів просторових тіл);
- поглибити знання шкільного курсу стереометрії;
- забезпечити свідоме оволодіння учнями систематичними знаннями, вміннями і навичками, необхідними в повсякденному житті та трудовій діяльності, достатніми для вивчення суміжних дисциплін та продовження навчання;
- розвивати просторову уяву, формувати в учнів інтерес до математики;
- сприяти профорієнтації на майбутні професії, пов'язані з математикою;
- підготувати учнів до успішного навчання у вищих навчальних закладах.

Курс складається з двох розділів. У першому розділі розкриваються поняття, пов'язані із зображеннями: вимоги до зображень; центральне та паралельне проектування як методи утворення зображення; правила зображення плоских і просторових фігур на площині. Другий розділ містить поняття проєктивної геометрії: афінне та афінно-перспективне перетворення, проєктивне перетворення, поняття, які найчастіше використовуються для розв'язування задач на побудову за допомогою одної лінійки, зокрема на побудову перерізів просторового тіла.

Початковими знаннями, необхідними для вивчення курсу, є основи стереометрії (теореми про прямі та площини) та поняття геометричних перетворень. Матеріал першого розділу — це узагальнення, систематизація та поглиблення матеріалу, з яким учні знайомі з 10-го класу.

Під час проведення занять можна використовувати стереоскопічні набори, програмні засоби: GRAN, KOMPAS 3D, Derive, EUREKA, Maple, MathCad, Mathematica та ін. При цьому комп'ютер може використовуватись не лише для демонстрації виконання побудов, а й для стимулювання детального вивчення теоретичних питань, розвитку просторової уяви під час розв'язування задач засобами комп'ютерної графіки.

Курс розрахований на 35 годин навчального часу.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
Розділ 1. Зображення		10
1	Зображення та наука про них. Вимоги до зображень	2
2	Методи зображення: центральне та паралельне проектування, їх властивості	2
3	Проекції кола. Конічні перерізи	2
4	Зображення плоских і просторових фігур на площині	4
Розділ 2. Перетворення		25
5	Поняття перетворення. Інваріанти перетворення	1
6	Афінна та перспективно-афінна відповідність	2
7	Визначеність зображення	1
8	Проєктивне (перспективне) перетворення, його властивості	1
9	Осьова та центральна колінеація, гомологія	2
10	Принципи двоїстості	1

№ з/п	Тема	Кількість годин
11	Деякі окремі випадки гомології	2
12	Теорема Дезарга	2
13	Поняття повного чотиривершинника та гармонічної четвірки точок	2
14	Задачі з недосяжними елементами	4
15	Побудова перерізів просторових фігур методом слідів і внутрішнього проектування	4
16	Узагальнення і систематизація вивченого матеріалу	3
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
10	Розділ 1. Зображення	
2	<p>Тема 1. Зображення та наука про них. Вимоги до зображень</p> <p>Поняття зображення. Демонстрація картин чи рисунків, виконаних із дотриманням усіх вимог до зображення та з їх порушенням.</p> <p>Основні вимоги до зображення: правильність, наочність, вимірність, простота у побудові, повнота й метрична визначеність.</p> <p>Умови, які має задовольняти зображення для того, щоб бути правильним, наочним, вимірним, повним і метрично визначеним.</p> <p>Правильні, наочні, вимірні, прості, повні, метрично визначені, оборотні, умовні зображення, їх приклади.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>наводить приклади</i> правильно виконаного зображення і зображення з помилками; • <i>пояснює</i> основні вимоги до зображення: правильність, наочність, вимірність, простота у побудові, повнота й метрична визначеність; умови, яким має задовольняти зображення для того, щоб бути правильним, наочним, вимірним, повним та метрично визначеним; • <i>розрізняє</i> правильні, наочні, вимірні, прості, повні, метрично визначені, оборотні, умовні зображення.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 2. Методи зображення: центральне та паралельне проєктування, їх властивості</p> <p>Означення центрального та паралельного проєктування, їх приклади. Властивості центрального та паралельного проєктування, їх порівняння. Побудова зображень фігур при центральному та паралельному проєктуванні.</p> <p>Розв'язування задач на побудову центральних і паралельних проєкцій фігур.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення центрального та паралельного проєктування; • <i>наводить приклади</i> центрального та паралельного проєктування; • <i>характеризує</i> центральне та паралельне проєктування; • <i>описує</i> побудову зображень фігур при центральному та паралельному проєктуванні; • <i>пояснює</i> властивості центрального та паралельного проєктування; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову зображень фігур в центральній та паралельній проєкціях.
2	<p>Тема 3. Проекції кола. Конічні перерізи</p> <p>Лабораторна робота з отримання тіні кола при центральному та паралельному проєктуванні.</p> <p>Історія дослідження конічних перерізів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>наводить приклади</i> проєкцій кола при центральному та паралельному проєктуванні; • <i>описує</i> утворення проєкцій кола при центральному та паралельному проєктуванні; • <i>пояснює</i> утворення зображення кола в центральній проєкції; • <i>розв'язує</i> задачі на утворення зображення кола при різних положеннях кола та центра проєктування.
4	<p>Тема 4. Зображення плоских і просторових фігур на площині</p> <p>Теореми, що лежать в основі теорії зображення плоских і просторових фігур.</p> <p>Правила виконання зображень плоских і просторових фігур.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> правила виконання зображень плоских і просторових фігур; • <i>наводить приклади</i> правильного та неправильного виконання зображення плоских і просторових фігур;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Виконання зображень трикутника, квадрата, паралелограма, трапеції та кола на площині.</p> <p>Виконання зображень правильних п'ятикутника, шестикутника, восьмикутника; правильних трикутника, чотирикутника, шестикутника, вписаних і описаних навколо кола.</p> <p>Виконання зображень правильної призми, піраміди, конуса, циліндра, кулі та їх комбінацій на площині.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> кроки виконання зображення плоских і просторових фігур; • <i>пояснює</i> правила виконання зображення плоских і просторових фігур; • <i>розв'язує</i> задачі на зображення правильних многокутників, кола та їх комбінацій; многогранників, тіл обертання та їх комбінацій.
25	Розділ 2. Перетворення	
1	<p>Тема 5. Поняття перетворення. Інваріанти перетворення</p> <p>Поняття перетворення, перетворення «в», «на», взаємно однозначні перетворення та їх приклади. Геометричні перетворення: симетрія відносно точки, прямої; поворот, паралельне перенесення, гомотетія, перетворення подібності, рух, їхні властивості. Поняття інваріанта, приклади. Виконання геометричних перетворень. Розв'язування задач на використання геометричних перетворень.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> основні геометричні перетворення, їхні означення та властивості, інваріанти; • <i>наводить приклади</i> геометричних перетворень; • <i>характеризує</i> основні геометричні перетворення; • <i>описує</i> кроки виконання геометричних перетворень; • <i>розв'язує</i> задачі на використання геометричних перетворень.
2	<p>Тема 6. Афінна та перспективно-афінна відповідність</p> <p>Означення афінної та перспективно-афінної відповідності, приклади.</p> <p>Властивості та інваріанти афінної та перспективно-афінної відповідності. Кроки побудови образів точки, прямої в афінній та перспективно-афінній відповідності.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення афінної та перспективно-афінної відповідності; • <i>наводить приклади</i> афінної та перспективно-афінної відповідності; • <i>характеризує</i> властивості та інваріанти афінної та перспективно-афінної відповідності;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Задачі на побудову образів різних фігур в афінній та перспективно-афінній відповідності.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> кроки побудови образів точки, прямої в афінній та перспективно-афінній відповідності; • <i>пояснює</i> етапи побудови образів точки, прямої в афінній та перспективно-афінній відповідності; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову образів різних фігур в афінній та перспективно-афінній відповідності.
1	<p>Тема 7. Визначеність зображення</p> <p>Умови визначеності зображення. Метрично визначені зображення. Розв'язування задач.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> умови визначеності зображення; • <i>наводить приклади</i> метрично визначених зображень; • <i>характеризує</i> метрично визначені зображення.
1	<p>Тема 8. Проективне (перспективне) перетворення, його властивості</p> <p>Означення проективної відповідності, невласних елементів, геометричних образів першого ступеня (прямолінійний ряд, пучок прямих).</p> <p>Властивості та інваріанти проективної відповідності.</p> <p>Проективні та перспективні елементи.</p> <p>Операція перерізу та проектування в евклідовій площині.</p> <p>Побудова образів точки, прямої в проективній відповідності.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення проективної відповідності, невласних елементів; • <i>називає</i> проективні та перспективні елементи; • <i>наводить приклади</i> проективної відповідності; • <i>характеризує</i> властивості та інваріанти проективного перетворення; • <i>описує</i> кроки побудови образів точки, прямої у проективній відповідності; • <i>пояснює</i> етапи побудови образів точки, прямої у проективній відповідності; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову образів різних фігур у проективній відповідності.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 9. Осьова та центральна колінеація, гомологія</p> <p>Означення колінеації, її види: осьова та центральна колінеація; означення гомології, поняття параболічної (особливої) та гіперболічної гомології, їх приклади. Властивості колінеації. Умови задання гомології, її властивості. Побудова відповідних елементів в гомології.</p> <p>Розв'язування задач із використанням поняття гомології.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення колінеації, її видів: осьової та центральної; означення гомології, її властивості; • <i>наводить приклади</i> колінеацій, гомологій; • <i>характеризує</i> основні властивості колінеацій; • <i>описує</i> кроки побудови відповідних елементів в гомології; • <i>пояснює</i> побудову відповідних елементів в гомології; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову відповідних елементів в гомології.
1	<p>Тема 10. Принципи двоїстості</p> <p>Малий і великий принципи двоїстості. Приклади використання принципів двоїстості. Розв'язування задач із використанням принципів двоїстості.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> малий та великий принципи двоїстості; • <i>наводить приклади</i> використання принципів двоїстості; • <i>пояснює</i> використання принципів двоїстості; • <i>розв'язує</i> задачі з використанням принципів двоїстості.
2	<p>Тема 11. Деякі окремі випадки гомології</p> <p>Гіперболічна гомологія з нескінченно віддаленою віссю (перетворення подібності). Параболічна гомологія з нескінченно віддаленою віссю (прямолінійне перенесення, тобто рух). Гіперболічна гомологія з нескінченно віддаленим центром (розтяг). Параболічна гомологія з нескінченно віддаленим центром (зсув). Побудова відповідних елементів при окремих випадках гомології.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>виділяє</i> окремі випадки гомології; • <i>наводить приклади</i> окремих випадків гомології; • <i>характеризує</i> зв'язок між окремими випадками гомології та геометричними перетвореннями евклідової геометрії; • <i>описує</i> побудову відповідних елементів при окремих випадках гомології; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову відповідних елементів при окремих випадках гомології.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 12. Теорема Дезарга</p> <p>Пряма та обернена теореми Дезарга. Конфігурація Дезарга, її властивості, гомологічні трикутники. Кроки знаходження гомологічних трикутників. Можливості використання теорем Дезарга. Розв'язування задач на доведення та побудову з використанням теорем Дезарга.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює пряму та обернену теореми Дезарга; • наводить приклади гомологічних трикутників; • характеризує конфігурацію Дезарга та її властивості; • описує кроки знаходження гомологічних трикутників; • пояснює можливості використання теорем Дезарга; • розв'язує задачі на доведення та побудову з використанням теорем Дезарга.
2	<p>Тема 13. Поняття повного чотиривершинника та гармонічної четвірки точок</p> <p>Означення повного чотиривершинника, гармонічної четвірки точок та їхні властивості. Побудова повного чотиривершинника, гармонічної четвірки точок. Задачі на побудову з використанням поняття та властивостей повного чотиривершинника. Розв'язування задач на побудову з використанням поняття та властивостей повного чотиривершинника.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює означення повного чотиривершинника, гармонічної четвірки точок та їхні властивості; • наводить приклади повного чотиривершинника, гармонічної четвірки точок; • описує побудову повного чотиривершинника, гармонічної четвірки точок за допомогою повного чотиривершинника; • пояснює побудову повного чотиривершинника, гармонічно спряженої точки до трьох даних; • розв'язує задачі на побудову з використанням поняття та властивостей повного чотиривершинника.
4	<p>Тема 14. Задачі з недосяжними елементами</p> <p>Поняття недосяжних (недоступних) елементів. Три типи задач з недосяжними елементами:</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • розрізняє три типи задач з недосяжними елементами; • наводить приклади задач з недосяжними елементами;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>1) задачі на побудову точки перетину двох прямих, без побудови однієї з них; 2) задачі на побудову прямої, що проходить через задану та недосяжну точки; 3) задачі на побудову прямої, що проходить через дві недосяжні точки.</p> <p>Приклади задач з недосяжними елементами. Розв'язування задач даних типів за допомогою теорем Дезарга, повного чотиривершинника та гомології.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>характеризує</i> специфіку розв'язування задач з недосяжними елементами за допомогою теорем Дезарга, повного чотиривершинника та гомології; • <i>описує</i> та пояснює етапи розв'язування задач з недосяжними елементами за допомогою теорем Дезарга, повного чотиривершинника та гомології; • <i>розв'язує</i> задачі з недосяжними елементами трьох типів трьома методами: за допомогою теорем Дезарга, повного чотиривершинника та гомології.
4	<p>Тема 15. Побудова перерізів просторових фігур методом слідів і внутрішнього проектування</p> <p>Методи побудови перерізів просторових фігур: слідів і внутрішнього проектування. Кроки побудови перерізів просторових фігур методами слідів і внутрішнього проектування.</p> <p>Задачі на побудову перерізів правильних призм і пірамід двома методами за різних умов задання елементів, що належать шуканому перерізу (трьома точками на ребрах, гранях, гранях та ребрах; точкою і слідом, що не перетинає нижньої основи фігури або перетинає її; двома точками, що належать фігурі, й однією точкою, розташованою поза фігурою, тощо).</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> методи побудови перерізів просторових фігур: слідів і внутрішнього проектування; • <i>наводить приклади</i> правильної та неправильної побудови перерізу; • <i>характеризує</i> кроки побудови перерізів просторових фігур методами слідів і внутрішнього проектування; • <i>описує та пояснює</i> кроки виконання побудови перерізів просторових фігур методами слідів і внутрішнього проектування; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову перерізів правильних многогранників і тіл обертання двома методами за різних умов задання елементів, що належать шуканому перерізу.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Задачі на побудову перерізів тіл обертання двома методами за різних умов задання елементів, що належать шуканому перерізу (трьома точками на твірних, гранях, гранях і твірних; точкою і слідом, що не перетинає нижньої основи фігури або перетинає її; двома точками, що належать фігурі, й однією точкою, розташованою поза фігурою, тощо).	
3	Узагальнення та систематизація вивченого матеріалу	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Розділ 1. Зображення (10 год)		
1		Зображення та наука про них
2		Вимоги до зображень
3		Методи зображення: центральне та паралельне проектування, їх властивості
4		Методи зображення: розв'язування задач на побудову центральних і паралельних проєкцій фігур
5–6		Проєкції кола. Конічні перерізи
7–8		Зображення плоских і просторових фігур на площині. Виконання зображень трикутника, квадрата, паралелограма, трапеції, кола на площині
9		Виконання зображень правильних п'ятикутника, шестикутника, восьмикутника; правильних трикутника, чотирикутника, шестикутника, вписаних і описаних навколо кола, на площині
10		Виконання зображень правильних призми, піраміди, конуса, циліндра, кулі та їх комбінацій на площині

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Розділ 2. Перетворення (25 год)		
11		Поняття перетворення. Інваріанти перетворення
12		Афінна та перспективно-афінна відповідність
13		Задачі на побудову образів різних фігур в афінній та перспективно-афінній відповідності
14		Визначеність зображення
15		Проективне (перспективне) перетворення, його властивості
16		Осьова та центральна колінеація, гомологія
17		Осьова та центральна колінеація, гомологія. Розв'язування задач із використанням поняття гомології
18		Принципи двоїстості
19		Деякі окремі випадки гомологій
20		Побудова відповідних елементів при окремих випадках гомології
21		Теорема Дезарга
22		Розв'язування задач на доведення та побудову з використанням теорем Дезарга
23		Поняття повного чотиривершинника та гармонічної четвірки точок
24		Розв'язування задач на побудову з використанням поняття та властивостей повного чотиривершинника
25–28		Задачі з недосяжними елементами
29–30		Побудова перерізів просторових фігур методом слідів та внутрішнього проектування. Задачі на побудову перерізів правильних призм і пірамід двома методами за різних умов задання елементів, що належать шуканому перерізу
31–32		Задачі на побудову перерізів тіл обертання двома методами за різних умов задання елементів, що належать шуканому перерізу
33–35		Узагальнення і систематизація вивченого матеріалу

ЛІТЕРАТУРА

1. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач: Посібник для вчителя.— К.: Рад. шк., 1988.— 90 с.
2. Бескин Н. М. Изображения пространственных фигур.— М.: Наука, 1971.— 80 с.
3. Владимирский Г. А. Перспектива: Пособие для учителей средней школы.— М.: Учпедгиз, 1952.— 120 с.
4. Вольберг О. А. Основные идеи проективной геометрии: Пособие для учит. ср. шк. / Под ред. Н. Е. Ефимова.— М.; Ленинград: Учпедгиз, 1949.— 190 с.
5. Извольский Н. А. Основной курс проективной геометрии.— М.; Ленинград: Полиграфкнига, 1933.— 166 с.
6. Лейбин А. С. Изображения и геометрические преобразования / Я. П. Бланк.— Харьков: Издательство ХГУ им. А. М. Горького, 1954.— 51 с.
7. Орехов П. С. Изображения в стереометрії: Пособие для учителей.— Ижевск: Удмуртия, 1981.— 172 с.
8. Решение позиционных задач в курсе геометрии средней школы: методические рекомендации учителям математики и студентам физ.-мат. факультета педагогического института / Сост. Я. М. Жовнир, И. А. Наумов.— Харьков: Издательство ХГУ им. А. М. Горького, 1976.— 63 с.
9. Четверухин Н. Ф. Изображение фигур в курсе геометрии.— М.: Учпедгиз, 1968.— 216 с.
10. Четверухин Н. Ф. Стереометрические задачи на проекционном чертеже: пособие для учителя.— 3-е изд.— М.: Учпедгиз, 1955.— 228 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**Програма курсу за вибором для учнів 11 класів математичного
та інформаційно-технологічного профілів**

(можна рекомендувати використовувати також і в класах
економічного та універсального профілів)

Автор: *Смішко Анна Станіславівна, вчитель математики Хмельницького спеціалізованого ліцею-інтернату поглибленої підготовки в галузі науки*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Поняття похідної — фундаментальне поняття математичного аналізу, за допомогою якого досліджують процеси й явища в природничих, соціальних і економічних науках. Тому вивченню теми «Похідна та її застосування» необхідно приділяти особливу увагу в класах з профільним вивченням математики.

Мета курсу — систематизація та поглиблення знань учнів про похідну та її застосування до розв'язування задач різних типів.

Досвід роботи в класах з профільним вивченням математики свідчить про те, що поняття похідної функції необхідно формувати лише на основі границі функції в точці, причому поняття границі необхідно не подавати на наочно-інтуїтивному рівні, а формулювати строге логічне означення.

Труднощі у сприйманні учнями даного матеріалу, які спричинені різким переходом від скінченного до нескінченного, від дискретного до неперервного, що, в свою чергу, вимагає високого рівня розвитку абстрактно-теоретичного мислення, можна подолати, якщо застосовувати гнучку схему «послідовного введення в математичний аналіз», що включає формування таких понять, як границя, неперервність і похідна. Ці питання розкриваються в першій частині пропонованого курсу.

Друга частина присвячена вивченню застосування похідної до дослідження функцій і розв'язуванню задач практичного змісту. Структура вивчення даної теми хоча й відповідає класичній схемі її подання в загально-освітній школі, проте має деякі особливості.

Практика доводить, що перед введенням достатніх умов зростання і спадання функції доцільно вивести формулу Лагранжа і дати її геометричну інтерпретацію. Під час дослідження функції на максимум і мінімум принциповим є формулювання трьох тверджень, які виражають необхідну умову (теорема Ферма) і достатні умови існування екстремуму в точці. Доведення цих теорем не викликає в учнів особливих труднощів.

Крім того, в класах з профільним вивченням математики недостатньо обмежитися розглядом застосування похідної до розв'язування задач з алгебри та геометрії. Доцільно розглянути використання похідної також в інших сферах людської діяльності, зокрема у фізиці, економіці, виробництві, підприємстві.

Заняття, присвячені застосуванню похідної до дослідження функції і побудови графіка, необхідно побудувати таким чином, щоб не лише навчити учнів алгоритму дослідження, а й виховати у них графічну культуру, сформувати вміння бачити, читати й розуміти графіки для подальшого застосування цих знань під час розв'язування задач.

У третій частині курсу пропонується разом з класичними задачами на застосування похідної розглянути нетрадиційне її використання: розв'язання рівнянь і нерівностей, дослідження функцій на періодичність, доведення тождеств, порівняння виразів тощо.

Для підтримки даного курсу вчителями нашого ліцею було розроблено три збірки із розширеними конспектами занять з використанням елементів новітніх технологій. Деякі заняття проводяться з використанням комп'ютерних програмних продуктів. Наприкінці кожної теми подані

завдання для індивідуальних та контрольних робіт. Завершується вивчення кожного блоку уроком-семінаром.

Заняття, проведені за такими схемами, із застосуванням комп'ютерних програм та інтерактивних технологій, пройшли апробацію в класах з профільним вивченням інформатики та математики.

Курс розрахований на 35 годин.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Похідна функції (границя, неперервність, похідна)	10
2	Застосування похідної до розв'язування задач (екстремуми, задачі геометрії, фізики, економіки)	10
3	Застосування похідної до розв'язування задач (рівняння, нерівності, спрощення і порівняння виразів)	12
4	Резервний час	3
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
10	Тема 1. Похідна функції (границя, неперервність, похідна)	
2	Границя числової послідовності: <ul style="list-style-type: none"> формування поняття на наочно-інтуїтивному рівні; формальне означення границі числової послідовності. 	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> усвідомлює поняття границі; знаходить границі числових послідовностей;
2	Границя функції: <ul style="list-style-type: none"> сприйняття функції як числової послідовності на множині натуральних чисел; наочно-інтуїтивний рівень засвоєння поняття (за допомогою графічних ілюстрацій); формально-логічне означення мовою «ϵ — δ» з ілюстраціями. 	<ul style="list-style-type: none"> формулює означення границі; розв'язує завдання на знаходження границі функції в точці;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Неперервність функції:</p> <ul style="list-style-type: none"> • сприйняття поняття неперервності функції за допомогою графічних зображень; • введення означення неперервності функції через границю функції. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>самостійно наводить приклади</i> функцій, неперервних та розривних в деякій точці; • <i>пояснює зв'язок</i> між неперервністю та диференційованістю функції;
4	<p>Похідна функції:</p> <ul style="list-style-type: none"> • задачі Г. Лейбніца та І. Ньютона, що привели до поняття похідної; • формулювання означення похідної за допомогою «чотирьох кроків»; • усвідомлення геометричного та механічного змісту похідної; • похідні функцій; правила диференціювання; • похідні складеної та оберненої функції; • похідні вищих порядків. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>виявляє навички</i> диференціювання алгебраїчних і трансцендентних функцій, <i>знаходить</i> похідну в точці; • <i>диференціює</i> складені та обернені функції; • <i>знаходить</i> похідні вищих порядків.
10	Тема 2. Застосування похідної до розв'язування задач (екстремуми, задачі геометрії, фізики, економіки)	
1	<p>Зростання і спадання функції:</p> <ul style="list-style-type: none"> • теорема Ферма; • теорема Лагранжа. 	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> зміст теорем, робить ґрунтовні висновки;
2	<p>Критичні точки, екстремуми функції:</p> <ul style="list-style-type: none"> • необхідна умова екстремуму (теорема Ферма); • достатні умови екстремуму. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> умови екстремуму; • <i>усвідомлює</i> зміст критичних і стаціонарних точок;
2	<p>Знаходження найбільшого і найменшого значень функції:</p> <ul style="list-style-type: none"> • теорема Вейерштрасса; • розв'язування задач. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i> задачі на знаходження найбільшого і найменшого значень функції;
2	<p>Застосування похідної до дослідження функції, побудова графіків:</p> <ul style="list-style-type: none"> • асимптоти; • дослідження на опуклість. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>виконує</i> побудови графіків (за необхідності з асимптотами); • <i>уміє «читати»</i> ескізи;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	Застосування похідної до розв'язування задач практичного змісту (задачі алгебри, економіки, хімії, соціології)	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі практичного змісту (у тому числі з параметрами).
1	Підсумкове заняття. Семінар	
12	Тема 3. Застосування похідної до розв'язування задач (рівняння, нерівності, спрощення і порівняння виразів)	
2	Неперервність функції та узагальнення методу інтервалів	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> розуміє суть методу інтервалів; розв'язує нерівності (у тому числі з параметром);
2	Дотична до графіка функції. Розв'язування прикладних задач	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі на знаходження дотичних і відстаней;
2	Механічний зміст похідної. Розв'язування задач з фізики	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує задачі на рух матеріальної точки та інші задачі механіки;
2	Застосування похідної до наближених обчислень	<ul style="list-style-type: none"> знаходить наближення за допомогою похідної;
3	Застосування похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей, доведення тотожностей	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує рівняння, нерівності; доводить тотожності, порівнює вирази.
1	Підсумкове заняття. Семінар	
3	Резервний час	

ЛІТЕРАТУРА

- Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубінчук О. С. Алгебра і початки аналізу. 10–11 клас.— К.: Зодіак-ЕКО, 2000.
- Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Підруч. для 10 кл. з поглиб. вивч. математики в середн. закл. освіти.— К.: Освіта, 2000.
- Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з алгебри і початків аналізу.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2001.

4. Роева Т. Г., Хроленко Н. Ф. Алгебра у таблицях.— Х., 2002.
5. Шунда Н. М. Застосування похідної до розв'язування задач.— К.: Техніка, 1999.
6. Задачник по курсу математического анализа / Под ред. Н. Я. Виленкина.— М.: Просвещение, 1971.
7. Задачи по математике: Начала анализа / В. В. Вавилов, И. И. Мельников, И. И. Олехник, А. И. Пасиченко.— М.: Наука, 1990.
8. Математический анализ в примерах и задачах / И. И. Лешко, А. К. Боярчук, О. Г. Гай, Г. П. Головач.— К.: Вища школа, 1974.
9. Сборник конкурсных задач по математике / В. Н. Говоров, Т. П. Дибов, Н. В. Мирошин, С. Ф. Смирнов.— К., 1983.
10. Горделадзе Ш. Г., Кухарчук М. М., Яремчук Ф. П. Збірник конкурсних задач з математики.— К., 1976.
11. Шунда Н. М., Томусяк А. А. Практикум з математичного аналізу.— К.: Вища школа, 1993.
12. Конет І. М. Обласні математичні олімпіади.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2000.

ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів фізико-математичного профілю

Автор: *Романуха Валентина Борисівна, методист РМК Ємельчинського району Житомирської області, вчитель математики Ємельчинської ЗОШ І-ІІІ ступенів № 1 смт Ємельчине Житомирської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Актуальність теми пояснюється прикладним характером математики: інтегрування і диференціювання застосовуються під час розв'язування значної кількості задач геометрії, фізики, техніки, а також олімпіадних задач.

Мета та завдання курсу:

- ознайомити учнів з поняттям невизначеного інтеграла та його основними властивостями;
- розширити таблицю похідних та невизначених інтегралів;
- навчити учнів обчислювати інтеграли різними методами;
- допомогти учням оволодіти математичним апаратом, який може бути ефективно використаний під час розв'язування задач із суміжних галузей знань (фізики, техніки тощо).

Курс розрахований на 34 (35) години і може вивчатися протягом семестру з тижневим навантаженням 1 година або протягом чверті з тижневим навантаженням 2 години.

Час на вивчення курсу може бути скорочений до 17 годин залежно від потреб і рівня навчальних досягнень учнів, що матимуть бажання його опрацювати.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Додаткові відомості про первісну	6
2	Інтеграл та способи його обчислення	12
3	Застосування інтегралів	6
4	Найпростіші диференціальні рівняння	10
5	Підсумкове заняття	(1)
	РАЗОМ	34 (35)

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
6	Тема 1. Додаткові відомості про первісну Невизначений інтеграл та його основні властивості. Розширення таблиці похідних і невизначених інтегралів. Інтегрування методом підстановки.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знає означення первісної для функції на заданому проміжку; означення невизначеного інтеграла; таблицю первісних; три правила знаходження первісної; похідні обернених тригонометричних функцій; уміє обчислювати невизначені інтеграли; обчислювати невизначені інтеграли способом підстановки.
12	Тема 2. Інтеграл та способи його обчислення Площа криволінійної трапеції. Означення інтеграла. Формула Ньютона — Лейбніца. Властивості інтеграла.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знає означення визначеного інтеграла; формулу Ньютона — Лейбніца; властивості інтегралів;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Інтеграл із змінною верхньою межею. Обчислення інтегралів методом підстановки. Інтегрування частинами.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> обчислювати визначений інтеграл; знаходити первісну для функції, графік якої проходить через задану точку; обчислювати визначені інтеграли методом підстановки та інтегрувати частинами.
6	<p>Тема 3. Застосування інтегралів</p> <p>Знаходження координати за даною швидкістю і швидкості за даним прискоренням. Обчислення роботи змінної сили. Обчислення сили тиску.</p>	<p>Учень (учениця) <i>уміє</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> • за швидкістю точки в кожний момент часу <i>знаходити</i> закон її руху; • за прискоренням точки в кожний момент часу <i>знаходити</i> закон зміни швидкості; • <i>обчислювати</i> роботу змінної сили; • <i>обчислювати</i> силу тиску.
10	<p>Тема 4. Найпростіші диференціальні рівняння</p> <p>Поняття про диференціальні рівняння. Початкові умови. Розв'язування диференціальних рівнянь виду $y' = f(x)$. Розв'язування диференціальних рівнянь виду $y' = g(y)$. Диференціальні рівняння показникового зростання та показникового спадання. Диференціальні рівняння гармонічних коливань.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> означення диференціального рівняння; порядок диференціального рівняння; поняття розв'язку диференціального рівняння; • <i>уміє розпізнавати</i> вид рівняння та метод його розв'язування; • розв'язує диференціальні рівняння виду: $y' = f(x)$, $y' = g(y)$; • розв'язує диференціальні рівняння показникового зростання і спадання.
(1)	Підсумкове заняття	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема заняття
Тема 1. Додаткові відомості про первісну (6 год)		
1		Невизначений інтеграл. Означення невизначеного інтеграла. Три правила знаходження первісної
2		Обчислення невизначених інтегралів
3		Похідні обернених тригонометричних функцій: $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arcctg} x$
4		Розширена таблиця основних невизначених інтегралів. Обчислення невизначених інтегралів
5		Інтегрування методом підстановки
6		Знаходження інтегралів методом підстановки
Тема 2. Інтеграл та способи його обчислення (12 год)		
7		Площа криволінійної трапеції. Означення інтеграла. Формула Ньютона — Лейбніца
8		Обчислення визначених інтегралів
9–10		Властивості інтегралів. Обчислення інтегралів
11		Інтеграл зі змінною верхньою межею
12–13		Інтегрування частинами. Обчислення інтегралів
14–16		Обчислення інтегралів способом підстановки
17–18		Застосування інтегралів до обчислення площ, об'ємів
Тема 3. Застосування інтегралів (6 год)		
19–20		Знаходження закону руху через швидкість точки в кожний момент часу; через прискорення в кожний момент часу; знаходження закону зміни швидкості
21–22		Обчислення роботи змінної сили. Розв'язування задач
23–24		Обчислення сили тиску. Розв'язування задач
Тема 4. Найпростіші диференціальні рівняння (10 год)		
25		Поняття про диференціальні рівняння. Початкові умови
26–28		Розв'язування диференціальних рівнянь виду $y' = f(x)$

Номер заняття	Дата	Тема заняття
29–30		Розв'язування диференціальних рівнянь виду $y' = g(y)$
31–32		Диференціальні рівняння показникового зростання і показникового спадання
33–34		Диференціальні рівняння гармонічних коливань
(35)		Підсумкове заняття

ЛІТЕРАТУРА

1. Боровик В. Н., Вивальнюк Л. М., Мурач М. М. Математика, факультативний курс.— К.: Рад. шк., 1985.
2. Рижков М. О. Матеріали для факультативних занять.— Х.: Вид. група «Основа», 2008.
3. Підручна М. В., Тадеєв В. О. Вибрані питання елементарної математики.— Тернопіль, 2007.
4. Богомолов М. В. Практичні заняття з математики.— К.: Вища школа, 1979.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ У ФІЗИЦІ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів фізичного профілю

Автори: *Бровко Галина Володимирівна, методист математики методичного кабінету відділу освіти м. Сміли Черкаської області;*

Ковтун Лариса Георгіївна, вчитель математики природничо-математичного ліцею м. Сміли Черкаської області;

Козлова Ольга Миколаївна, методист математики Черкаського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних працівників;

Новосельський Микола Андрійович, методист фізики Черкаського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних працівників

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Важливим завданням вивчення математики є оволодіння учнями методами та прийомами розв'язування задач. Запропонований курс за вибором дає можливість учням профільних класів (зокрема, фізичного профілю) прослідкувати зв'язок математики з фізикою та реалізувати міжпредметні зв'язки, навчитися розв'язувати фізичні задачі математичними методами.

Мета курсу — поглибити, розширити, систематизувати знання, вміння та навички учнів, навчити їх розв'язувати фізичні задачі математичними методами; допомогти учням підготуватися до зовнішнього незалежного оцінювання з математики та фізики.

Зміст програми курсу органічно пов'язаний зі змістом матеріалу шкільної програми і водночас має самостійний характер. Характерним для викладання курсу є посилення практичної спрямованості навчального матеріалу. Після розгляду теоретичних питань пропонуються завдання практичного характеру.

Курс розрахований на 17 годин (1 година на тиждень в першому семестрі). Розподіл годин є орієнтовним. Учитель може вносити зміни щодо розподілу годин, відведених на вивчення тем, змінювати послідовність їх вивчення.

При опрацюванні даного курсу доцільно запровадити метод проектів, який сприятиме формуванню наукового світогляду учнів та навичок дослідницької діяльності.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
5	Тема 1. Векторний метод Метод векторних діаграм. Проекція вектора на координатні осі.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> поняття вектора, дії над векторами, співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику; • <i>уміє</i> виконувати дії над векторами, знаходити проекцію вектора на координатні осі.
6	Тема 2. Тригонометричні функції Світлові явища. Електромагнітні коливання. Механічні коливання.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> означення амплітуди, початкової фази, частоти коливання; властивості тригонометричних функцій; • <i>уміє</i> будувати та читати графіки тригонометричних функцій; • <i>знаходить</i> за графіками тригонометричних функцій амплітуду, частоту, початкову фазу коливань.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
3	Тема 3. Похідна та первісна Основи термодинаміки. Механічні коливання та хвилі. Електромагнітна індукція.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знає означення приросту функції, поняття похідної та первісної, правила знаходження похідних та первісних, таблицю похідних та первісних, фізичний та геометричний зміст похідної; уміє знаходити приріст функції, похідну та первісну, обчислювати інтеграли.
3	Підсумкові заняття Узагальнення та систематизація матеріалу курсу. Оформлення та захист учнівських робіт	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> уміє узагальнювати результати досліджень та представляти їх у вигляді мультимедійної презентації, публікації, веб-сайту.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Лекція	Практичні заняття
Тема 1. Векторний метод (5 год)				
1–2		Метод векторних діаграм	1	1
3–5		Проекція вектора на координатні осі. Розв'язування задач: а) з динаміки; б) на закон збереження імпульсу; в) з електростатики та електродинаміки на електричне поле	1	2
Тема 2. Тригонометричні функції (6 год)				
6–7		Світлові явища	1	1
8–9		Електромагнітні коливання	1	1
10–11		Механічні коливання	1	1
Тема 3. Похідна та первісна (3 год)				
12		Основи термодинаміки		1

Номер заняття	Дата	Тема заняття	Лекція	Практичні заняття
13		Механічні коливання та хвилі		1
14		Електромагнітна індукція		1
Підсумкові заняття (3 год)				
15		Узагальнення та систематизація матеріалу. Залік		
16–17		Захист навчальних проєктів		

ЛІТЕРАТУРА

1. Васильченко І. П., Данилов В. А. та ін. Вища математика.— К.: Либідь, 1992.
2. Каплан И. А. Практические занятия по высшей математике.— К.: Вища школа, 1974.
3. Шиманський І. Є. Математичний аналіз.— К.: Вища школа, 1972.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ УЧНІВ

1. Альошина М. О. Фізика. Зовнішнє оцінювання.— Український центр оцінювання якості освіти, 2007.
2. Божинова Ф. Я., Кирюхіна О. О. Фізика. 10 клас: Заліковий зошит для тематичного оцінювання навчальних досягнень.— Х.: Видавництво «Ранок», 2007.
3. Божинова Ф. Я., Кирюхіна О. О. Фізика. 11 клас: Заліковий зошит для тематичного оцінювання навчальних досягнень.— Х.: Видавництво «Ранок», 2007.
4. Гончаренко С. І. Збірник завдань і запитань з фізики.— К.: Освіта, 2004.
5. Гельфгат І. М., Ненашев І. Ю. Збірник задач з фізики.— Х.: Гімназія, 2007.
6. Гельфгат І. М., Ненашев І. Ю., Петракова М. О. Тести для тематичного оцінювання.— Х.: Видавництво «Ранок», 2008.
7. Гельфгат І. М. Збірник різнорівневих завдань для державної підсумкової атестації з фізики.— Х.: Гімназія, 2008.
8. Кременський Б. Г. Всеукраїнські олімпіади з фізики.— Євросвіт, 2007.

ФІЗИЧНА МАТЕМАТИКА

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів фізико-математичного профілю

(можна рекомендувати використовувати також
і в класах фізичного профілю)

Автор: *Канакіна Лілія Петрівна, старший викладач Запорізького обласного інституту післядипломної педагогічної освіти*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс призначений для класів фізико-математичного профілю і спрямований на реалізацію міжпредметних зв'язків.

Говорячи про зв'язки математики і фізики, зазвичай мають на увазі використання математичного апарату для розв'язування фізичних задач. У цьому курсі пропонується інший підхід: застосовувати фізичні міркування під час розв'язування математичних задач. Актуальність курсу пояснюється відсутністю ефективної методики, в якій фізика є домінуючим елементом при розв'язуванні математичних проблем.

Основна мета курсу — навчити учнів найраціональнішим способом, який підказує природа, розв'язувати математичні задачі із залученням фізичних образів. Такий підхід, безумовно, сприятиме усвідомленому розумінню навчального матеріалу, глибокому засвоєнню його внутрішніх зв'язків та відношень, розкриттю його структури.

Завдання курсу:

- поглибити знання учнів у галузі математичного аналізу;
- розкрити міжпредметні зв'язки між фізикою та математикою;
- сприяти адаптації учнів до програм технічного та природничо-наукового профілів вищих навчальних закладів;
- сприяти формуванню наукового стилю мислення учнів.

Очікувані результати. Після вивчення курсу учні повинні:

- *розуміти* прикладний характер математичних ідей, законів;
- *уміти розв'язувати* прикладні задачі.

Програму курсу подано у формі таблиці, що містить дві колонки: зміст навчального матеріалу і вимоги до навчальних досягнень учнів. У змісті навчання вказано той навчальний матеріал, який підлягає опрацюванню. Вимоги до навчальних досягнень учнів орієнтують на результати навчання, які сприятимуть реалізації міжпредметних зв'язків, подальшому успішному навчанню у вищих навчальних закладах.

Курс розрахований на 70 годин навчального часу.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Теоретичні основи фізичної математики через оптичні та механічні інтерпретації	25
2	Теоретичні основи фізичної математики через геометричні інтерпретації	11
3	Порівняння розв'язків задач у фізичній математиці за допомогою різних інтерпретацій	32
4	Резервний час	2
	РАЗОМ	70

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
25	<p>Тема 1. Теоретичні основи фізичної математики через оптичні та механічні інтерпретації</p> <p>Найбільша і найменша відстані в планіметрії. Найменша і найбільша відстані у просторовій геометрії. Задача про найкоротшу відстань поширення світла. Існування екстремуму. Еліпс та його елементи. Еліптичне дзеркало. Оптичні закони про кути падіння і відбиття. Задача «транспортний центр» трьох точок. Відображення в сферичному дзеркалі. Умови рівноваги. Трикутник з мінімальним периметром, вписаний в даний трикутник. Механічні принципи. Оптичний закон Снелліуса, принцип найменшого часу Ферма. Метод «нова інтерпретація». Відкриття брахістохрони Йоганом Бернуллі.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>, що математичні задачі можна розв'язувати за допомогою фізичних інтерпретацій (оптична інтерпретація, механічна інтерпретація, закони та принципи механіки, оптичні закони про поширення світла); • <i>наводить приклади</i> інтерпретації природи фізичними науками; • <i>пояснює</i> суть «нової інтерпретації» на конкретній задачі; • <i>має уявлення</i> про брахістохрону Йогана Бернуллі (циклоїда); • <i>розв'язує</i> диференціальне рівняння для брахістохрони і <i>пояснює</i> ключову ідею розв'язання рівняння Йогана Бернуллі.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
11	Тема 2. Теоретичні основи фізичної математики через геометричні інтерпретації Схеми. Лінії рівня на площині. Схема дотичної лінії рівня. Принцип перетинаючої лінії рівня. Принцип часткової зміни. Схеми часткової зміни: нескінченний процес, кінцевий процес.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знає лінії рівня, геометричні властивості еліпса; називає терміни: схема, схема дотичної лінії рівня; пояснює принцип часткової зміни.
32	Тема 3. Порівняння розв'язків задач у фізичній математиці за допомогою різних інтерпретацій Транспортний центр чотирьох точок у просторі. Транспортний центр чотирьох точок на площині. Транспортна мережа для чотирьох точок. Геофізичне дослідження. Найкоротші лінії (геофізичні) кривої поверхні. Побудови за допомогою складання паперу. Всесвітній потоп. Ретроспективний погляд на метод Архімеда.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> характеризує основні теоретичні положення фізичної математики; розв'язує різними методами задачі за допомогою фізичної, механічної та нової інтерпретацій.
2	Резервний час	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 1. Теоретичні основи фізичної математики через оптичні та механічні інтерпретації (25 год)		
1–7		Оптичні інтерпретації
8–15		Механічні інтерпретації

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
16–20		Відкриття Йоганом Бернуллі брахістохрони
21–24		Відкриття Архімедом інтегрального числення
25		Залікова робота
Тема 2. Теоретичні основи фізичної математики через геометричні інтерпретації (11 год)		
26–29		Схеми: лінії рівня на площині, принцип ліній рівня, які перетинаються, схеми дотичної лінії рівня
30–35		Принцип часткової зміни. Схеми часткової зміни
36		Залікова робота
Тема 3. Порівняння розв'язків задач у фізичній математиці за допомогою різних інтерпретацій (32 год)		
37		Транспортний центр чотирьох точок у просторі
38–39		Транспортний центр чотирьох точок на площині
40–42		Геофізичні дослідження
43–45		Найкоротші лінії (геофізичні) на поверхні
46–48		Ретроспективний погляд на метод Архімеда
49		Залікова робота
50–68		Розв'язування задач
69–70		Резервний час

ЛІТЕРАТУРА

1. Башмаков М. И. Математика.— М.: Высшая школа, 1994.
2. Зверев И. Д., Максимова В. Н. Межпредметные связи в современной школе.— М.: Педагогика, 1981.
3. Коженина Т. В., Никифоров Г. Г. Пути реализации связи с математикой в преподавании физики // Физика в школе.— 1982.— № 3.
4. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения.— М.: Наука, 1975.
5. Пойа Д. Математическое открытие.— М.: Наука, 1976.
6. Черкасов А. Физическая математика // Газета «Математика».— 2007.— № 14.

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах історичного, філософського профілів та в класах з поглибленим вивченням математики)

Автор: *Бевз Валентина Григорівна, професор кафедри математики та теорії і методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, доктор педагогічних наук*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета курсу — всебічний розвиток особистості на основі врахування індивідуальних інтересів і нахилів кожного учня, ознайомлення учнів з історією розвитку математики, розкриття ролі математики в розвитку інших наукових галузей та життєдіяльності людини, розширення і поглиблення математичних знань учнів, формування загальнокультурної та математичної компетентності учнів.

Основні завдання курсу:

- відтворити окремі факти з історії розвитку математики;
- висвітлити багатогранні зв'язки математики;
- сформуванати сучасний погляд на математику як цілісну науку і складову частину загальнолюдської культури;
- розширити і поглибити зміст програмного матеріалу;
- показати внесок, зроблений в математику видатними вченими минулого, зокрема вітчизняними.

Характеристика структури навчальної програми

Існують різні прийоми добору і структурування змісту курсів, присвячених історії математики: історико-хронологічний (визначальним для нього є час, коли відбулася та чи інша подія, сформувалися поняття, теорії та методи, виникли нові галузі, розширилися межі застосувань тощо); предметно-модульний (вивчається історія розвитку окремих галузей математики); історико-географічний (навчальний матеріал структурується відповідно до розвитку математики у деяких народів чи на територіях окремих країн); концептуально-логічний (історія математики вивчається як історія ідей і методів); домінантний (детально розглядається та аналізується якась одна ідея чи метод); персоніфікований (історія математики вивчається через біографії видатних учених та їх внесок у розвиток науки); комбінований.

В умовах невеликої кількості годин, які відводяться на вивчення цього курсу в школі, найкращим є комплексний підхід, що базується на комбінованому способі побудови його змісту.

Курс розрахований на 70 академічних годин і складається з двох частин, або циклів, кожен з яких розрахований на 35 академічних годин. Передбачається, що кожний з них вивчатиметься протягом одного навчального року.

Зміст курсу органічно пов'язаний зі змістом основного навчального матеріалу шкільного курсу математики і водночас має самостійний характер. Програма курсу є орієнтовною, вчитель може самостійно добирати додаткові теми залежно від їх актуальності, не порушуючи при цьому логіки всього курсу.

Особливості організації навчання

Реформування освіти в Україні вимагає впровадження в школі нових організаційних форм роботи з учнями. У нормативних документах визначається, що старша школа має функціонувати як профільна і сприяти формуванню таких компетентностей учнів (життєвої, світоглядної, навчальної, культурної та інших), які забезпечать подальший розвиток, самовдосконалення та самореалізацію молодого людини. Тому передбачається ширше застосовувати варіативний компонент навчального плану (курси за вибором, факультативні курси).

Ефективним засобом розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики можуть стати відомості з історії науки. Історія математики подає математичну науку в просторі, в часі та в особах: розглядає її зародження, розвиток і функціонування; відтворює її структуру та зв'язки з іншими галузями людської діяльності; розповідає про її творців; висвітлює процес формування математичних методів, теорій, ідей і понять.

За допомогою історичних відомостей можна урізноманітнити діяльність учнів (виступи з повідомленнями на конференціях, випуск стіннівок, проведення інтелектуальних конкурсів, участь у роботі МАН тощо), створити умови для більш ґрунтовного і свідомого засвоєння математичних понять, сформуванню в учнів уявлення про математику як частину загальної культури людства і як науку, що постійно розвивається. Використання історичного матеріалу створює можливості для задоволення потреб і уподобань учнів різних нахилів та рівнів навчальних досягнень. Саме тому його доцільно використовувати в класах усіх профілів і рівнів. Для класів різних профілів історичні відомості можуть відрізнятися як за змістом і обсягом, так і за формою та часом подання.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ**10 КЛАС (35 год)**

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Історія розвитку арифметики	6
2	Математична мозаїка	2
3	Історія розвитку алгебри	6
4	Математична мозаїка	2
5	Історія розвитку геометрії	8
6	Математична мозаїка	2
7	Історія розвитку тригонометрії	6
8	Математична мозаїка	1
9	Повторення вивченого матеріалу	2

11 КЛАС (35 год)

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Основні етапи розвитку математики	6
2	Математична мозаїка	2
3	З історії координатного та векторного методів	6
4	Математична мозаїка	2
5	Історія розвитку математичного аналізу	8
6	Математична мозаїка	2
7	З історії комбінаторики і теорії ймовірностей	6
8	Математична мозаїка	1
9	Повторення вивченого матеріалу	2

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ**10 КЛАС**

Номер заняття	Дата	Тема заняття
Тема 1. Історія розвитку арифметики (6 год)		
1		Історія розвитку поняття натурального числа
2		Поняття нумерації. Позиційні та непозиційні нумерації
3		Основні етапи розвитку дробів
4		Піфагор і вчення про числа. Дружні та досконалі числа. Многокутні числа
5–6		Розв'язування історичних задач
Тема 2. Математична мозаїка (2 год)		
7–8		Магічні квадрати. Математичні ребуси та загадки
Тема 3. Історія розвитку алгебри (6 год)		
9–10		Алгебра — наука про рівняння
11–12		Нерозв'язність у радикалах рівнянь вищих степенів
13–14		Розв'язування історичних задач
Тема 4. Математична мозаїка (2 год)		
15–16		Що вивчає сучасна алгебра?
Тема 5. Історія розвитку геометрії (8 год)		
17		Як виникла геометрія? Фалес Мілетський — засновник грецької геометрії
18–19		Піфагор і Архімед у легендах та дійсності
20–21		Логічна побудова геометрії в «Началах» Евкліда
22–23		З історії нарисної і проективної геометрії
24		Розв'язування історичних задач
Тема 6. Математична мозаїка (2 год)		
25–26		Поверхні і лінії. Крива Коха. Листок Мебіуса
Тема 7. Історія розвитку тригонометрії (6 год)		
27–28		Розвиток тригонометрії в країнах Центральної Азії та Близького Сходу
29–30		Розвиток тригонометрії в Європі
31–32		Розв'язування історичних задач

Номер заняття	Дата	Тема заняття
Тема 8. Математична мозаїка (1 год)		
33		Розв'язування логічних задач
34–35		Повторення вивченого матеріалу

11 КЛАС

Номер заняття	Дата	Тема заняття
Тема 1. Основні етапи розвитку математики (6 год)		
1		Зародження математики (від найдавніших часів до VI–V ст. до н. е.)
2		Математика сталих величин (VI–V ст. до н. е. — кінець XVI ст. н. е.)
3		Математика змінних величин (XVII — середина XIX ст.)
4		Сучасна математика (друга половина XIX ст. — наші дні)
5–6		Розв'язування історичних задач
Тема 2. Математична мозаїка (2 год)		
7–8		Принцип Діріхле
Тема 3. З історії координатного та векторного методу (6 год)		
9–10		З історії використання системи координат. Метод координат Ферма і Декарта
11–12		Три джерела векторного числення. Векторний простір
13–14		Розв'язування історичних задач
Тема 4. Математична мозаїка (2 год)		
15–16		Полярна система координат. Цікаві криві
Тема 5. Історія розвитку математичного аналізу (8 год)		
17–18		З історії створення інтегрального і диференціального числення
19–20		З історії обґрунтування інтегрального і диференціального числення
21–22		З історії теорії множин
23–24		Розв'язування історичних задач
Тема 6. Математична мозаїка (2 год)		
25–26		Математичні парадокси

Номер заняття	Дата	Тема заняття
Тема 7. 3 історії комбінаторики і теорії ймовірностей (6 год)		
27–28		Зародження і розвиток комбінаторики
29–30		Зародження і розвиток теорії ймовірностей
31–32		Розв'язування історичних задач
Тема 8. Математична мозаїка (1 год)		
33		Розв'язування логічних задач
34–35		Повторення вивченого матеріалу

ЛІТЕРАТУРА

1. Баран О. І. Математичні мініатюри.— Х.: Вид. група «Основа», 2003.— 96 с.
2. Бевз В. Г. Історія математики.— Х.: Вид. група «Основа», 2006.— 176 с.
3. Бородин О. И. Из истории арифметики.— К.: Вища школа, 1986.
4. Бородин О. И. Історія розвитку поняття про число і систему числення.— К.: Рад. шк., 1978.
5. Бурбаки Н. Очерки по истории математики.— М.: Мир, 1963.— 264 с.
6. Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука / Пер. с гол. И. Н. Веселовского.— М.: Гос. изд. ФМЛ, 1959.— 460 с.
7. Василенко О. О. Серенада Математиці.— Х.: Вид. група «Основа», 2003.— 128 с.
8. Вивальнюк Л. М., Ігнатенко М. Я. Елементи історії математики: Навч. посіб.— К.: ІЗМН, 1996.— 180 с.
9. Глейзер Г. И. История математики в школе.— В 3 кн.— М.: Просвещение, 1981–1983.
10. Глейзер Г. И. История математики в школе.— М.: Просвещение, 1964.— 376 с.
11. Глейзер Г. И. История математики в школе.— М.: Просвещение, 1983.— 352 с.
12. Громов М. Можливі напрямки розвитку математики в наступних десятиліттях // У світі математики.— 2002.— № 1.— С. 3–5.
13. Даан-Дельмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики.— М.: Мир, 1986.— 428 с.
14. Колмогоров А. Н. Математика в ее историческом развитии.— М.: Наука, 1991.
15. Колмогоров А. Н. Математика — наука и профессия.— М.: Наука, 1988.
16. Конфорович А. Г. Визначні математичні задачі.— К.: Рад. шк., 1981.— 189 с.

17. Ленюк М. П., Михацький М. А. Нариси з історії розвитку математики в Україні.— Чернівці: Прут, 2004.— 56 с.
18. Математика в афоризмах, цитатах і висловлюваннях / Уклад. Н. О. Вірченко.— К.: Вища школа, 1974.
19. Математика в современном мире.— М.: Мир, 1967.
20. Назаров В. Ю. Елементи історії математики: Навч. посіб. для студентів фіз.-мат. факультетів.— Ніжин: НДПУ, 2002.— 172 с.
21. Попов Г. Н. Сборник исторических задач по элементарной математике.— М.—Л., 1938.
22. Тадеєв В. О. Шкільний тлумачний словник-довідник з математики.— Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 1999.— 160 с.
23. Тадеєв В. О. Неформальна математика. 6–9 класи. Навчальний посібник для учнів, які хочуть знати більше, ніж вивчається у школі.— Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2003.— 288 с.
24. Шляхами математики: Хрестоматія для учнів 5–9 кл. / Упоряд. Т. М. Хмара.— К.: Пед. преса, 1999.— 196 с.
25. Шмигевський М. В. Видатні математики.— Х.: Вид. група «Основа», 2004.— 164 с.

ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕНЬ ПРОСТОРОВИХ ФІГУР

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів технологічного профілю

(можна рекомендувати використовувати також
і в класах універсального профілю)

Автори: *Бегерська Алла Володимирівна, вчитель математики Монастирищенської загальноосвітньої школи I–III ступенів № 1 Монастирищенської районної ради Черкаської області;*

Бойко Лариса Анатоліївна, вчитель математики Монастирищенської спеціалізованої школи I–III ступенів № 5 Монастирищенської районної ради Черкаської області

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

На сучасному етапі в теорії та практиці загальної середньої освіти відбуваються суттєві зміни, які зумовлюють диференціацію по «горизонталі» та «вертикалі». Остання передбачає різний ступінь поглиблення та розширення за змістом навчання. У класах технологічного профілю в учнів розвиваються відповідні здібності, формуються специфічні вміння, стійкий

інтерес до профільних предметів, що створює основу для свідомого вибору майбутньої професії, пов'язаної з використанням математичних знань.

Запропонований курс розширює та поглиблює початкові знання учнів, розкриває цікаві та важливі аспекти практичного застосування математичних знань. Знання цього матеріалу допоможе уникнути помилок під час розв'язування геометричних задач, сприятиме розвитку просторової уяви і графічної культури учнів.

Основні завдання курсу:

- розвиток образного, зокрема просторового, мислення;
- розвиток логічного мислення;
- формування розуміння відношень між геометричними об'єктами та об'єктами реального світу, вміння застосовувати геометрію для розв'язування практичних задач.

Значення рисунка при вивченні геометрії дуже велике. Зображенням просторових фігур належить першочергова роль в розвитку просторової уяви, просторового мислення. Розв'язування стереометричної задачі починається з правильного виконання рисунка, оскільки без нього важко, а у деяких випадках неможливо усвідомити й проаналізувати умову та розв'язати задачу.

Матеріал курсу спрямований на розвиток просторової уяви, що знайшло відображення насамперед у побудові зображень, побудові та вивченні властивостей перерізів. Задачі на перерізи многогранників або інших тіл постійно зустрічаються в кресленні та конструкторській практиці.

Основна методична спрямованість курсу — організація самостійної роботи учнів під керівництвом учителя.

Курс розрахований на 17 годин.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	<p>Тема 1. Зображення просторових фігур у паралельній проєкції</p> <p>Означення паралельного проєктування та його властивості. Побудова зображень просторових фігур у паралельній проєкції. Зображення многогранників та їх комбінацій. Зображення кола, вписаних і описаних навколо нього многокутників.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • має уявлення про тіла та поверхні обертання, многогранники, комбінації тіл; • знає означення циліндра, конуса, кулі, сфери, многогранників та їхні властивості; вимоги до зображення просторових фігур; означення паралельного проєктування;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	Зображення циліндра і конуса, їх комбінацій з многогранниками. Зображення кулі, комбінацій кулі з многогранниками і тілами обертання.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє зображати</i> многогранники, їхні комбінації; призму, вписану в циліндр та описану навколо циліндра; піраміду, вписану в конус та описану навколо конуса; многогранники, вписані в кулю та описані навколо кулі.
4	<p>Тема 2. Побудова перерізу многогранника площиною. Обґрунтування форми перерізу</p> <p>Побудова перерізу многогранника площиною, яка задана трьома точками.</p> <p>Побудова перерізу многогранника площиною, яка задана прямою і точкою, що не належить їй.</p> <p>Застосування методу внутрішнього проектування при побудові перерізу призми площиною.</p> <p>Побудова перерізу многогранника площиною, яка задана точкою і умовою паралельності або перпендикулярності до заданих прямих або площин.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>має уявлення</i> про многогранник, правильні многогранники, призму, піраміду; • <i>знає</i> означення многогранників та їхні властивості, означення перерізу опуклого многогранника та діагонального перерізу; • <i>уміє зображати</i> многогранники та будувати їхні перерізи, обґрунтовуючи форму перерізу.
2	<p>Тема 3. Побудова кута між прямою і площиною</p> <p>Побудова кута між ребром і гранню многогранника. Побудова кута між висотою і похилою до основи та бічною гранню многогранника, між діагоналлю і бічною гранню призми.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>має уявлення</i> про взаємозв'язок паралельності й перпендикулярності прямих і площин у просторі; • <i>уміє будувати</i> кут між прямою і площиною.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>Тема 4. Побудова перпендикуляра з даної точки до площини грані многогранника</p> <p>Побудова висоти піраміди, похилої призми. Проведення перпендикуляра з даної точки до бічної грані многогранника.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • має уявлення про взаємозв'язок паралельності й перпендикулярності прямих і площин у просторі; • знає означення перпендикулярних прямих у просторі, прямої, перпендикулярної до площини; властивості перпендикулярних прямих і площин та відповідні ознаки; • уміє зображати та знаходити на моделях перпендикулярні прямі й площини, перпендикуляр і похилу; • виконує побудову перпендикуляра з даної точки до площини грані многогранника.
5	<p>Тема 5. Побудова лінійного кута даного двогранного кута</p> <p>Означення і властивості лінійного кута, послідовність його побудови.</p> <p>Побудова лінійного кута двогранного кута між бічною гранню та основою піраміди.</p> <p>Побудова лінійного кута двогранного кута між бічними граннями піраміди.</p> <p>Побудова лінійного кута двогранного кута між бічними граннями похилої призми.</p> <p>Побудова лінійного кута двогранного кута між гранню многогранника та січною площиною.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • має уявлення про многогранні кути, зокрема двогранний кут; лінійний кут двогранного кута, призму, піраміду; • уміє будувати лінійний кут даного двогранного кута, користуючись властивостями паралельного проектування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Математика. 10 клас: Посібник для шкіл та класів з поглибленим вивченням математики / Л. М. Вивальнюк, М. М. Мурач, О. І. Соколенко та ін.— К.: Освіта, 1998.
2. Геометрія. Підручник для учнів 10–11 класів з поглибленим вивченням математики / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, М. В. Владіміров, Н. Г. Владімірова.— К.: Освіта, 2000.
3. Прус А., Швець В. Прикладна спрямованість стереометрії.— К.: Шкільний світ, 2007.
4. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач.— К.: Рад. шк., 1988.
5. Гольдберг Я. Е. С чего начинается решение стереометрической задачи.— К.: Рад. шк., 1990.
6. Глейзер Г. Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии.— М.: Педагогика, 1978.

ОБЧИСЛЕННЯ В СИСТЕМАХ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів інформаційно-технологічного, математичного, фізико-математичного профілів

Автор: *Громко Людмила Володимирівна, вчитель математики Нечаївської загальноосвітньої школи I–III ступенів ім. Ю. І. Яновського Компаніївського району Кіровоградської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Сучасний стан розвитку науки та інформаційно-комунікаційних технологій висуває нові вимоги щодо змісту шкільної освіти, диктує необхідність появи нових навчальних дисциплін, які виникають на межах стикання різних наук. Саме цією вимогою зумовлена поява даного курсу за вибором, який покликаний забезпечити глибше розуміння можливостей сучасних комп'ютерних технологій та покращити математичні знання учнів, навчивши їх автоматизувати розв'язування багатьох математичних задач у процесі реалізації міжпредметних зв'язків між інформатикою та математикою.

Курс призначений для учнів 11 класів старшої школи, де профільними предметами є математика, інформатика чи фізика. Також курс може бути використаний у відповідних профільних групах однокомплектних шкіл.

Мета курсу — розвиток інформаційної та технологічної культури учнів, поглиблення математичних знань і навичок, необхідних для ефективного використання сучасних програмних засобів автоматизації обчислень у навчальній та подальшій професійній діяльності.

Завдання курсу:

- ознайомити учнів із системою комп'ютерної алгебри та її можливостями;
- показати задачі, розв'язування яких можна автоматизувати за допомогою комп'ютера;
- навчити розв'язувати завдання шкільного курсу алгебри із застосуванням комп'ютера;
- сприяти розвитку алгоритмічного мислення учнів.

Знання, яких повинні набути учні в результаті вивчення курсу:

- можливості системи комп'ютерної алгебри;
- елементи інтерфейсу системи;
- схема дослідження та основні види елементарних функцій;
- основні види помилок, які виникають при обчисленнях;
- способи побудови графіків функцій;
- види розрахунків, які можна виконати в системі.

Навички, яких повинні набути учні в результаті вивчення курсу:

- керувати системою;
- користуватися вікном оперативної підказки;
- вводити та редагувати математичні формули і функції;
- виконувати прості математичні обчислення;
- будувати прості графіки функцій однієї змінної;
- будувати графіки поверхонь — функцій двох змінних;
- обертати та масштабувати поверхні мишею;
- досліджувати функції за допомогою комп'ютера;
- використовувати отримані знання у практичній діяльності.

Для роботи з програмним та комп'ютерним забезпеченням у межах запропонованого курсу необхідним є вміння працювати з об'єктами операційної системи та базовим програмним забезпеченням.

Робота учнів має комплексний характер — виконанню вправ за комп'ютером передують ознайомлення з теоретичним матеріалом та виконання завдань аналітично. Для виконання практичної частини робіт доцільно підбирати завдання зі шкільного курсу алгебри і початків аналізу.

Вивчення можливостей сучасних систем автоматизації математичних обчислень (систем комп'ютерної алгебри) передбачає ознайомлення з програмним засобом Mathcad компанії PTC (Parametric Technology Corporation). У випадку якщо його використання неможливе, доцільно використати програмний продукт SMatch Studio, який можна безкоштовно завантажити за адресою: <http://ru.smath.info/forum/default.aspx?g=posts&t=201>.

Відповідно до обраної методики вивчення курсу вчитель може добирати відповідні навчальні посібники та дидактичне забезпечення виходячи з наявного програмного забезпечення.

Курс розрахований на 17 навчальних годин.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Початкові відомості про роботу в середовищі комп'ютерної алгебри	1
2	Спрощення та алгебраїчні перетворення виразів	2
3	Розв'язування рівнянь і систем рівнянь	2
4	Побудова графіків у системі комп'ютерної алгебри	2
5	Розв'язування нерівностей	2
6	Обчислення похідних	2
7	Обчислення інтегралів	2
8	Границі та прогресії	2
9	Дослідження функцій	2
	РАЗОМ	17

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
1	Тема 1. Початкові відомості про роботу в середовищі комп'ютерної алгебри Інтерфейс середовища. Основні команди меню. Створення та редагування формул. Числові та символічні розрахунки.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> описує призначення та функції системи комп'ютерної алгебри; принципи створення та редагування формул; пояснює призначення команд меню, основних панелей інструментів.
2	Тема 2. Спрощення та алгебраїчні перетворення виразів Розкладання виразів. Розкладання на множники та зведення до спільного знаменника. Винесення спільного множника за дужки. Розкладання на елементарні дроби.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знає основні алгоритми алгебраїчних перетворень виразів; розуміє загальну схему спрощення та алгебраїчних перетворень виразів;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Виконання підстановок і заміни змінних. Комплексне спрощення виразів.	<ul style="list-style-type: none"> • виконує необхідні дії для спрощення та перетворень виразів.
2	<p>Тема 3. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь</p> <p>Пошук усіх розв'язків рівняння, що є алгебраїчним поліномом.</p> <p>Розв'язування алгебраїчних рівнянь складного вигляду.</p> <p>Розв'язування рівнянь з параметром.</p> <p>Розв'язування логарифмічних і показникових рівнянь.</p> <p>Аналітичне розв'язування з помилками.</p> <p>Поетапне розв'язування показникових і тригонометричних рівнянь.</p> <p>Розв'язування систем рівнянь за допомогою оператора solve.</p> <p>Розв'язування систем рівнянь за допомогою обчислювального блоку.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> основні способи розв'язування рівнянь та їх систем; • <i>виконує</i> необхідні дії для розв'язування рівнянь та їх систем; • <i>уміє</i> застосовувати систему комп'ютерної алгебри для розв'язування рівнянь та їх систем різних видів.
2	<p>Тема 4. Побудова графіків у системі комп'ютерної алгебри</p> <p>Загальні відомості про побудову графіків.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> порядок дій для побудови графіка функції; • <i>пояснює</i> призначення інструментів; • <i>уміє</i> використовувати комп'ютер для побудови графіків.
2	<p>Тема 5. Розв'язування нерівностей</p> <p>Розв'язування нерівностей, виражених поліномами і відношеннями поліномів.</p> <p>Розв'язування нерівностей з помилками.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> основні алгоритми розв'язування нерівностей; • <i>використовує</i> комп'ютер для розв'язування нерівностей; • <i>описує</i> алгоритм розв'язування нерівностей різних видів.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Розв'язування показникових нерівностей.</p> <p>Розв'язування нерівностей з попереднім спрощенням.</p> <p>Розв'язування систем нерівностей. Розв'язування тригонометричних нерівностей.</p>	
2	<p>Тема 6. Обчислення похідних</p> <p>Аналітичне обчислення похідних. Обчислення значення похідної. Складання рівняння дотичної до прямої в даній точці, заданої рівнянням.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> основні способи обчислення похідних; • <i>використовує</i> комп'ютер для обчислення похідних.
2	<p>Тема 7. Обчислення інтегралів</p> <p>Обчислення первісних. Знаходження площ фігур, обмежених лініями.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> алгоритм знаходження первісних і площ фігур, обмежених лініями; • <i>уміє</i> обчислювати первісні та знаходити площі фігур, використовуючи комп'ютер.
2	<p>Тема 8. Границі та прогресії</p> <p>Обчислення границь. Аналітичне обчислення скінченних сум. Знаходження різних сум.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> обчислювати границі та суми; • <i>пояснює</i> основні принципи знаходження границь і сум у системах комп'ютерної алгебри.
2	<p>Тема 9. Дослідження функцій</p> <p>Загальні методи дослідження різних функцій апаратом середовища комп'ютерної алгебри.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> загальні методи дослідження різних функцій; • <i>описує</i> процес дослідження функції за допомогою комп'ютера; • <i>використовує</i> засоби комп'ютерної алгебри для дослідження функцій.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 1. Початкові відомості про роботу в середовищі комп'ютерної алгебри (1 год)		
1		Інтерфейс середовища. Основні команди меню. Створення та редагування формул. Числові та символічні розрахунки
Тема 2. Спрощення та алгебраїчні перетворення виразів (2 год)		
2		Розкладання виразів. Розкладання на множники та зведення до спільного знаменника. Винесення спільного множника за дужки. Розкладання на елементарні дроби
3		Комплексне спрощення виразів. Виконання підстановок і заміни змінних
Тема 3. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь (2 год)		
4		Пошук усіх розв'язків рівняння, що є алгебраїчним поліномом. Розв'язування алгебраїчних рівнянь складного вигляду. Розв'язування рівнянь з параметром. Розв'язування систем рівнянь за допомогою оператора solve. Розв'язування систем рівнянь за допомогою обчислювального блоку
5		Розв'язування логарифмічних і показникових рівнянь. Аналітичне розв'язування з помилками. Поетапне розв'язування показникових і тригонометричних рівнянь
Тема 4. Побудова графіків у системі комп'ютерної алгебри (2 год)		
6		Загальні відомості про побудову графіків
7		Побудова графіків у системі комп'ютерної алгебри
Тема 5. Розв'язування нерівностей (2 год)		
8		Розв'язування нерівностей, виражених поліномами і відношенням поліномів. Розв'язування нерівностей з помилками. Розв'язування показникових нерівностей. Розв'язування нерівностей з попереднім спрощенням. Розв'язування систем нерівностей
9		Розв'язування тригонометричних нерівностей

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 6. Обчислення похідних (2 год)		
10		Аналітичне обчислення похідних. Обчислення значення похідної
11		Складання рівняння дотичної до прямої в даній точці, заданої рівнянням
Тема 7. Обчислення інтегралів (2 год)		
12		Обчислення первісних
13		Знаходження площ фігур, обмежених лініями
Тема 8. Границі та прогресії (2 год)		
14		Обчислення границь. Аналітичне обчислення скінченних сум
15		Знаходження різних сум
Тема 9. Дослідження функцій (2 год)		
16		Загальні методи дослідження різних функцій апаратом середовища комп'ютерної алгебри
17		Дослідження функцій

ЛІТЕРАТУРА

1. Державний стандарт загальної середньої освіти в Україні. Інформатика. Освітня галузь «Технології». — К.: Освіта України, 2003.
2. Лещук Р. І. Методика ознайомлення учнів з можливостями MATHCAD // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2007. — № 8. — С. 38–41.
3. Херхагер М., Партолль Х. MathCad 2000: Полное руководство. — К.: ВНУ-Київ, 2000. — 412 с.
4. Очков В. Ф. Mathcad 14 для студентов и инженеров: (русская версия). — СПб.: ВНУ, 2009. — 512 с.
5. Охорзин В. А. Прикладная математика в системе MATHCAD: Учеб. пособие. — 3-е изд. — СПб.: Лань, 2009. — 352 с.
6. Дьяконов В. П. Mathcad 8–12 для всех. — М.: Солон-Прес, 2005.
7. Ивановский Р. Компьютерные технологии в науке. Практика использования систем Mathcad Pro. — М.: Высшая школа, 2003.
8. Тарасевич Ю. Информационные технологии в математике. — М.: Солон-Прес, 2003.

СУСПІЛЬНО-ГУМАНІТАРНИЙ НАПРЯМ

- Історія тригонометрії (10 клас)
- Економіко-математичне моделювання (10 клас)
- Задачі лінійного програмування (10 клас)
- Основи фінансової математики та математичної економіки (10 або 11 класи)
- Математика прибутків (10–11 класи)
- Задачі економічного змісту в математиці (10–11 класи)
- Комп'ютерна математика для економістів (11 клас)

ІСТОРІЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів історичного, історико-філологічного, літературного, філософського профілів

Автор: *Грицик Тетяна Андріївна, викладач математики ВНЗ «Надслучанський інститут» м. Березне Рівненської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Тригонометрія як галузь наукового знання має багату і цікаву історію, вивченню якої і присвячено цей курс. Історія тригонометрії налічує кілька тисячоліть. Тригонометрія виникла в стародавності як один із розділів астрономії і в своєму розвитку пройшла декілька етапів, перш ніж набула сучасного вигляду. Кожен етап цього розвитку вирізняється своїми особливостями, науковими пошуками та здобутками, іменами провідних учених, які зробили вагомий внесок у формування тригонометрії як науки. Курс присвячено розгляду історичних відомостей про виникнення та формування науки тригонометрії, основні етапи її розвитку, наукову діяльність з тригонометрії математиків, астрономів, філософів та інших науковців різних часів і народів.

Вивчення історичних відомостей з тригонометрії сприяє збагаченню наукового світогляду учнів, закріпленню та розвитку інтересу до математики. Для учнів, які планують пов'язати майбутню навчальну та професійну діяльність із гуманітарними науками, вивчення цього курсу доцільне з метою збагачення літературних, історичних, філологічних та філософських знань.

У процесі вивчення курсу особливу увагу слід звернути на питання, які розкривають походження тригонометричної символіки та термінології, роль практичної діяльності людини в зародженні тригонометрії; порівняльну характеристику різних етапів розвитку тригонометрії; інтеграцію та взаємозв'язок тригонометрії з різними галузями знань.

Вважаємо, що немає необхідності вимагати від учнів запам'ятовування всіх фактів, імен, дат тощо. Достатньо, щоб в результаті вивчення курсу учні вільно орієнтувалися в періодах розвитку тригонометрії, характеризували основні наукові здобутки та специфіку відповідного історичного періоду, називали імена видатних учених, які розвивали тригонометрію, та їх основні наукові праці. При цьому важливо формувати в учнів навички та вміння самостійної та творчої роботи, наукового пошуку та дослідження.

Мета курсу — поглиблення та розширення уявлень учнів про тригонометрію як складову загальнолюдської культури; демонстрація історії розвитку наукової думки на прикладі тригонометрії; розвиток творчих здібностей

і навичок самостійної роботи учнів; виховання інтересу учнів до вивчення математики; інтеграція математичних і гуманітарних знань.

Під час вивчення курсу доцільно застосовувати різноманітні *організаційні форми*: доповіді учнів, бесіди, диспути, уроки-проекти, лекції. До провідних *навчальних методів* слід віднести самостійну роботу учнів та проблемно-пошукові методи. *Форми контролю*: доповіді, реферати, повідомлення учнів; написання наукових робіт на запропоновані вчителем теми та їх усний захист на підсумковому занятті. *Засоби навчання*: навчальна на наукова література з історії тригонометрії, довідники, енциклопедії, портрети вчених, реферати та наукові роботи учнів.

Курс призначений для учнів 10 класів гуманітарних профілів і розрахований на 8 годин.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Вступ. Ранній період розвитку тригонометрії	1
2	Грецька тригонометрія	1
3	Індійська тригонометрія	1
4	Тригонометрія на Близькому і Середньому Сході в Середні віки	1
5	Розвиток тригонометрії в Європі	2
6	Підсумкове заняття	2
	РАЗОМ	8

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
1	<p>Тема 1. Вступ. Ранній період розвитку тригонометрії</p> <p>Загальна характеристика тригонометрії як галузі знань. Значення тригонометричного матеріалу в сучасній науці. Причини зародження тригонометрії.</p> <p>Потреби астрономії, землемірства, мореплавства, картографії у тригонометричних обчисленнях. Зачатки тригонометричних знань в Стародавньому Вавилоні та Єгипті. Папірус Аамеса.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу
	«Начала» Евкліда. Праці Арістарха та Архімеда як джерела перших тригонометричних відомостей. Наука гномоніка. Астрономічні спостереження.
1	Тема 2. Грецька тригонометрія Наука сферика. Батько грецької астрономії Гіппарх і його внесок у розвиток тригонометрії. Таблиці хорд Гіппарха і Клавдія Птолемея, способи їх складання. Менелай і його «Сферика». Праця Птолемея «Альмагест». Герон Александрійський. Особливості грецької тригонометрії.
1	Тема 3. Індійська тригонометрія Тригонометричні знання в наукових трактатах індійців сіддхантах. Основні наукові праці: «Сур'я-сіддханта» («наука Сонця»), «Брахма-спхута-сіддханта» («Вдосконалена наука Браhma»). Видатні індійські астрономи і математики Брамагупта і Бхаскара. Заміна хорди синусом. Означення синуса. Таблиця синусів і спосіб її складання індусами. Лінія косинуса і лінія синус-верзуса. Плоска та сферична тригонометрія.
1	Тема 4. Тригонометрія на Близькому і Середньому Сході в Середні віки Виокремлення тригонометрії в самостійну науку. Уточнення тригонометричних таблиць. Введення тангенса і обчислення таблиць тангенсів. Арабська тригонометрична термінологія. Збірники астрономічних і тригонометричних таблиць зіджи. Видатні науковці цього періоду, які займалися тригонометрією: Аль-Хорезмі, Аль-Батані, Абуль-Вафа, Біруні, Насіреддін Тусі, Масуд ал-Каші, Улугбек.
2	Тема 5. Розвиток тригонометрії в Європі Формування тригонометрії європейськими вченими Середньовіччя: Бравардін, Регіомонтан, Ретікус, Пейрбах. Введення тригонометричної символіки. Внесок Л. Ейлера в тригонометрію. Тригонометрія і визначні російські математики М. І. Лобачевський та М. В. Остроградський. Автори тригонометричних формул. Тригонометрія у зв'язку з розвитком вищої математики. Тригонометрія як шкільна дисципліна. Підручники з тригонометрії.
2	Підсумкове заняття

ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

Учень (учениця):

- *має уявлення:*
 - про причини зародження тригонометрії;
 - способи складання математичних таблиць в різні часи;
 - історичні процеси формування основних тригонометричних понять (синус, косинус, тангенс, котангенс, тригонометрична функція, радіан, одиничне коло, ліня синуса тощо);
- *знає:*
 - особливості історичних періодів розвитку тригонометрії (грецької, індійської, європейської та інших);
 - видатних вчених, які зробили вагомий внесок у розвиток тригонометрії, та зміст їх наукових здобутків у галузі тригонометрії;
 - основні історичні дати, які відображають формування науки тригонометрії;
 - походження тригонометричної термінології та символіки;
- *уміє:*
 - характеризувати в загальних рисах основні наукові праці з тригонометрії різних часів та народів;
 - здійснювати порівняльну характеристику періодів розвитку тригонометрії;
 - висловлювати власну точку зору щодо значення наукової події, явища, процесу в розвитку тригонометрії;
 - самостійно знаходити та користуватися додатковими джерелами інформації з історії тригонометрії.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКЛАДАННЯ КУРСУ

Тема 1. Вступ. Ранній період розвитку тригонометрії

Тригонометрія, як і будь-яка інша наука, виникла з потреб життя. В учнів слід сформулювати уявлення про потреби в тригонометричних обчисленнях землемірів, моряків, астрономів та представників інших галузей практичної діяльності людини. До цього періоду належить виникнення терміна «тригонометрія», що в перекладі з грецької означає вимірювання трикутників.

«Начала Евкліда» — найдавніша праця з геометрії, в якій закладено передумови науки тригонометрії. Так, 12-та і 13-та теореми цієї книги, по суті, і є теоремою косинусів.

Вагомий внесок в зародження тригонометрії зробили великі вчені древності Арістарх та Архімед. Слід назвати та охарактеризувати їх наукові праці, які заклали основу тригонометричних обчислень.

Вирішальну роль у формуванні тригонометрії відіграла сферична тригонометрія. Учні повинні мати уявлення про основні поняття, що характеризують небесну сферу та сферичну систему координат.

Наука гномоніка — одне із джерел тригонометрії. З учнями слід розглянути поняття гномона, його практичні застосування в древності та взаємозв'язок з тригонометричними величинами.

Тема 2. Грецька тригонометрія

Найбільшу увагу античні вчені приділяли сферичній — науці, яка на ранньому етапі свого розвитку поєднувала практичну астрономію та геометрію на сфері. Сферика відіграла основоположну роль у процесі формування сферичної тригонометрії. Основи старогрецької сферики викладені в працях Автоліка, Евкліда, Теодосія, Гіпсікла.

Значну роль в історії науки відіграла праця «Сферика» александрійського вченого I ст. н. е. Менелая, в якій вперше введено поняття сферичного трикутника, доведені базові теореми сферичної тригонометрії і створено теоретичну основу для тригонометричних обчислень. Важливе значення в історії тригонометрії має теорема Менелая, яка стала фундаментом усієї сферичної тригонометрії греків.

На цей період розвитку тригонометрії припадає життя і наукова діяльність видатного вченого древності, одного з основоположників астрономії Гіппарха. Щоб полегшити астрономічні обчислення, він склав таблиці хорд, виражених у частинах радіуса, які відігравали в той час роль сучасної таблиці синусів. Після Гіппарха тригонометрією цікавився відомий грецький астроном і правитель Єгипта Птолемей. Доцільно ознайомити учнів з поглядами Птолемея на побудову Всесвіту і його геоцентричною системою світу, зі способом складання математичних таблиць Птолемея. Слід звернути увагу учнів на головний астрономічний трактат Птолемея «Альмагест», який вміщував основні на той час тригонометричні знання.

Важливо, щоб учні усвідомили специфіку грецької тригонометрії, яка полягає в тому, що: 1) в ній розглядалися хорди кола; 2) була відсутня будь-яка символіка; 3) тригонометрія складала допоміжний розділ астрономії.

Тема 3. Індійська тригонометрія

Особливе значення в історії математики має заміна хорди синусом. Синус був введений ще в «Сур'ї-сіддханті». У праці «Аріабхатіам» індійського астронома і математика Аріабхати дано визначення синуса і наведена таблиця 24-х його значень. Індійці також ввели відношення прилеглого катета до гіпотенузи, яке є косинусом. Заміна хорди синусом відбулася у зв'язку з тим, що індійські астрономи широко застосовували проєктивні методи, розроблені греками. Індійцям були відомі деякі співвідношення між тригонометричними величинами. Так, наприклад, їм були відомі співвідношення $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = r^2$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\sin \text{vers} 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$, а також вираз для синуса суми і різниці дуг.

Доцільно наголосити, що тригонометрія в Індії розвивалась, як і в Греції, у зв'язку з потребами астрономії, зокрема при вивченні переміщень Сонця і Місяця. Елементи тригонометрії були необхідні для обчислення відстаней і кутів під час спостережень за небесними тілами. Доцільно ознайомити учнів зі способом складання таблиць синусів, що використовували індійці.

Важливо підкреслити здобутки індійців у розвитку тригонометричних знань порівняно з греками, які полягали у введенні півхорди (синуса) та косинуса, а також складанні тригонометричних таблиць замість таблиць хорд.

Тема 4. Тригонометрія на Близькому і Середньому Сході в Середні віки

У VIII–XV ст. на розвиток тригонометрії вплинули народи сучасних територій Середньої Азії, Закавказзя, Ірану, Афганістану і Сирії. До кінця XI ст. спільними зусиллями вчених Близького і Середнього Сходу були закладені основи тригонометрії як самостійної науки. Виділення тригонометрії в самостійну наукову галузь можна віднести до найвизначніших здобутків цього періоду її розвитку.

Особливу увагу слід приділити розгляду таких наукових здобутків цього історичного відрізка часу:

- у працях відомого астронома IX ст. Аль-Батані вводиться нова, невідома досі тригонометрична величина, яку він назвав «тінню» і яка за сучасною термінологією є тангенсом або котангенсом;
- наприкінці X ст. арабський геометр Абуль-Вафа запропонував метод складання таблиць синусів кутів через кожні $10'$, а також склав таблицю тангенсів. Він використовував у своїх працях тригонометричні величини, які тепер називаються секансом і косекансом;
- Біруні уточнив і узагальнив результати, яких досягли його попередники в тригонометрії. У праці «Канон Масуда» він виклав усі відомі на той час відомості з тригонометрії та суттєво їх доповнив;
- азербайджанець Насіреддін Тусі вперше виділив тригонометрію як самостійну математичну науку. У своєму «Трактаті про повний чотирихсторонник» Насіреддін довів теореми синусів і тангенсів і, по суті, завершив цикл основних ідей прямолінійної та сферичної тригонометрії;
- у першій половині XV ст. Масуд ал-Каші з великою точністю обчислив тригонометричні таблиці з кроком в $1'$, які протягом 250 років залишалися неперевершеними;
- узбецький астроном і математик Улугбек склав тригонометричні таблиці і вперше запропонував аналітичний метод обчислення синуса дуги одного градуса.

Підсумовуючи питання щодо розвитку тригонометрії в цей період, слід зазначити, що саме в цей час: 1) було введено нові тригонометричні величини і складено для них таблиці; 2) знайдено значно точніші способи складання

математичних таблиць, ніж ті, які застосовувалися до цього часу; 3) тригонометрія набула самостійного характеру; 4) араби вперше почали користуватися формулами, які містять тригонометричні величини.

Тема 5. Розвиток тригонометрії в Європі

З XIII ст. в Європі з'являються математичні праці, в яких значне місце відводиться тригонометрії. До них відносять наукові твори Леонардо Пізанського, Джона Пекхама, Джовані Кампано, Брэдвардіна, Річарда з Валінгфорда, Лінерііса, Леві бен Герсона, Домініко де Клавазіо, Жана де Мер, Ніколая Кузанського.

Слід відзначити видатних учених цього періоду Брэдвардіна та Регіомонтана, які систематизували наявні тригонометричні відомості та суттєво їх доповнили. Важливо повідомити про перший в Європі математичний твір, у якому тригонометрія розглядається окремо від астрономії,— «П'ять книг про трикутники всіх видів» Регіомонтана.

Історія плоскої та сферичної тригонометрії в XVI–XVII ст. пов'язана з іменами європейських учених Франческо Мавроліко, Христофа Клавія, Франсуа Вієта, Адріана ван Роумена, Бартоломея Пітіска.

На порозі XVII ст. в розвитку тригонометрії з'являється новий напрям — аналітичний. Якщо до цього часу головною метою науки тригонометрії вважалося розв'язування трикутників, то в XVII–XIX ст. тригонометрія поступово стає одним із розділів математичного аналізу.

Доцільно розглянути застосування тригонометрії в механіці, фізиці, техніці, особливо при вивченні коливальних рухів та інших періодичних процесів. У зв'язку з вивченням гармонічних коливань та інших коливальних рухів слід повідомити про видатного французького вченого Ж. Фур'є.

Важливо детально розглянути питання, що стосуються введення та вивчення тригонометричних функцій, побудови аналітичної теорії тригонометричних функцій. Слід підкреслити абстрактність поняття тригонометричної функції, яке у процесі історичного розвитку набувало все ширшого застосування в теоретичних дослідженнях як у самій математиці, так і в її практичних застосуваннях. Бажано, щоб учні знали, коли й ким вперше були побудовані синусоїда, косинусоїда, тангенсоїда; хто й коли займався дослідженнями тригонометричних функцій та їхніх графіків. Так, термін «тригонометричні функції» запровадив у 1770 р. Г. Є. Кюгель у праці «Аналітична тригонометрія».

Більше часу слід приділити вивченню творчого та життєвого шляху видатного вченого Л. Ейлера, у працях якого тригонометрія набула сучасного вигляду. Він розглядав тригонометричні функції як певний клас аналітичних функцій з дійсними та комплексними аргументами, з'ясував питання про знаки тригонометричних функцій, відкрив зв'язок між тригонометричними та показниковими функціями. Теорію тригонометричних функцій Ейлер вмістив у першому томі своєї книги «Вступ в аналіз нескінченних».

На основі праць Ейлера були складені підручники тригонометрії. Один із перших — підручник тригонометрії М. Є. Головіна.

У XIX ст. питаннями тригонометрії та її викладання займалися видатні російські вчені М. І. Лобачевський і М. В. Остроградський. У праці М. І. Лобачевського «Алгебра або обчислення скінченних» тригонометрія розглядається як область математичного аналізу.

До основних здобутків європейського періоду розвитку тригонометрії слід віднести розвиток аналітичної теорії тригонометричних функцій, значне удосконалення тригонометричної символіки та обґрунтувань, розгляд тригонометричних функцій не тільки кута і дуги, а й і довільних дійсних чисел.

ТЕМИ ДОСЛІДНИЦЬКИХ РОБІТ УЧНІВ З ІСТОРІЇ ТРИГОНОМЕТРІЇ

1. Історія тригонометричних таблиць.
2. Тригонометрія у працях Аль-Фарабі та Ібн Сіні.
3. Початки тригонометрії на сфері.
4. Астрономічна школа Улугбека та її внесок у розвиток тригонометрії.
5. Наукові праці з тригонометрії IX–XV століть.
6. Видатний європейський учений Йоган Мюллер (Регіомонтан) і його наукова діяльність з тригонометрії.
7. Історичні віхи розвитку сферичної тригонометрії.
8. Наукові доробки з тригонометрії Насіреддіна Тусі.
9. Тригонометрія і видатний математик Мухаммад ібн Муса аль-Хорезмі.
10. Про методи визначення синуса одного градуса.
11. Життя і наукова діяльність з тригонометрії Абу Райхана аль Біруні.
12. Плоска та сферична тригонометрія як дві складові єдиної науки тригонометрії.
13. Наукова діяльність Леонарда Ейлера з тригонометрії.
14. Тригонометрія як навчальний предмет у загальноосвітній середній школі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции.— М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1959.— 459 с.
2. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире.— М.: Наука, 1967.— 367 с.
3. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия.— М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1960.— 467 с.
4. Володарский А. И. Очерки истории средневековой индийской математики.— М.: Наука, 1977.— 181 с.
5. Глейзер Г. И. История математики в школе. VII–VIII классы.— М.: Просвещение, 1982.— 128 с.

6. Глейзер Г. И. История математики в школе. IX–X классы.— М.: Просвещение, 1983.— 350 с.
7. История математики: В 3 т.— Т. 1. С древнейших времен до начала нового времени / Под ред. А. П. Юшкевича.— М.: Наука, 1970.— 350 с.
8. История математики: В 3 т.— Т. 2. Математика XVII столетия / Под ред. А. П. Юшкевича.— М.: Наука, 1970.— 300 с.
9. История математики: В 3 т.— Т. 3. Математика XVIII столетия / Под ред. А. П. Юшкевича.— М.: Наука, 1972.— 494 с.
10. Кэджори Ф. История элементарной математики.— Одесса, 1917.
11. Матвиевская Г. П. Очерки истории тригонометрии.— Ташкент: Фан, 1990.— 160 с.
12. Раик А. Е. Очерки по истории математики в древности.— 2-е изд.— Саранск: Мордовское книжное изд-во, 1977.— 370 с.
13. Рыбников К. А. История математики.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1974.— 454 с.
14. Цейтен Г. Г. История математики в древности и в средние века.— М.—Л.: Гостехтеориздат, 1932.— 230 с.
15. Цейтен Г. Г. История математики в XVI и XVII веках.— М.—Л.: ОНТИ, 1938.— 456 с.

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів економічного профілю

Автори: *Франчук Тетяна Іванівна, вчитель математики Старокостянтинівського ліцею м. Старокостянтинів Хмельницької області;*

Шевчук Ніна Володимирівна, вчитель математики Старокостянтинівського ліцею м. Старокостянтинів Хмельницької області

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс за вибором «Економіко-математичне моделювання» призначений для учнів 10 класу економічного профілю. Програма курсу розширює і доповнює коло задач економічного змісту, передбачених програмою з математики, а тому дозволить учням не лише поглибити знайомство з прикладними математичними задачами, а й успішно продовжити навчання у вищих навчальних закладах економічного профілю.

Мета курсу — формування знань, умінь та навичок учнів, необхідних для успішного вивчення профільних дисциплін у школі III ступеня, навчання у вищих навчальних закладах економічного профілю, успішної майбутньої професійної діяльності.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких **завдань**:

- формування в учнів усвідомлених математичних знань, необхідних для повноцінного життя в сучасному суспільстві;
- формування в учнів елементів економічної грамотності засобами математики;
- оволодіння учнями системою економіко-математичних знань, умінь і навичок, достатніх для успішного вивчення інших профільних предметів і забезпечення неперервності освіти;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учнів, їх економічне та громадянське виховання;
- формування позитивних рис сучасної, самодостатньої, конкурентоспроможної особистості.

Змістове наповнення програми курсу реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування необхідного досвіду щодо застосування математики в реальному житті, передусім у сфері підприємництва, фінансів та економіки. Оскільки методи розв'язування прикладних задач зі сфери фінансів, підприємництва та економіки спираються на вивчений у курсі математики матеріал, то вивчення даного курсу сприятиме не лише формуванню в учнів елементів економічної грамотності, їх профільній орієнтації, а й кращому засвоєнню власне математичних знань.

Курс розрахований на 35 годин навчального часу і передбачає вивчення таких тем, як «Загальні відомості про економіко-математичне моделювання», «Прогресії та математика фінансів», «Функції, рівняння і нерівності в задачах цінового та маркетингового аналізу», «Лінійні нерівності з двома змінними та задачі лінійного програмування».

При вивченні курсу доцільно застосовувати різноманітні організаційні форми — лекції та практичні заняття, міні-проекти та ділові ігри, лабораторні практикуми з використанням комп'ютерної техніки і т. д. Учитель може змінювати розподіл годин на вивчення тієї чи іншої теми, змістове наповнення та порядок вивчення тем залежно від рівня підготовки учнів та свого досвіду.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Загальні відомості про економіко-математичне моделювання	5
2	Прогресії та математика фінансів	11
3	Функції, рівняння і нерівності в задачах цінового та маркетингового аналізу	8
4	Лінійні нерівності з двома змінними та задачі лінійного програмування	10
5	Підсумкове заняття	1
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
5	<p>Тема 1. Загальні відомості про економіко-математичне моделювання</p> <p>Поняття математичної та економічної моделей. Етапи економіко-математичного моделювання. Приклади економіко-математичних моделей.</p> <p>Елементи економічної моделі, що описуються математично (змінні, константи, рівняння, нерівності тощо). Складання найпростіших економіко-математичних моделей, їх класифікація за призначенням та характером математичних об'єктів.</p> <p>Розв'язування текстових задач економічного змісту за допомогою рівнянь та їх систем.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – що таке математична та економічна моделі; – етапи економіко-математичного моделювання; – основні економічні змінні та їх суть (ціна, кількість попиту, кількість пропозиції, прибуток, витрати, дохід, використання капіталу, використання робочої сили); • <i>наводить приклади</i> економіко-математичних моделей; • <i>складає</i> математичну модель (рівняння, систему рівнянь, з обмеженнями на введені змінні) за конкретною економічною ситуацією;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Створення міні-проектів «Економіко-математична модель».	<ul style="list-style-type: none"> • розв'язує текстові задачі економічного змісту за допомогою рівнянь та їх систем; • класифікує економіко-математичні моделі за призначенням і характером математичних об'єктів.
11	<p>Тема 2. Прогресії та математика фінансів</p> <p>Поняття відсотка. Відсоткові розрахунки. Основні типи задач на відсотки.</p> <p>Арифметична прогресія та прості відсотки на капітал. Геометрична прогресія та складні відсотки на капітал.</p> <p>Математика фінансів. Рахунки накопичення, розрахунки ренти, погашення боргу.</p> <p>Різницеві рівняння та їх розв'язок. Різницеві рівняння в математиці фінансів. Складання та розв'язування різницевих рівнянь. Інтерпретація їх розв'язків.</p> <p>Домашня розрахункова робота.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>: <ul style="list-style-type: none"> – найпростіші математичні моделі нарахування простих та складних відсотків; – що таке різницеве рівняння, його порядок та розв'язок; • <i>проводить</i> відсоткові розрахунки; • <i>уміє</i>: <ul style="list-style-type: none"> – застосовувати означення, властивості та формули обчислення сум членів прогресій для проведення відсоткових розрахунків (обчислення загальної суми накопиченого рахунку, розрахунку ренти, погашення боргу); – записувати за змістом задачі різницеві рівняння, їх розв'язки, на їх основі давати відповіді на поставлені в задачі питання.
8	<p>Тема 3. Функції, рівняння і нерівності в задачах цінового та маркетингового аналізу</p> <p>Задачі на складання рівнянь, що описують зв'язки між кількістю та ціною. Рівняння стану та рівноваги.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>, що таке: <ul style="list-style-type: none"> – задачі цінового та маркетингового аналізу; – рівняння стану та рівняння рівноваги; – рівняння попиту та пропозиції, ціни та доходу;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Рівняння попиту та пропозиції, ціни та доходу, їх геометрична інтерпретація.</p> <p>Задачі цінового та маркетингового аналізу. Визначення економічних показників (точки незбитковості, точки рівноваги, проміжки збитків та доходів тощо) на основі аналізу графіків та дослідження властивостей відповідних функцій. Розв'язування задач.</p> <p>Практична робота «Розв'язування задач цінового та маркетингового аналізу».</p>	<p>– точка незбитковості та точка рівноваги, проміжки збитків та доходів, поріг прибутку;</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>будує</i> графіки попиту та пропозиції, ціни та доходу за заданими рівняннями; • <i>аналізує</i> функції попиту та пропозиції залежно від зміни тангенса кута їх нахилу; • <i>графічно та аналітично визначає</i> точку рівноваги, точку незбитковості, проміжки збитків та доходів; • за даними економічними показниками <i>визначає</i> рівняння (функції) ціни, доходу, витрат, попиту, пропозиції тощо, на основі їх властивостей та графіків <i>визначає</i> інші економічні показники, <i>робить відповідні висновки</i> щодо оцінки економічної ситуації.
10	<p>Тема 4. Лінійні нерівності з двома змінними та задачі лінійного програмування</p> <p>Лінійні нерівності з двома змінними, зображення їх розв'язків на координатній площині. Геометрична інтерпретація розв'язків системи нерівностей з двома змінними.</p> <p>Задачі лінійного програмування. Допустимі та оптимальні розв'язки задач лінійного програмування. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>, що таке задача лінійного програмування, її допустимий та оптимальний розв'язок; • <i>уміє</i>: <ul style="list-style-type: none"> – зображувати в координатній площині розв'язки лінійної нерівності з двома змінними та системи лінійних нерівностей з двома змінними; – знаходити допустимі та оптимальні розв'язки задач лінійного програмування графічним методом;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Розв'язування задач лінійного програмування за допомогою табличного процесора MS Excel. Практична робота «Розв'язування задач лінійного програмування за допомогою табличного процесора MS Excel». Семінарське заняття «Інші методи розв'язування задач лінійного програмування».	– знаходити допустимі та оптимальні розв'язки задачі лінійного програмування за допомогою табличного процесора MS Excel.
1	Підсумкове заняття Конференція «Економіко-математичне моделювання: необхідність, доцільність, ефективність, перспективність».	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
I семестр		
Тема 1. Загальні відомості про економіко-математичне моделювання (5 год)		
1		Поняття математичної та економічної моделей. Етапи економіко-математичного моделювання. Приклади економіко-математичних моделей
2–3		Елементи економічної моделі, що описуються математично (змінні, константи, рівняння, нерівності тощо). Складання найпростіших економіко-математичних моделей, їх класифікація за призначенням та характером математичних об'єктів
4		Розв'язування текстових задач економічного змісту за допомогою рівнянь та їх систем
5		Захист міні-проектів «Економіко-математична модель»

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 2. Прогресії та математика фінансів (11 год)		
6		Поняття відсотка. Відсоткові розрахунки. Основні типи задач на відсотки. Практикум з розв'язування задач
7		Арифметична прогресія та прості відсотки на капітал
8		Геометрична прогресія та складні відсотки на капітал
9		Математика фінансів. Рахунки накопичення
10		Математика фінансів. Розрахунки ренти
11		Математика фінансів. Погашення боргу
12		Різницеві рівняння та їх розв'язок
13		Різницеві рівняння в математиці фінансів
14–15		Складання та розв'язування різницевих рівнянь. Інтерпретація їх розв'язків
16		Захист домашньої розрахункової роботи. Тестова перевірка знань
II семестр		
Тема 3. Функції, рівняння і нерівності в задачах цінового та маркетингового аналізу (8 год)		
17		Задачі на складання рівнянь, що описують зв'язки між кількістю та ціною. Рівняння стану та рівноваги
18–19		Рівняння попиту та пропозиції, ціни та доходу, їх геометрична інтерпретація
20–21		Задачі цінового та маркетингового аналізу. Визначення економічних показників (точки незбитковості, точки рівноваги, проміжки збитків та доходів, тощо) на основі аналізу графіків та дослідження властивостей функцій попиту та пропозиції, ціни та доходу
22–23		Розв'язування задач
24		Практична робота «Розв'язування задач цінового та маркетингового аналізу»
Тема 4. Лінійні нерівності з двома змінними та задачі лінійного програмування (10 год)		
25		Лінійні нерівності з двома змінними, зображення їх розв'язків на координатній площині

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
26–27		Геометрична інтерпретація розв'язків системи нерівностей з двома змінними
28		Задачі лінійного програмування. Допустимі та оптимальні розв'язки задач лінійного програмування. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування
29–30		Розв'язування задач лінійного програмування
31		Ділова гра «Захист ідеї знаходження оптимального розв'язку задачі лінійного програмування»
32		Розв'язування задач лінійного програмування за допомогою табличного процесора MS Excel
33		Практична робота «Розв'язування задач лінійного програмування за допомогою табличного процесора MS Excel»
34		Семінарське заняття «Інші методи розв'язування задач лінійного програмування»
Підсумкове заняття		
35		Конференція «Економіко-математичне моделювання: необхідність, доцільність, ефективність, перспективність»

ЛІТЕРАТУРА

1. Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика для економістів: Навчальний посібник.— 4-те вид., перероб. та доп.— К.: Центр навчальної літератури, 2005.— 448 с.
2. Бугір М. К. Математика для економістів: Посібник.— К.: Видавничий центр «Академія», 2003.— 520 с.
3. Шапіро Г. Т., Доусон Дж., Антел Г. Прикладна економіка: Посібник для загальноосвітніх навчальних закладів (10–11 класи).— К.: АртЕк, 2000.— 224 с.
4. Пінчук О. Математика в економіці. Навчальний посібник для учнів і вчителів // Математика.— 2005.— № 25 (325) (липень).
5. Стрельченко О. С., Стрельченко І. Г. Фінансова математика: Навч. посіб. для шк. (кл.) екон. профілю.— К.: Пед. преса, 1999.— 104 с.

ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів економічного та технологічного профілів

Автори: *Бегерська Алла Володимирівна, вчитель математики Монастирищенської загальноосвітньої школи I–III ступенів № 1 Монастирищенської районної ради Черкаської області;*

Бойко Лариса Анатоліївна, вчитель математики Монастирищенської спеціалізованої школи I–III ступенів № 5 Монастирищенської районної ради Черкаської області

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Одним із напрямів, які можуть поліпшити рівень і якість шкільної математичної освіти є посилення її практичного та прикладного спрямування.

Практичне спрямування шкільного курсу математики передбачає формування в учнів умінь використовувати набуті знання під час вивчення як самої математики, так і інших навчальних предметів, застосовуючи при цьому раціональні обчислювальні прийоми; розв'язувати рівняння і нерівності; користуватися обчислювальною технікою.

Широке застосування математичних методів і сучасної обчислювальної техніки — важливий інструмент для розробки та обґрунтування рішень в усіх сферах цілеспрямованої людської діяльності.

Стрімкий розвиток економічного життя суспільства, у свою чергу, привів до застосування нових методів у математиці. Внаслідок цього виникла нова галузь математики — лінійне програмування. За допомогою лінійного програмування досліджуються задачі, що мають множину розв'язків, з яких треба вибрати оптимальний. Саме задачам лінійного програмування і присвячено пропонований курс.

Основна мета курсу — практичне застосування математичного апарату при розв'язуванні задач економіки, підготовка учнів до свідомого вибору професії.

Зміст даного курсу органічно пов'язаний зі змістом основного навчального матеріалу і водночас має самостійний характер. Курс дає змогу висвітлити практичне застосування екстремумів функції в задачах економіки, що дозволяє розширити знання учнів з математики і економіки.

Важливе місце в даному курсі займають задачі, які потребують від учнів застосування знань в нестандартних ситуаціях. Характерним для задач лінійного програмування є те, що функція цілі, яка оптимізується, лінійно залежить від параметрів процесу, і обмеження, які мають задовольняти ці параметри, також лінійні. Вони задаються у вигляді лінійних рівнянь або

нерівностей. Математичні методи в економічних дослідженнях застосовують поетапно. Основними етапами є:

- 1) постановка задачі;
- 2) визначення необхідних вихідних даних; точне формулювання початкових умов і властивостей явищ, які вивчаються;
- 3) математичне формулювання задачі; вихідні дані та невідомі величини подаються у вигляді рівнянь і нерівностей;
- 4) розв'язування задачі та аналіз отриманих результатів.

Однією з найбільш важливих і розроблених задач лінійного програмування є транспортна задача, для розв'язування якої були створені спеціальні методи.

Курс розрахований на 34 години. Основна організаційна форма його проведення — групова робота учнів під керівництвом учителя.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
1	Тема 1. Математична модель задачі лінійного програмування	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • має уявлення про найтипівіші економічні задачі; • уміє визначати необхідні вихідні дані економічної задачі та математично її формулювати.
4	Тема 2. Задачі, що приводять до лінійного програмування Задачі оптимального виробничого планування. Задачі на розкрій промислових матеріалів. Транспортні задачі та задачі спеціалізації й кооперування виробництва. Сільськогосподарські задачі.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • знає типові задачі різних галузей економіки, які розв'язуються методами лінійного програмування; • уміє створювати математичні моделі деяких найпростіших економічних задач.
3	Тема 3. Різні форми запису задачі лінійного програмування Стандартна форма запису. Канонічна форма запису. Перехід від мінімуму до максимуму.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • знає: <ul style="list-style-type: none"> – загальну форму задачі лінійного програмування; – цільову функцію або функцію вартості;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> – систему обмежень; допустимий розв'язок; оптимальний розв'язок; – задачі максимізації та мінімізації; – різні форми задач лінійного програмування; • <i>уміє:</i> – зводити стандартну форму задачі до канонічної і навпаки; – робити заміну нерівностей рівняннями; – переходити від мінімуму до максимуму.
8	<p>Тема 4. Методи розв'язування задач лінійного програмування</p> <p>Графічний метод:</p> <p>а) геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування;</p> <p>б) графічний метод.</p> <p>Симплексний метод:</p> <p>а) теоретичні основи симплексного методу;</p> <p>б) алгоритм симплексного методу;</p> <p>в) геометрична інтерпретація симплексного методу;</p> <p>г) відшукування першого базису.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> – різні методи розв'язування задач лінійного програмування; – базисні змінні; штучні змінні; – штучний базис; – оптимальний план розширеної задачі; – алгоритм перетворення симплекс-таблиць; • <i>уміє:</i> – графічно розв'язувати задачі лінійного програмування; – будувати багатокутник розв'язків за обмеженнями задачі і знаходити точку, де лінійна функція набуває оптимального значення; – розв'язувати задачі лінійного програмування симплексним методом; – створювати вихідний опорний план; – шукати розв'язуючий елемент; – шукати оптимальний розв'язок задачі мінімізації.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>Тема 5. Транспортна задача</p> <p>Постановка задачі та її математична модель.</p> <p>Побудова початкового опорного плану транспортної задачі.</p> <p>Метод потенціалів розв'язування транспортної задачі.</p> <p>Відкрита модель транспортної задачі.</p> <p>Застосування транспортної задачі до розв'язування деяких економічних задач.</p> <p>Транспортна задача за критерієм часу.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>, що таке: <ul style="list-style-type: none"> – попит, споживачі; матриця перевезень, матриця витрат; – модифікований розподільний метод; – ланцюг, цикл, ациклічний план, потенціали; – алгоритм методу потенціалів; – метод мінімальної вартості; – метод подвійної переваги; – відкрита модель транспортної задачі; • <i>уміє</i>: <ul style="list-style-type: none"> – створювати математичну модель транспортної задачі; – шукати оптимальний план перевезень серед ациклічних припустимих планів; – будувати вихідний опорний план, використовуючи метод мінімальної вартості або метод подвійної переваги; – будувати план перевезень з мінімальними транспортними витратами; • <i>застосовує</i> транспортну задачу до розв'язування деяких економічних задач; • <i>розв'язує</i> транспортну задачу за критерієм часу.
4	<p>Творча лабораторія</p> <p>Розв'язування транспортної задачі лінійного програмування</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> розв'язувати транспортні задачі лінійного програмування.
6	<p>Захист проектів</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> захищати свої проекти і представляти їх як презентацію, публікацію або веб-сайт, використовуючи комп'ютерні програми.

ЛІТЕРАТУРА

1. Банди Б. Основы линейного программирования.— М., 1989.
2. Бережна Е. В., Бережной В. М. Математические методы моделирования экономических систем.— М.: Финансы и статистика, 2001.
3. Математика. 10 клас: Посіб. для шкіл та класів з поглиб. вивч. математики / Л. М. Вивальнюк, М. М. Мурач, О. І. Соколенко та ін.— К.: Освіта, 1998.
4. Крушевский А. В., Швецов К. И. Математическое программирование и моделирование в экономике.— К.: Высшая школа, 1979.
5. Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. Математическое программирование.— М., 1980.
6. Пінчук О. П. Математика в економіці: Навч. посіб. для учнів і вчителів // Математика.— 2005.— № 25 (325).
7. Сборник задач по математике / Под ред. А. В. Ефимова.— М.: Наука, 1990.
8. Цегелик Г. Г. Лінійне програмування.— Львів: Світ, 1995.

ОСНОВИ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ ЕКОНОМІКИ

**Програма курсу за вибором для учнів 10 або 11 класів
економічного профілю**

Автор: *Ліпчевський Леонід Володимирович, завідувач навчально-методичного кабінету математики і фізики Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс за вибором доповнює і розширює коло задач економічного змісту, дає можливість учням ознайомитися з прийомами застосування математичних знань, передбачених шкільним курсом, до розв'язування задач прикладного характеру у сфері фінансів, бізнесу та економіки.

Мета курсу — сприяти формуванню знань, умінь і навичок учнів, необхідних їм для успішного вивчення профільних дисциплін у загальноосвітніх школах і достатніх для продовження навчання у вищих навчальних закладах економічного напрямку.

Програма курсу структурована відповідно до тем, що входять до складу основної програми. При опрацюванні програмового матеріалу доцільно застосовувати різноманітні форми навчання: від лекції та доповіді до ділової гри, в основу якої покладені задачі економічного змісту.

Курс розрахований на 35 годин протягом одного року з тижневим навантаженням 1 година. Розподіл годин між темами є умовним і може змінюватись учителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

Курс призначений для учнів 10 або 11 класів, а також осіб, які самостійно готуються до вступних іспитів з математики. Він буде корисним всім, хто цікавиться фінансовою математикою та математичною економікою.

Орієнтовні результати навчання

Учні повинні мати уявлення:

- про множину та її елементи;
- операції над множинами;
- розбиття множини на класи;
- декартовий добуток множин;
- економічні задачі, що ґрунтуються на понятті множини;
- висловлення та висловлювальні форми (предикати);
- відношення слідування та рівносильності між реченнями;
- застосування алгебри логіки в економічних задачах;
- графи та графіки в економічному плануванні;
- математичний аналіз в бізнесі, економіці;
- функціональні моделі економіки;
- методи визначення рівняння прямої;
- прості відсотки та дисконт;
- складні відсотки;
- прості ануїтети;
- рівняння вартості;
- відстрочений ануїтет;
- складний ануїтет;
- викупні фонди та амортизацію;
- поняття ренти.

Учні повинні знати:

- способи задання множин;
- операції над множинами (об'єднання, переріз, доповнення підмножини);
- означення декартового добутку множин та способи його задання;
- означення висловлення та предиката;
- зміст слів «і», «або», «не», «всі», «деякі»;

- основні логічні прийоми формування понять;
- синтез і аналіз;
- порівняння, абстракцію, абстрагування;
- логічний закон;
- основні та неосновні логічні закони;
- правила побудови сітьового графіка;
- класифікацію економічних моделей;
- функціональні моделі економіки (функція попиту, функція пропозицій виробництва, прогноз прибутку);
- модель статистичної рівноваги ринку;
- модель міжвідомчого балансу;
- загальне рівняння прямої;
- інтерполювання функцій;
- лінійне рівняння попиту і пропозицій;
- аналіз прибутковості — збитковості;
- нелінійні функції та їх застосування в економіці;
- обчислення поточної та загальної вартості в задачах на прості відсотки;
- дисконтний та відсотковий вексель, відсоткову ставку;
- оформлення векселя;
- складні відсотки;
- сукупний дохід і дійсну вартість для дробових періодів часу;
- ануїтет, ануїтетні зобов'язання;
- рівняння вартості;
- види акцій;
- торгівлю акціями;
- викупний фонд та графік ренти.

Учні повинні вміти:

- застосовувати теоретичні відомості про множини до розв'язування задач економічного характеру;
- застосовувати синтез і аналіз, логічні закони (основні та неосновні) при розв'язуванні економічних задач;
- розробляти сітьове планування, будувати сітьові графіки;
- застосовувати системи лінійних рівнянь та нерівностей при розв'язуванні економічних завдань;
- використовувати прості та складні відсотки в задачах економічного характеру;
- обчислювати поточну вартість ануїтетних зобов'язань;
- розв'язувати задачі, які ґрунтуються на поняттях викупних фондів та амортизації.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема заняття
I. Дискретна математика (2 год)		
		Вступ в економіко-математичне моделювання
1		Математичний аналіз в бізнесі, економіці. Класифікація економіко-математичних моделей. Функціональні моделі економіки (функція попиту, функція пропозицій виробництва, прогноз прибутку)
2		Структурні моделі економіки. Модель статистичної рівноваги ринку. Модель міжвідомчого балансу
II. Математичні співвідношення і функції (8 год)		
3		Співвідношення і функції. Залежні і незалежні змінні. Географічне задання функціональної залежності. Функції однієї змінної. Функції багатьох змінних
4		Коефіцієнт нахилу і точки перетину прямих. Лінійні моделі в економіці. Загальне рівняння прямої
5		Методи визначення рівняння прямої: а) метод двох точок; б) метод точка-нахил; в) параметрична форма лінійної залежності
6		Паралельні співвідношення і перпендикулярність двох прямих. Лінійні функції багатьох змінних. Інтерполювання функцій
7		Лінійне рівняння з однією змінною та його розв'язання. Лінійне рівняння попиту і пропозицій
8		Аналіз прибутковості — збитковості
9		Способи розв'язування систем лінійних рівнянь. Системи лінійних нерівностей. Графічний спосіб розв'язування та його використання в економічних задачах
10		Нелінійні функції та їх застосування в економіці

Номер заняття	Дата	Тема заняття
III. Прості відсотки та дисконт (3 год)		
11		Початкова вартість, прості відсотки. Поточна, майбутня та загальна вартість. Обчислення поточності та загальної вартості в задачах на прості відсотки
12		Час між датами. Дисконтний та відсотковий вексель, відсоткова ставка. Простий дисконт. Оформлення векселя
13		Розв'язування задач з теми «Прості відсотки та дисконт»
IV. Складні відсотки (5 год)		
14		Постановка задачі на складні відсотки. Конверсійний період та відсоткова ставка. Формула складних відсотків. Дійсна вартість і складний дисконт
15		Еквівалентна ставка та рівняння для визначення еквівалентної відсоткової ставки. Ефективна ставка. Подвоєння, потроєння і т. д. ваших грошей. Сукупний дохід і дійсна вартість для дробових періодів часу. Знецінення
16		Датовані суми. Серії датованих сум. Еквівалентні серії платежів
17–18		Розв'язування задач з теми «Складні відсотки»
V. Прості ануїтети (3 год)		
19		Степеневі ряди і підсумування. Ануїтети, ануїтетні зобов'язання. Види ануїтету
20		Обчислення поточної вартості ануїтетних зобов'язань
21		Практичне заняття з теми «Прості ануїтети»
VI. Рівняння вартості. Відстрочений ануїтет. Складний ануїтет (6 год)		
22		Рівняння вартості
23		Змінний ануїтет. Відстрочений ануїтет. Поточна вартість відстроченого ануїтету
24		Складний ануїтет. Складні ануїтетні зобов'язання

Номер заняття	Дата	Тема заняття
25		Види акцій. Торгівля акціями. Визначення ціни акції. Формула Мейкхема
26–27		Розв'язування задач з теми «Рівняння вартості. Відстрочений ануїтет. Складний ануїтет»
VII. Викупні фонди та амортизація. Рента (8 год)		
28		Викупний фонд та графік ренти. Приклади
29		Амортизація та графік погашення. Приклади
30		Метод подання відсотків
31		Рента
32–33		Розв'язування задач з теми «Викупні фонди та амортизація. Рента»
34–35		Узагальнення і систематизація знань

ЛІТЕРАТУРА

1. Ляшенко І. Н., Ляшенко Е. І. Математика для економістів.— Донецьк, 1998.
2. Медведєв Г. А. Начальный курс финансовой математики.— М.: ТОО «Остошьє», 2000.
3. Горленко Г. О. Збірник задач з економіки.— Кам'янець-Подільський: Абетка-Нова, 2002.
4. Ошбин Ю. А. Микро-макроекономіка: Практикум.— СПб.: ЗАО «Литера Плюс», 1998.
5. Гальчинський А. С. Основи економічної теорії.— К.: Вища школа, 1995.
6. Панчишин С. Економіка: Навч.-метод. посіб. / Українська рада з економічної освіти.— Львів, 1999.
7. Ваташок З. Економіка: Навч. посіб. для 10–11 кл.— К.: Либідь, 1999.
8. Могершит С. В. Основи економічних знань.— К.: Академія, 2000.
9. Добрынин А. И. Экономическая теория: Учебник для вузов. Задачи.— СПб.: Питер, 1999.
10. Мак Корк С. Економічні системи: Метод. посіб.— К.: Амадей, 2002.
11. Крупська Л. М. Моя економіка: Метод. посіб.— К., 2000.
12. Микро-макроекономіка / Под ред. К. Р. Макконел, С. Л. Брю / «Економикс».— Бишкек, 1997.
13. Прикладна економіка: Навчальний курс.— Junior Achievement Ukraine, 2000.

МАТЕМАТИКА ПРИБУТКІВ

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів економічного профілю

Автор: *Желтуха Тетяна Валентинівна, учитель математики Криворізького Жовтневого ліцею Криворізької міської ради Дніпропетровської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Сучасне життя — своєрідна економічна школа. Кожна людина повинна вміти аналізувати різні життєві ситуації та фінансові проблеми, знаходити способи їх вирішення. Ми часто чуємо про інвестиції, кредити, фонди. Для того щоб бути економічно грамотною людиною, необхідно бути обізнаним у вищеназваних поняттях. Отже, виховання економічної грамотності та економічної активності учнів у процесі навчання математики є одним із найактуальніших завдань, що стоять перед учителем сучасної школи.

В умовах становлення і розвитку ринкових відносин в Україні, коли дедалі більшого значення набуває використання у фінансовій сфері чеків, векселів, облігацій, акцій, виникає потреба у підготовці майбутніх економістів з методики фінансових розрахунків.

Сьогодні в кожного з нас виникають питання: «Де взяти гроші?», «Куди вкласти гроші?». Кожній сучасній людині необхідно знати основні принципи та механізм функціонування банківської системи. Від того, як глибоко будуть засвоєні ці знання, значною мірою залежатиме майбутній успіх і дохід, оскільки рано чи пізно кожному все одно доведеться зіткнутися з банківською системою.

У школах Європи і Америки курс фінансової математики є невід'ємною частиною загального курсу математики, орієнтованого на навчальні заклади економічного профілю, а в Україні цей курс викладається лише в деяких вищих і загальноосвітніх навчальних закладах. Якщо Україна прагне працювати в умовах ринкової економіки, то їй необхідно якомога швидше ставати на стійкі рейки цивілізованого бізнесу, а його основи потрібно закладати ще у школі. Тільки в умовах безперервної економічної освіти наші учні зможуть у майбутньому стати повноправними партнерами бізнесменів будь-якої країни світу.

Програму курсу складено на основі програм факультативних курсів «Основи фінансової математики та математичної економіки» ліцею № 100 «Поділ» м. Києва [15] та «Фінансова математика» (автор В. В. Бицюра) [2], навчальних посібників [11], [3], [18], [5]. Як додатковий матеріал для розв'язування задач можна використати посібники [16], [12], [13], [7], [6], [9]. Програма пройшла апробацію в Криворізькому Жовтневому ліцеї Криворізької міської ради Дніпропетровської області.

Курс призначений для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів і розрахований на 70 годин (1 година на тиждень).

Мета курсу — ознайомлення учнів з можливими методами застосування шкільного курсу математики до розв’язування прикладних задач у сфері фінансів, бізнесу та економіки. Особливу увагу при вивченні курсу приділено виконанню практичних робіт, зміст яких зазначений наприкінці кожної теми.

У курсі розглядаються задачі, які розв’язуються алгебраїчними методами і базуються на вміннях користуватися розрахунковими формулами, виконувати аналіз елементарних функцій і розв’язувати рівняння, нерівності та їх системи, що передбачено шкільним курсом математики.

Основні завдання курсу:

- формувати глибокі знання про найважливіші категорії фінансової математики, такі як відсоток, дисконт, вексель, ануїтети (періодичні платежі), відрахування, курс акції, амортизація тощо;
- формувати уміння розраховувати банківські відсотки та платежі, складати графік періодичних виплат за кредитом;
- навчити досліджувати зміну фінансових показників і виявляти причини цих змін; приймати обґрунтовані рішення про вигідність вкладення грошей або одержання кредиту;
- формувати уявлення про етапи розв’язування задач економічного характеру, можливості застосування математики в цьому процесі, що, в свою чергу, сприятиме усвідомленню учнями того, що математика — це не просто абстрактна наука, а й засіб, який дозволяє розв’язувати задачі з практики господарського життя.

Задачі економічного змісту є цікавим і корисним математичним матеріалом, який вимагає вільного володіння шкільним курсом математики, здатності логічно й чітко мислити, вміння знайти правильний хід розв’язання. Все це необхідно майбутнім фінансистам, менеджерам, економістам, а також всім, хто бажає стати економічно освіченою людиною.

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

10 КЛАС (35 год, 1 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
6	I. Прості відсотки та дисконт Відсотки. Види задач на відсотки. Види відсоткових ставок. Простий відсоток. Поточна та майбутня вартість грошей.	Учень (учениця): • <i>знає:</i> – поняття «простий відсоток», «початкова вартість грошей», «майбутня вартість грошей»;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Простий дисконт. Дисконтний і відсотковий вексель. Облік векселів. Визначення терміну позики і величини відсоткової ставки. Обмін валюти і нарощування відсотків.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Дослідження ринку банківських послуг в регіоні (місті). • Моделююча вправа «Вкладання грошей в банк». • Ділова гра «Отримай кредит в банку». • Моделююча вправа «Облік векселів». • Диспут «Куди краще вкласти гроші». 	<p>«простий дисконт», «дисконтний вексель», «відсотковий вексель»;</p> <ul style="list-style-type: none"> – основні позначення у фінансовій математиці; – два види доходів в операції нарощування з конвертацією валют: зміна курсу валюти і нарощування відсотків; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – знаходити простий відсоток, початкову та майбутню вартість грошей; простий дисконт; – визначати термін позики і величину відсоткової ставки; – розрізняти дисконтний і відсотковий векселі; – вести облік векселів; – визначати, в якій валюті вкладення грошей є вигіднішим — в іноземній чи в національній, якщо задані поточний і майбутній курси валют.
8	<p>II. Складні відсотки</p> <p>Постановка задачі на складний відсоток. Конверсійний період і відсоткова ставка. Основна формула складного відсотка. Порівняння зростання суми за простим і складним відсотком. Нарощування відсотків декілька разів на рік. Номінальна та ефективна ставка відсотка. Дисконтування за складним відсотком. Визначення терміну позики і величини відсоткової ставки. Неперервне нараховування відсотків.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – постановку задачі на складний відсоток; – що таке конверсійний період і відсоткова ставка; – основну формулу складного відсотка; – що чим частіше нараховуються відсотки, тим швидше накопичується сума грошей; – чим відрізняються номінальна ставка відсотка від ефективної;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Формула нарахування складного відсотка за умови зміни ставок відсотка через певні проміжки часу.</p> <p>Екскурсія до банку.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Моделююча вправа «Вкладення грошей на довгий строк». • Моделююча вправа «Де вигідніше брати кредит». • Моделююча вправа «Що буде, якщо боржник не поверне гроші». • Ділова гра «Зміна відсоткової політики банку». 	<ul style="list-style-type: none"> – як розраховується початкова та майбутня вартість грошей для дробових періодів часу; – формулу неперервного нарахування відсотків; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – розрізняти задачі на простий і складний відсотки; – наводити життєві приклади, в яких моделюються нарахування відсоткових платежів; – використовувати в розрахунках основну формулу складного відсотка; – знаходити початкову вартість і складний дисконт; початкову та майбутню вартість грошей для дробових періодів часу; – приймати обґрунтовані рішення щодо вигідності вкладення грошей або одержання кредиту; – визначати термін позики і величину відсоткової ставки; – розраховувати поточну та кінцеву суми за умови зміни відсоткової ставки через певні проміжки часу.
5	<p>III. Фінансова еквівалентність відсоткових ставок і платежів</p> <p>Еквівалентні відсоткові ставки. Датовані суми. Серії датованих сум. Правило еквівалентності. Еквівалентні серії платежів. Рівняння еквівалентності.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – умову еквівалентності відсоткових ставок; – що називається датованою сумою; – властивості датованих сум; – правило еквівалентності; – рівняння еквівалентності;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Моделююча вправа «Рівно-сильні платежі». • Моделююча вправа «Зміна умов контракту». 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – розраховувати еквівалентні відсоткові ставки за різних умов нарахування; – знаходити еквівалентні відсоткові ставки з різними періодами конверсії; – застосовувати властивості датованих сум під час розв'язування задач; – застосовувати правило і рівняння еквівалентності під час розв'язування задач.
8	<p>IV. Прості ануїтети (періодичні платежі)</p> <p>Ануїтет, ануїтетні зобов'язання. Початкова та майбутня вартість простого ануїтету. Визначення суми періодичних платежів ануїтету. Визначення строку виплати періодичних платежів. Визначення відсоткової ставки за періодичними платежами. Купівля товарів у розстрочку, внесення страхових платежів, сплата ренти, амортизація основних фондів.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Розробка плану погашення боргу відповідно до умов фінансової угоди. • Аналіз ефективності (дохідності) фінансових операцій для кредитора. • Ділова гра «Купівля товарів у розстрочку». • Моделююча вправа «Страховання автомобіля». 	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – суть поняття «ануїтет»; – що таке початкова та майбутня вартість простого ануїтету; – приклади ануїтетів: купівля товарів у розстрочку, внесення страхових платежів, сплата ренти, амортизація основних фондів тощо; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – відрізнити ануїтети від простого та складного відсотка; – розраховувати початкову та майбутню вартість простого ануїтету; – визначати суму періодичних платежів ануїтету; строк виплати періодичних платежів; відсоткову ставку за періодичними платежами.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>V. Розподіл ресурсів</p> <p>Розподіл ресурсів. Застосування лінійної алгебри до визначення розподілу ресурсів, норм витрат сировини тощо.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Моделююча вправа «Я — підприємець». • Ділова гра «Прибуток фірми». • Моделююча вправа «Вартість продукції». 	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>має уявлення:</i> <ul style="list-style-type: none"> – про економічні залежності; – розподіл ресурсів; – витрати сировини; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – розраховувати витрати сировини; загальну вартість продукції; – обчислювати прибуток виробництва.

11 КЛАС (35 год, 1 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>VI. Балансовий аналіз. Моделі обміну</p> <p>Балансовий аналіз. Модель Леонт'єва. Багатогалузева економіка. Валовий обсяг продукції. Вартісний міжгалузевий баланс. Основна задача міжгалузевого балансу. Лінійна модель обміну. Міжнародна модель торгівлі. Структурна матриця торгівлі.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Моделююча вправа «Багатогалузева економіка». • Моделююча вправа «Балансовий звіт». 	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>має уявлення:</i> <ul style="list-style-type: none"> – про багатогалузову економіку; – модель Леонт'єва; – балансовий аналіз; – валовий обсяг продукції; – вартісний міжгалузевий баланс; – основну задачу міжгалузевої економіки; – лінійну модель обміну; – міжнародну модель торгівлі; – структурну матрицю торгівлі; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – складати модель Леонт'єва; – обчислювати балансовий аналіз; – розраховувати основну задачу міжгалузевої економіки.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	<p>VII. Функції, що використовуються в економіці</p> <p>Застосування функцій в економіці. Функція корисності. Функція витрат. Виробнича функція. Функція попиту, використання та пропозиції.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • має уявлення про застосування функцій в економіці; • <i>знає поняття:</i> <ul style="list-style-type: none"> – функція корисності; – функція витрат; – виробнича функція; – функція попиту, використання та пропозиції; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – розрізняти економічні функції; – знаходити певні економічні функції.
6	<p>VIII. Витрати виробництва</p> <p>Продуктивність праці. Граничні витрати виробництва. Співвідношення між середнім та граничним прибутком. Еластичність функції та її застосування, її економічний зміст. Еластичність попиту.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Дослідження еластичності попиту в регіоні (місті). • Ділова гра «Попит і пропозиції». • Складання розкладу граничних і середніх виплат. • Моделююча вправа «Визначення еластичності попиту». 	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – поняття продуктивності праці; граничних витрат виробництва; граничного та середнього прибутку; еластичності функції та її застосування, її економічний зміст; еластичності попиту; – співвідношення між середнім та граничним прибутком; • <i>уміє визначати:</i> <ul style="list-style-type: none"> – продуктивність праці; – граничні витрати виробництва; – граничний та середній прибуток; – еластичність функції; – співвідношення між середнім та граничним прибутком; – еластичність попиту.
5	<p>IX. Випуск товарів</p> <p>Економічна інтерпретація теореми Ферма. Оптимальний рівень випуску товарів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – економічну інтерпретацію теореми Ферма;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Закон спадного прибутку. Закон спадної корисності.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Дослідження випуску певних товарів в Україні або регіоні (місті). • Моделююча вправа «Прибуток і користь». 	<ul style="list-style-type: none"> – поняття «оптимальний рівень випуску товарів»; – закон спадного прибутку; – закон спадної корисності; • <i>уміє використовувати:</i> – економічну інтерпретацію теореми Ферма; – поняття оптимального рівню випуску товарів; – закон спадного прибутку; – закон спадної корисності.
5	<p>X. Виробничі функції. Обсяг продукції</p> <p>Виробничі функції. Обсяг продукції за певний проміжок часу. Коефіцієнт Джинні. Крива Лоренца. Час виготовлення товару в період засвоєння.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Дослідження виробничих функцій підприємств міста. • Моделююча вправа «Період засвоєння товару». • Ділова гра «Розподіл прибутків». • Моделююча вправа «Дисконтування». • Розрахунок обсягів виготовленої продукції. 	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> види виробничих функцій; • <i>має уявлення:</i> – про обсяг продукції за певний проміжок часу; – коефіцієнт Джинні; – криву Лоренца; – виготовлення товару в період засвоєння; • <i>уміє:</i> – знаходити та пояснювати види виробничих функцій; – обчислювати обсяг продукції за певний проміжок часу; – обчислювати коефіцієнт Джинні; – будувати криву Лоренца; – знаходити середній час виготовлення товару в період засвоєння.
8	<p>XI. Макроекономічна динаміка</p> <p>Задачі макроекономічної динаміки. Модель природного росту. Конкурентний ринок.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>має уявлення:</i> – про задачі макроекономіки; – конкурентний ринок;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Монопольний ринок. Коефіцієнт капіталоемності. Ефективність реклами. Визначення залежностей між собівартістю та зовнішніми умовами.</p> <p>Практичні роботи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Дослідження елементів ринків міста. • Моделююча вправа «Реклама». • Ділова гра «Внесок капіталу». • Розрахунок залежності між собівартістю та зовнішніми умовами. 	<ul style="list-style-type: none"> – монопольний ринок; – коефіцієнт капіталоемності; – ефективність реклами; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – знаходити елементи ринків; – обчислювати коефіцієнт капіталоемності; – обчислювати ефективність реклами; – знаходити залежності між собівартістю та зовнішніми умовами.
1	Підсумкове заняття	

ЛІТЕРАТУРА

1. Бевз Г. П. Алгебра: Підручник для 7–9 класів. — К.: Школяр, 2002.
2. Бицюра В. В. Програма факультативного курсу «Фінансова математика» // Математика в школі.— 1999.— № 6.
3. Вайнтрауб М. А., Стрельченко О. С., Стрельченко І. Г. Фінансова математика: Навчальний посібник. — К.: ТОВ «Арт-програми», 2002.
4. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; Под ред. проф. Н. Ш. Кремера.— М.: ЮНИТИ, 2002.
5. Высшая математика: Сборник задач / Х. И. Гаврильченко, А. Ф. Кривой, П. С. Кропивянский и др.; Под ред. П. Ф. Овчинникова.— К.: Вища школа, 1991.
6. Горленко Г. О. Методичний посібник для вчителя до Збірника задач з економіки.— 2-ге вид.— Кам'янець-Подільський: Абетка-НОВА, 2003.
7. Збірник задач з економіки: Навч. посіб. для учнів 10–11 кл. загальноосвіт. навч. закл. з поглиб. вивч. економіки / Упоряд. Г. О. Горленко.— 3-тє вид., доп. і перероб.— Кам'янець-Подільський: Абетка-НОВА, 2003.
8. Зінченко Л. В. Задачі на відсотки // Математика в школах України.— 2004.— № 11 (59) (квітень).
9. Латер Ю. С., Ящишина І. В. Збірник самостійних робіт з економіки для 10–11 класів загальноосвітніх закладів.— Кам'янець-Подільський: Абетка-НОВА, 2002.

10. Липовик В. В. Вища математика для економістів. Навчальний посібник.— Кривий Ріг, 2006.
11. Медведев Г. А. Начальный курс финансовой математики: Учеб. пособие.— М.: ТОО «Острожье», 2000.
12. Мицкевич А. А. Сборник заданий по экономике: Для учащихся 9–11 кл.: В 3 кн.— Кн. 1. Задачник по микроэкономике.— М.: Вита-Пресс, 2001.— 462 с.
13. Мицкевич А. А. Сборник заданий по экономике с решениями: Пособие для преподавателей: В 3 кн. — Кн. 1. Задачник по микроэкономике с решениями.— М.: Вита-Пресс, 2001.
14. Пінчук О. Математика в економіці. Навчальний посібник для учнів і вчителів. // Математика.— 2005.— № 25 (325) (липень).
15. Програма факультативного курсу «Основи фінансової математики та математичної економіки» ліцею № 100 «Поділ» // Математика в школі.— 1998.— № 3.
16. Уолш Кяран. Ключові фінансові показники. Аналіз та управління розвитком підприємства: Пер. з англ.— К.: Всеуито; Наукова думка, 2001.
17. Цыпкин А. Г. Справочник по методам решения задач по математике.— М.: Наука, 1989.
18. Четыркин Е. М. Финансовая математика: Учебник.— М.: Дело, 2001.

ЗАДАЧІ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ В МАТЕМАТИЦІ

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів економічного профілю

Автор: *Ткач Юлія Миколаївна, методист Чернігівського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти імені К. Д. Ушинського, кандидат педагогічних наук*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

На сучасному етапі розвитку України відбувається закономірне посилення ролі економічної освіти. Молоде покоління повинно отримувати знання про економічну сферу діяльності, що допоможе зробити свідомий вибір професії економічного спрямування. Відповідно до Національної доктрини

розвитку освіти держава забезпечує економічну освіту. Згідно з Державним стандартом базової і повної середньої освіти одним із завдань освітньої галузі «Математика» старшої школи є розширення та поглиблення уявлень учнів про застосування математики в практичній діяльності, різних галузях науки.

Одним зі шляхів виконання цього завдання є формування елементів економічної грамотності засобами математики, зокрема застосування знань, вмінь та навичок з предмета «Алгебра і початки аналізу» до розв'язування задач економічного змісту.

Курс за вибором для учнів 10–11 класів розрахований на 70 годин. Він дозволяє розширити уявлення учнів про застосування математики та її місце в економіці, сприяє поглибленню та узагальненню знань, вмінь та навичок з математики. Розв'язування задач економічного змісту надасть можливість мотивувати, активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів та сприятиме практичному застосуванню набутих знань. Вивчення курсу за вибором може здійснюватися за рахунок використання годин варіативної частини типового навчального плану.

Мета курсу — формування в учнів елементів економічної грамотності засобами математики та підготовка їх до навчання у вищих навчальних закладах за економічними спеціальностями.

Основними завданнями курсу є:

- формування в учнів уявлень про ідеї та методи математики в економіці;
- формування стійкого інтересу до предмета «Алгебра і початки аналізу»;
- застосування набутих на уроках знань, умінь і навичок з алгебри і початків аналізу до розв'язування задач економічного змісту;
- розвиток в учнів логічного мислення, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції;
- виховання економічно грамотної особистості;
- формування елементів економічної грамотності;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей школярів.

Програма курсу за вибором розроблена з урахуванням структури та послідовності вивчення тем, що входять до складу програми з алгебри і початків аналізу рівня стандарту. Учитель відповідно до рівня навчальних досягнень учнів може розширити та поглибити або, навпаки, спростити запропонований у програмі зміст теми. Розподіл навчального часу є орієнтовним. Резерв часу може бути використаний на розсуд учителя, зокрема, як на повторення, узагальнення та систематизацію знань, умінь і навичок учнів, так і для збільшення кількості годин на детальніше вивчення тих чи інших тем програми.

При виборі методів навчання необхідно враховувати як об'єктивні (цілі, завдання та зміст навчання), так і суб'єктивні фактори (учитель, учні). Методично обґрунтоване поєднання різних форм і методів навчання сприятиме підвищенню рівня та ефективності викладання курсу за вибором.

Підвищенню ефективності занять сприятиме використання інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема програмного засобу GRAN 1.

Рекомендації щодо роботи за програмою

Під час навчання необхідно враховувати мету і завдання вивчення курсу за вибором, особливості його змісту і структури. Вимоги до навчальних досягнень учнів, сформульовані у програмі, сприятимуть полегшенню планування вивчення кожної теми, підвищенню ефективності визначених учителем організаційних форм контролю. Методи, форми та засоби навчання доцільно добирати відповідно до рівня навчальних досягнень учнів, особливостей їх розумової діяльності та умов навчання.

У програмі курсу за вибором «Задачі економічного змісту в математиці» розвиваються основні змістові лінії курсу алгебри: поняття про число, тотожні перетворення, рівняння і нерівності, вчення про функцію, елементи статистики, комбінаторики і теорії ймовірностей.

Під час вивчення теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності в економіці» учні знайомляться з поняттями задачі економічного змісту, математичної моделі в економіці та математичного моделювання, функціями витрат і доходу, попиту і пропозиції, еластичністю, беззбитковістю тощо.

При цьому доцільно розглянути три етапи математичного моделювання на прикладі однієї або декількох задач (зокрема, задача про використання сировини, дієту, раціональний розкрій матеріалу). Важливо звернути увагу учнів на наслідки втручання держави у процес ціноутворення та залежність доходів від еластичності попиту.

Важливо, щоб учні не лише знали теоретичний матеріал теми, а й усвідомлювали його значення в економіці, вміли використовувати при розв'язуванні задач економічного змісту. Тому після ознайомлення учнів із характером та особливостями функцій попиту і пропозиції варто запропонувати їм самостійно знайти точку рівноваги (тобто рівноважну ціну та обсяг продажу) за графіками відповідних функцій. Кожен крок учні повинні аргументувати, посилаючись на відповідний теоретичний матеріал. Допомога учителя на даному етапі, як правило, необхідна лише для коригування обґрунтувань кроків.

Варто приділити увагу питанню аналізу беззбитковості. Учитель має пояснити структуру загальних витрат ($TC = VC + FC$), зобразити витрати графічно та підвести учнів до самостійного визначення за графіком точки беззбитковості, знайти разом з учнями проміжки збитків та доходів.

Доцільно здійснити дослідження беззбитковості на прикладі конкретної задачі: повторити етапи знаходження точки рівноваги графічно та допомогти учням самостійно знайти її аналітично.

У ході вивчення теми «Тригонометричні функції в економіці» продовжується вивчення властивостей функцій витрат та доходу, а також функцій попиту та пропозиції. А саме: в ході вивчення теми необхідно пояснити учням як змінюється беззбитковість деякої фірми залежно від тангенса кута нахилу функції витрат та доходу; аналогічні міркування провести щодо функції попиту і пропозиції.

При вивченні теми «Елементи прикладної математики» учитель повинен актуалізувати знання учнів щодо простого та складного відсотка, ввести поняття еквівалентної та ефективної ставки, розв'язати декілька прикладних (економічних) задач. Особливу увагу необхідно звернути на застосування теорії ігор до розв'язування задач на прийняття рішень.

Вагоме місце в навчальній дисципліні «Алгебра і початки аналізу» займає вивчення тем «Похідна та її застосування» і «Інтеграл та його застосування». Це пов'язано з тим, що матеріал цих тем має широке практичне застосування в економіці. Вивчення теми «Похідна та її застосування до розв'язування задач економічного змісту» варто розпочати з узагальнення економічного змісту похідної за допомогою декількох прикладів задач (наприклад, знаходження граничної виручки та витрат, зростання продуктивності праці тощо). Необхідно формувати в учнів уміння знаходити за допомогою похідної максимальний дохід, прибуток, витрати. Особливу увагу слід приділити визначенню еластичності попиту через похідну.

Економічна ситуація, яка об'єднує групу задач на побудову математичних моделей, де потрібно розглянути значення величини y як функцію часу x , що розраховується від a до b , має бути розглянута при вивченні теми «Інтеграл та його застосування в економіці». Наприклад, знаходження обсягу продукції, що випускається за проміжок часу $[0; T]$, якщо $f(t)$ — продуктивність праці в момент часу t . Слід також розв'язати задачі на обчислення величини неперервного доходного потоку та навчити учнів здійснювати оцінку вигоди споживачів і виробників (графічно та аналітично).

При вивченні теми «Показникова та логарифмічна функції (на прикладі задач з економіки)» необхідно скерувати діяльність учнів на розв'язування задачі про збільшення початкової суми в n разів у загальному випадку через розв'язування задач про подвоєння, потроєння грошей. Крім того, необхідно ввести поняття про неперервний компаунд (неперервне нарахування складних відсотків).

Під час вивчення теми «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики в економіці» важливо досягти розуміння учнями прикладного змісту поняття математичного сподівання випадкової величини та необхідності введення міри розсіювання випадкової величини на прикладах задач

економічного змісту. Корисним є розв'язування задач на визначення ймовірності успіху вкладу або оцінки ступеня ризику й прийняття рішення щодо випуску та реалізації товару тощо.

При вивченні теми «Рівняння, нерівності та їх системи в економіці» наголос слід зробити на балансі між окремими галузями, зосередити увагу на проблемі встановлення взаємозв'язку між галузями через випуск та споживання різного виду продукції. Зокрема, розглянути модель Леонт'єва у дво- і тривимірному випадку. Разом з тим не можна обминути актуальні сьгодні питання амортизації боргу та створення викупних фондів.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

Клас	№ з/п	Назва теми	Кількість годин
10	1	Функції, многочлени, рівняння і нерівності в економіці	17
	2	Тригонометричні функції в економіці	5
	3	Елементи прикладної математики	8
		Резерв часу і повторення	5
		РАЗОМ	35
11	1	Похідна та її застосування до розв'язування задач економічного змісту	7
	2	Показникова та логарифмічна функції (на прикладі задач з економіки)	5
	3	Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики в економіці	4
	4	Інтеграл та його застосування в економіці	7
	5	Рівняння, нерівності та їх системи в економіці	7
		Резерв часу і повторення	5
		РАЗОМ	35
	ВСЬОГО	70	

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

10 КЛАС (35 год)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
17	<p>Тема 1. Функції, многочлени, рівняння і нерівності в економіці</p> <p>Поняття про задачу економічного змісту. Поняття моделі та математичне моделювання. Математичне моделювання на прикладах задач з економіки.</p> <p>Функції попиту, пропозиції та їх взаємодія. Точка рівноваги. Ціноутворення та наслідки втручання держави у цей процес. Еластичність. Види еластичності. Виручка та еластичність.</p> <p>Функції витрат та доходу. Точка беззбитковості.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення попиту, пропозиції; еластичності попиту та пропозиції; функції витрат та доходу; закон попиту та пропозиції за графіками їх функцій; • <i>будує</i> графіки функцій попиту, пропозиції, витрат та доходу; • <i>обчислює</i> рівноважну ціну та обсяг рівноваги за функціями попиту та пропозиції; еластичність попиту (за ціною, за доходом і перехресну) та еластичність пропозиції; • <i>визначає</i> залежність виручки від еластичності попиту; • <i>знаходить</i> рівноважну ціну та обсяг продажу; точку беззбитковості; значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення; • <i>користується</i> різними способами визначення точки рівноваги та точки беззбитковості (графічно та аналітично); • <i>виконує і пояснює</i> перетворення графіків функцій; • <i>досліджує</i> властивості функцій і <i>використовує</i> одержані результати при побудові графіків функцій; • <i>застосовує</i> властивості функцій до розв'язування задач економічного змісту; • <i>описує</i> характер та особливості поведінки функцій попиту, пропозиції, витрат та доходу; види еластичності попиту та пропозиції.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
5	<p>Тема 2. Тригонометричні функції в економіці</p> <p>Функції попиту та пропозиції залежно від зміни тангенса кута їх нахилу. Точка рівноваги.</p> <p>Функції витрат та доходу залежно від зміни тангенса кута їх нахилу. Точка беззбитковості.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконує перетворення графіків функцій попиту, пропозиції, доходу та витрат залежно від зміни тангенса кута їх нахилу; • встановлює та обчислює точку рівноваги та точку беззбитковості після зміни тангенса кута нахилу відповідних функцій; • формулює означення тангенса кута і його властивості; • описує застосування властивостей тригонометричних функцій до опису реальних процесів, зокрема зміна точки рівноваги та точки беззбитковості залежно від зміни тангенса кута нахилу.
8	<p>Тема 3. Елементи прикладної математики</p> <p>Простий відсоток. Поточна та майбутня вартість грошей. Визначення строку позики і величини відсоткової ставки.</p> <p>Складний відсоток. Конверсійний період. Порівняння збільшення суми за простим та складним відсотком.</p> <p>Поняття про методи теорії ігор та прийняття рішень.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює зміст понять простого, складного відсотка, поточної, майбутньої вартості грошей, конверсійного періоду; • розв'язує задачі на знаходження поточної та майбутньої вартості грошей (за умови нарахування простого, складного відсотка); • описує підходи теорії ігор до розв'язування задач економічного змісту; матрицю гри; • застосовує теорію ігор до розв'язування задач на прийняття рішень в умовах варіативності стратегій.
5	Резерв часу і повторення	

11 КЛАС (35 год)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
7	<p>Тема 1. Похідна та її застосування до розв'язування задач економічного змісту</p> <p>Граничний дохід, прибуток та витрати. Середні величини витрат та доходу. Максимальний дохід і максимальний прибуток. Мінімізація витрат.</p> <p>Еластичність попиту (через похідну).</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення доходу, прибутку, загальних, постійних, змінних витрат, їх середніх величин; • <i>описує</i> поняття максимального доходу та максимального прибутку; • <i>знаходить</i> максимальний дохід та максимальний прибуток; еластичність попиту (з використанням похідної); • <i>розв'язує</i> задачі економічного змісту на знаходження максимальних значень доходу та прибутку, на обчислення граничного доходу, прибутку та витрат і на визначення середніх величин; • <i>аналізує</i> зміни доходів залежно від показника еластичності попиту.
5	<p>Тема 2. Показникова та логарифмічна функції (на прикладі задач з економіки)</p> <p>Поняття про неперервний компаунд (неперервне нарахування складних відсотків). Обчислення еквівалентної та ефективної ставки відсотка.</p> <p>Задача про подвоєння, потроєння грошей.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення складного відсотка при неперервному компаунді; еквівалентної та ефективної ставки відсотка; • <i>обчислює</i> еквіваленту та ефективну ставку відсотка; • <i>знаходить</i> майбутню та поточну вартість складного відсотка; • <i>розв'язує</i> задачі на знаходження складного відсотка при неперервному нарахуванні компаунда; • <i>розв'язує</i> задачі на знаходження подвоєння, потроєння грошей та в загальному вигляді (для простого і складного відсотка).

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	<p>Тема 3. Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики в економіці</p> <p>Математичне сподівання, дисперсія, коефіцієнт ризику. Найпростіші статистичні показники.</p> <p>Застосування елементів теорії ймовірностей до розв'язування задач економічного змісту.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення математичного сподівання, дисперсії та середнього квадратичного відхилення; • <i>розв'язує</i> задачі на обчислення економічного ризику; • <i>обчислює</i> математичне сподівання прибутку; • <i>розуміє</i> зміст коефіцієнта ризику; • <i>знаходить</i> найпростіші статистичні показники (середня арифметична, середня хронологічна, середня гармонічна); • <i>описує</i> застосування понять і методів теорії ймовірностей до розв'язування задач економічного змісту.
7	<p>Тема 4. Інтеграл та його застосування в економіці</p> <p>Застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач економічного змісту.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>наводить приклади</i> застосування визначеного інтеграла до розв'язування прикладних задач; • <i>знаходить</i> площі криволінійних трапецій; • <i>застосовує</i> визначений інтеграл до розв'язування задач економічного змісту; • <i>описує</i> застосування визначених інтегралів до обчислення величини неперервного дохідного потоку; • <i>знаходить</i> вигоди споживачів і виробників.
7	<p>Тема 5. Рівняння, нерівності та їх системи в економіці</p> <p>Модель Леонтьєва (у дво- і тривимірному випадку). Періодичні платежі (ануїтет). Амортизації боргу та викупні фонди.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> модель Леонтьєва; • <i>застосовує</i> системи лінійних рівнянь до розв'язування задач економічного змісту (модель Леонтьєва для дво- і тривимірних випадків); • <i>формулює</i> означення періодичного платежу;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • складає графік амортизації боргу та викупного фонду; • описує поняття про різницеві рівняння.
5	Резерв часу і повторення	

ЛІТЕРАТУРА

1. Ткач Ю. М. Задачі економічного змісту в математиці: Навч.-метод. посібник для учнів 10–11 кл. екон. профілю навч.— Х.: Веста, 2011.— (Курс за вибором. Математика).
2. Іванюта І. Д., Рибалка В. І., Рудоміно-Дусятська І. А. Елементи теорії ймовірностей та математична статистика.— К.: Слово, 2003.— 272 с.
3. Книга вчителя математики: Довідково-методичне видання / Упоряд. Н. С. Прокопенко, Н. П. Щекань.— 2-ге вид., доповн.— Харків: Торсінг плюс, 2006.— 288 с.
4. Книга методиста: довідково-методичне видання / Упоряд. Г. М. Литвиненко, О. М. Вернидуб.— Харків: Торсінг плюс, 2006.— 672 с.
5. Навчальні програми з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс] // Сайт Міністерства освіти і науки України: <http://www.mon.gov.ua>.
6. Наказ Міністерства освіти і науки України від 05.05.2008 р. № 371 «Про критерії оцінювання» [Електронний ресурс] // Сайт Міністерства освіти і науки України: <http://www.mon.gov.ua>.
7. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів, спеціалізованих шкіл, гімназій, ліцеїв економічного профілю. Математика. 10–11 класи / М. А. Вайнтрауб, О. С. Стрельченко, І. Г. Стрельченко // Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для профільного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків.— К.: Навчальна книга, 2003.— С. 53–70.
8. Фінансова математика: Навч. посібник / М. А. Вайнтрауб, О. С. Стрельченко, І. Г. Стрельченко.— К.: ТОВ «Арт-програми», 2002.— 120 с.
9. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 10 кл. з поглиб. вивч. математики в серед. закл. освіти.— К.: Освіта, 2000.— 318 с.
10. Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 10–11 кл. загальноосвіт. навч. закл.— К.: Зодіак-ЕКО, 1996.
11. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. з поглиб. вивч. математики в серед. закл. освіти.— К.: Освіта, 2001.— 318 с.

КОМП'ЮТЕРНА МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів економічного профілю

Автор: *Суцук-Слюсаренко Вікторія Ігорівна, викладач Національного технічного університету України «КПІ»*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

У Концепції профільного навчання в старшій школі особливого значення набувають курси за вибором, що забезпечують поглиблене та розширене вивчення профільних предметів, сприяють формуванню індивідуальної освітньої траєкторії школярів, орієнтують на усвідомлений вибір майбутньої професії.

Запропонований курс «Комп'ютерна математика для економістів» повністю відповідає цим вимогам і розрахований на учнів, які навчаються у класах економічного профілю, але може бути опрацьований і в класах інших профілів. В основу програми курсу покладено ті розділи математики і теми з економіки, для опрацювання яких можна використати програмні засоби. Тому курс можна охарактеризувати як міжпредметний прикладний (математика — інформатика — економіка). Його складові частини потребують певних знань з економіки, інформатики та математики.

Мета курсу — допомогти учням глибше усвідомити сутність обраного профілю, прикладну спрямованість шкільних предметів, ознайомити учнів із різними способами діяльності, розширити й поглибити уявлення учнів про міжпредметні зв'язки в обраному профілі навчання.

Курс розрахований на 16 годин варіативної складової навчального плану (1 година на тиждень протягом одного семестру). Курс орієнтований на набуття учнями нових знань та застосування вже набутих знань до розв'язування прикладних задач і спирається на програмовий матеріал з математики, інформатики та економіки. Вимоги до знань учнів при вивченні тем курсу не повинні бути надмірними. Курс має бути наповнений різноманітними цікавими і не дуже складними задачами з достатнім евристичним навантаженням.

Для організації навчального процесу при викладанні курсу необхідним є відповідне матеріально-технічне забезпечення: опрацювання змісту курсу орієнтоване на використання комп'ютерного класу або домашніх учнівських комп'ютерів. Учитель може вільно обирати програмне забезпечення, набір задач економічного, екологічного, статистичного, ймовірнісного змісту. Основна вимога до задач курсу — вони повинні досить легко розв'язуватися стандартними програмними засобами.

Розглянемо доцільність і варіативність тем, що можуть входити до запропонованого курсу. Програма складається з чотирьох розділів і залікової роботи. Кожному розділу передують коротке вивчення теоретичних відомостей та відомостей з використання програмних засобів для виконання практичних задач.

Вивчення *розділу 1* «Побудова графіків аналітично заданої функції (явно заданої, неявно заданої, параметрично заданої, в полярних координатах) та її дослідження за допомогою графіка» передбачає закріплення вмінь учнів аналізувати поведінку функції за її графіком, визначати особливі значення функції: найбільше та найменше її значення на заданому проміжку, нулі функції, точки екстремуму, проміжки зростання та спадання; граничні значення функції, тобто її значення на границі (межі) області визначення; екстремуми функції; точки перегину графіка; ознайомлення з полярною системою координат і графіком функції у цій системі; узагальнення набутих знань для розв'язування прикладних задач, що пов'язані з конкретним технологічним, фізичним, хімічним, економічним чи будь-яким іншим процесом. Крім того, доцільно продемонструвати можливості застосування графіків до розв'язування рівнянь, нерівностей та систем підвищеної складності, а також задач з параметрами, які можна розв'язати графічно.

Розділ 2 «Методи опрацювання таблично заданої функції для розв'язування прикладних задач економічного та екологічного змісту» має на меті засвоєння учнями відомих математичних методів інтерполяції та екстраполяції. Опрацювання цього розділу передбачає розгляд питань апроксимації, інтерполяції та екстраполяції таблично заданої функції, дослідження інтерполяційного полінома на найбільше та найменше значення; прогнозування майбутніх значень або дослідження історії процесу. Цей розділ бажано опрацювати після вивчення теми «Похідна та її застосування» у курсі алгебри і початків аналізу. Нові методи і нові функції допоможуть учням глибше зрозуміти сутність задач на найбільше та найменше значення функції на проміжку. У процесі вивчення теми учні отримають можливість здійснювати математичне моделювання реальної задачі.

Розділ 3 «Обробка статистичної інформації: випадкові величини, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма; числові характеристики випадкової величини» дозволить поглибити та розширити знання учнів щодо методів опрацювання таблично заданої функції. Статистика як тема дуже добре піддається опрацюванню за допомогою комп'ютера. Під час вивчення цього розділу учні навчатимуться не тільки опрацьовувати статистичні дані, а й аналізувати одержані результати, крім того, навчатимуться прогнозувати значення випадкових величин.

Розділ 4 «Дослідження інвестиційної привабливості проектів, об'єктів нерухомості» є варіативним і узгоджується з учителем економіки або фінансової математики. Це той розділ, при опрацюванні якого учні мають

продемонструвати навички створення математичних моделей, проаналізувати можливості стандартних програмних засобів і вибрати один із них для реалізації поставленої задачі. В коротких теоретичних відомостях подається матеріал, що дозволяє зрозуміти та формалізувати задачу.

Мета проведення *залікової роботи* — навчити учнів самостійно обирати задачу, складати її математичну модель та розв'язувати її на комп'ютері. Учитель може замінити залікову роботу іншою темою, але бажано заохочувати учнів до самостійної роботи, самостійного дослідження та одержання результатів.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
Розділ 1. Побудова графіків аналітично заданої функції (явно заданої, неявно заданої, параметрично заданої, в полярних координатах) та її дослідження за допомогою графіка. Використання графіків для розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем (3 год)		
1	Тема 1. Короткі теоретичні відомості: аналітично задані функції	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> поняття функції та способи її задання; • <i>аналізує</i> отримані графіки, його характерні точки, <i>знаходить</i> найбільше та найменше значення функції на проміжку; • <i>володіє</i> засобами побудови графіків функцій за допомогою комп'ютера.
1	Тема 2. Вивчення можливостей програми GRAN1	
1	Тема 3. Комп'ютерно-графічна робота № 1	
Розділ 2. Методи опрацювання таблично заданої функції для розв'язування прикладних задач економічного та екологічного змісту (4 год)		
1	Тема 4. Поняття про апроксимацію, інтерполяцію, екстраполяцію	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> поняття апроксимації, інтерполяції та екстраполяції таблично заданої функції; • <i>формулює</i> цілі та можливості методів; • <i>уміє</i> робити правильні висновки з отриманих графіків поліномів.
1	Тема 5. Використання програми GRAN1 для побудови інтерполяційних поліномів	
2	Тема 6. Комп'ютерно-графічна робота № 2	

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
Розділ 3. Обробка статистичної інформації: результати експерименту або спостережень за процесом; випадкові величини, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма; числові характеристики випадкової величини (мода, медіана, математичне сподівання, дисперсія) (4 год)		
1	Тема 7. Поняття про випадкову величину, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограму, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини; моду, медіану	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> поняття випадкової величини, <i>складає</i> закон розподілу випадкової величини, <i>обчислює</i> числові характеристики; • <i>уміє</i> аналізувати та правильно інтерпретувати отримані результати.
1	Тема 8. Використання програми Excel для обробки статистичної інформації	
2	Тема 9. Комп'ютерно-графічна робота № 3	
Розділ 4 (варіативний). Дослідження інвестиційної привабливості проектів, об'єктів нерухомості (метод дисконтування грошових потоків; методи, що не враховують вартість грошей в часі; методики порівняння характеристик проектів) (3 год)		
1	Тема 10. Короткі теоретичні відомості: методи обчислення показників, що характеризують пропонуванняй проект	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує та правильно інтерпретує</i> основні характеристики проекту; • <i>правильно обирає</i> формулу для обчислення характеристики; • <i>уміє</i> аналізувати результати та робити правильні висновки за виконаними обчисленнями.
1	Тема 11. Використання програми Excel для обчислень і порівняльного аналізу	
1	Тема 12. Комп'ютерно-графічна робота № 4	
2	Залікова робота	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>самостійно обирає</i> тему роботи; • <i>створює</i> математичну модель та <i>реалізує</i> створену модель на комп'ютері.

ЛІТЕРАТУРА

1. Навчальні програми Міністерства освіти і науки України з математики, економіки та інформатики для 10–11 класів профільної школи.
2. Вірченко Н. О., Ляшко І. І. Графіки елементарних та спеціальних функцій: Довідник.— К.: Наукова думка, 1996.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика.— М.: Высшая школа, 2002.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов.— М.: Наука, 1967.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКЛАДАННЯ КУРСУ ТА ОРІЄНТОВНІ КОНСПЕКТИ ТЕМ

Розділ 1. Побудова графіків аналітично заданої функції (явно заданої, неявно заданої, параметрично заданої, в полярних координатах) та її дослідження за допомогою графіка

Номер заняття	Тема заняття
1	Короткі теоретичні відомості: аналітично задані функції
2	Вивчення можливостей програми GRAN1
3	Комп'ютерно-графічна робота № 1

Основна мета: навчитися використовувати стандартні програмні засоби для побудови графіків функцій, заданих аналітично: явно, неявно, параметрично, в полярній системі координат; вивчити прийоми роботи з програмою GRAN1; навчитися аналізувати поведінку функції за графіком, визначати характерні точки функції: найбільше та найменше значення функції на заданому інтервалі, нулі функції, точки екстремуму, інтервали зростання та спадання функції; навчитися узагальнювати набуті знання для розв'язування прикладних задач, що пов'язані з конкретним технологічним, фізичним, хімічним, економічним або будь-яким іншим процесом.

Основні вимоги. Учні повинні:

- *знати:* можливості програми GRAN1 або GRAN3; поняття функції, способи задання функцій; значення і суть нових способів задання функцій, полярну систему координат;
- *уміти:* запускати в роботу програму GRAN1; орієнтуватися у пропонованих меню; досліджувати побудовані графіки, аналізувати отримані результати; досліджувати будь-які рівняння на кількість розв'язків, шляхом побудови відповідного графіка.

Заняття 1. Короткі теоретичні відомості: аналітично задані функції

Розглянемо дві множини X та Y , елементами яких можуть бути будь-які об'єкти, і припустимо, що кожному елементу x множини X за деяким законом поставлено у відповідність елемент множини Y . Тоді f називається функцією із X в Y (або відображенням множини X в Y). Якщо ця відповідність взаємно однозначна, то функція називається *однозначною*, в іншому випадку — *багатозначною*.

Для взаємно однозначної відповідності використовують запис: $y = f(x)$ — це *явно задана функція*.

Якщо аргумент x і функція y є функціями третьої величини — параметра t , де $t_0 \leq t \leq t_1$, то функцію називають *параметрично заданою*. У більшості випадків це багатозначна функція.

До багатозначних функцій належать також *неявно задані функції* — це функції, що задані рівнянням $F(x; y) = 0$. Так задають функцію, якщо це рівняння неможливо розв'язати відносно y .

Загальний вигляд функції в *полярних координатах*: $\rho = f(\varphi)$, а в неявному вигляді: $F(\rho, \varphi) = 0$.

Характерні точки графіка функції:

- 1) точки перетину кривих графіка з координатними осями;
- 2) граничні значення функції, тобто її значення на границі (межі) області визначення;
- 3) точки, в яких функція набуває екстремальних значень;
- 4) точки перегину графіка.

Приклади задання функцій:

$y = \sin(x - 2)^2$ — явно задана функція;

$\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) + \ln(y) = 0$ — неявно задана функція;

$$\begin{cases} x = 9 \operatorname{tg}(t + 1) \\ y = \frac{t}{t^2 - 3} \end{cases}$$
 — параметрично задана функція;

$\rho = 4(1 + \cos 3\varphi)$ — функція, задана в полярних координатах.

Якщо будь-яке рівняння розглядати як деяку функцію, тоді, побудувавши графік цієї функції, можна завжди знайти кількість і приблизні значення коренів цього рівняння на заданому відрізку.

Заняття 2. Вивчення можливостей програми GRAN1

Розглянемо послідовність дій під час роботи з програмою GRAN1 і зробимо контрольний тест.

1. Запустити програму GRAN1.
2. Вибрати у вікні «Вибір» позначення явно заданої функції $y(x)$.

3. Вибрати в меню «Об'єкт» елемент «Нова функція».
4. Задати вираз для явно заданої функції: $y(x) = (\sin(x-2))^2 + \cos(x^3 - 1)$, задати інтервал побудови: $a = -5$, $b = 5$.
5. Вибрати в меню «Графік» елемент «Побудувати».
6. Дослідити функцію за графіком:
 - 1) найбільше значення функції на інтервалі;
 - 2) найменше значення функції на інтервалі;
 - 3) нулі функції;
 - 4) точки екстремуму.
7. Вибрати у вікні «Вибір» позначення неявно заданої функції Gxy .
8. Повторити дії, описані в п. 3–5.
9. Схематично перерисувати графік у зошит.
10. Вибрати у вікні «Вибір» позначення параметрично заданої функції $y(t)$.
11. Повторити дії, описані в п. 3–5.
12. Схематично перерисувати графік у зошит.
13. Вибрати у вікні «Вибір» позначення функції, заданої в полярних координатах $r(F)$.
14. Повторити дії, описані в п. 3–5.
15. Схематично перерисувати графік у зошит.
16. Записати висновки роботи: характерні точки кожного з графіків.
17. Розв'язати графічно рівняння $\arcsin(\sqrt{1+x^2}) = 0$. Якщо рівняння має розв'язки, записати їх наближені значення у зошит.

Заняття 3. Комп'ютерно-графічна робота № 1

Перед виконанням комп'ютерно-графічної роботи учні повинні:

- 1) вивчити короткі теоретичні відомості за темою роботи;
- 2) перевірити засвоєння матеріалу, відповівши на контрольні запитання;
- 3) уважно прочитати завдання та скласти план його виконання.

Наведемо текст одного з варіантів завдання.

Тема. Побудова графіків аналітично заданих функцій та дослідження функції за її графіком

Варіант 1

1. Побудувати графік явно заданої функції $y = \cos x^3 + \sin(x^2 - 1)$. Знайти нулі функції, найбільше та найменше значення на інтервалі побудови, точки екстремумів функції. Інтервал: $x \in [-5; 5]$.
2. Побудувати графік параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln(\sin t). \end{cases}$
3. Побудувати графік функції, заданої в полярних координатах: $r = F + \cos F$.

4. Побудувати графік неявно заданої функції $\frac{\ln(x^2 + 2)}{y^2 + \sin y} = 0$.
5. Дослідити задані функції на інтервалі побудови, схематично перерисувати графіки у звіт.

Розділ 2. Методи опрацювання таблично заданої функції для розв'язування прикладних задач економічного та екологічного змісту

Номер заняття	Тема заняття
4	Поняття про апроксимацію, інтерполяцію, екстраполяцію
5	Використання програми GRAN1 для побудови інтерполяційних поліномів
6–7	Комп'ютерно-графічна робота № 2

Основна мета: навчити застосовувати на практиці математичні методи обробки та дослідження інформації при розв'язуванні економічних, екологічних та інших прикладних задач; продемонструвати можливості комп'ютерних середовищ GRAN1 або GRAN3 для розв'язування таких задач.

Основні вимоги. Учні повинні:

- *знати:* можливості програми GRAN1 або GRAN3; поняття таблично заданої функції; значення і суть нових термінів «апроксимація», «інтерполяція», «екстраполяція»;
- *уміти:* запускати в роботу програму GRAN1; задавати функцію таблицею; досліджувати побудовані графіки поліномів на найбільше та найменше значення, аналізувати отримані результати.

Заняття 4. Поняття про апроксимацію, інтерполяцію, екстраполяцію

Табличний спосіб задання функцій розповсюджений у техніці, фізиці, економіці, і частіше за все потреба в ньому виникає в результаті експерименту. Перевагою табличного способу є те, що для кожного значення незалежної змінної, що є в таблиці, можна відразу знайти відповідне значення функції. Крім того, ми можемо узагальнювати значення таблично заданої функції і робити відповідні прогнози відносно значень, які ми отримаємо.

Для таблично заданої функції розроблено багато алгоритмів обробки, включаючи алгоритми, що можуть обробляти суперпозицію таких функцій. Таблично задані функції добре опрацьовуються засобами стандартних комп'ютерних програм, що також є їхньою перевагою над усіма іншими способами задання функцій.

Розглянемо деякі алгоритми опрацювання таблично заданих функцій.

1. Апроксимація

Апроксимація — це знаходження аналітичного виду таблично заданої функції. Аналітичний вид функції наближає табличний, в розумінні мінімального відхилення значень, що є в таблиці, від значень, отриманих у результаті розрахунків. Наприклад, у нас є таблиця, в якій зведені значення ступеня забруднення повітря від добового часу. Для того щоб досить точно відповісти на питання: «Коли забруднення повітря є мінімальним?» — необхідно знайти аналітичну залежність забруднення від часу. Отримана функція, що наближає табличну, добре досліджується на екстремум як в аналітичному, так і в графічному вигляді.

2. Інтерполяція

В економіці й техніці постійно доводиться зустрічатися з необхідністю розрахунків значень функції $y = f(x)$ у точках x , що відрізняються від значень аргументів, зафіксованих у таблиці. Подібні практичні задачі формалізують як *задачі інтерполяції*.

Нехай на відрізку $[a; b]$ задана функція $y = f(x)$ своїми $n+1$ значеннями: $y_0 = f(x_0)$, $y_1 = f(x_1)$, ..., $y_n = f(x_n)$ в точках x_0, x_1, \dots, x_n , які назовемо *вузлами інтерполяції*. Потрібно знайти аналітичний вираз $F(x)$ табульованої функції, значення якої співпадають у вузлах інтерполяції із значеннями заданої функції, тобто $y_0 = F(x_0) = f(x_0)$, $y_1 = F(x_1) = f(x_1)$, ..., $y_n = F(x_n) = f(x_n)$.

Процес розрахунків значень функції в точках x , що відрізняються від вузлів інтерполяції, називають *інтерполюванням функції $f(x)$* . Якщо аргумент x , для якого визначається наближене значення функції, належить заданому відрізку $[x_0; x_n]$, то задача розрахунків наближеного значення функції називається *інтерполюванням у вузькому сенсі*. Геометрично задача інтерполювання для функції однієї змінної $y = f(x)$ означає побудову кривої, що проходить через точки площини з координатами $(x_0; y_0)$, $(x_1; y_1)$, ..., $(x_n; y_n)$. Але ж через задані точки можна провести безліч різних кривих. Таким чином, задача знаходження функції $y = f(x)$ за кінцевим числом її значень дуже неоднозначна. Ця задача стає однозначною, якщо як інтерполюючу функцію $F(x)$ для функції $y = f(x)$, що задана $n+1$ своїми значеннями, вибрати многочлен $F_n(x)$ степеня не вище n , такий що $F_n(x_0) = y_0$, $F_n(x_1) = y_1$, ..., $F_n(x_n) = y_n$. Многочлен $F_n(x)$, що задовольняє ці умови, називають *інтерполяційним поліномом*, а відповідні формули — *інтерполяційними формулами*.

У випадку коли $F(x)$ вибирається з класу степеневих функцій, інтерполяція називається *параболічною*. Цей випадок наближення ґрунтується на тому, що на невеликих відрізках функція $f(x)$ може бути досить добре апроксимована параболою певного порядку. Іноді доцільно використовувати інші види інтерполяції. Якщо функція, що інтерполюється, періодична,

то в якості класу $\{F(x)\}$ обирають тригонометричні функції, в деяких випадках як клас $\{F(x)\}$ обирають раціональні функції.

При інтерполюванні виникає низка задач:

- 1) вибір найбільш зручного способу побудови інтерполяційної функції для кожного конкретного випадку;
- 2) оцінка похибки при заміні $f(x)$ інтерполюючою функцією $F(x)$ на відрізку $[a; b]$, оскільки значення функцій $f(x)$ і $F(x)$ збігаються тільки у вузлах інтерполяції x_0, x_1, \dots, x_n ;
- 3) оптимальний вибір вузлів інтерполяції для отримання мінімальної похибки.

3. Екстраполяція

Якщо аргумент x знаходиться за межами відрізка інтерполювання $[x_0; x_n]$, то задача визначення значення функції в точці x називається екстраполяванням. Методи екстраполяції використовуються для спостереження за поведінкою функції за межами побудованої залежності. Це потрібно для того, щоб знати історію процесу або прогнозувати поведінку процесу в майбутньому.

Заняття 5. Використання програми GRAN1 для побудови інтерполяційних поліномів

У програмі GRAN1 передбачено відшукання за методом найменших квадратів полінома $P(x)$ степеня не вище 7, який найкраще наближає таблично задану функцію не більше ніж в 1000 точках. Перш ніж вводити таблицю, за допомогою якої задається досліджувана функціональна залежність, слід встановити тип Poly, для цього необхідно звернутися до підпункту «Поліном Alt+P» пункту «Опції» або встановити курсор на тип Poly під вікном «Вибір».

При введенні таблично заданої функції у вікні «Графік» з'являється додаткове вікно з підпунктами «Таблиця з клавіатури», «Таблиця з файла».

При зверненні до підпункту «Таблиця з клавіатури» у вікні «Графік» з'являється додаткове вікно із написами у верхньому ряду «l:l», «Ред», «Ins». Цифри у лівому верхньому куті вказують координати курсора в полі введення (номер рядка і номер позиції в рядку). Максимальна кількість стовпчиків у полі введення — 26, максимальна кількість рядків — 1000.

Інформація вводиться з клавіатури як звичайно. Числа відокремлюються одне від одного комою або пропуском. Щойно або раніше введена інформація може бути змінена звичайними засобами редагування.

Числа вводяться парами, перше з них — значення аргументу, друге — відповідне значення функції $y = f(x)$. Після закінчення набору даних слід натиснути клавішу F2. При цьому дані записуються у робочий файл, а на полі «Графік» з'являється панель калькулятора і над рядком введення — запит «Степінь полінома», у відповідь на який слід вказати бажаний степінь

полінома. У результаті у вікні «Функція» з'являється аналітичний вираз — поліном вказаного степеня, що найкраще наближає таблично задану функцію в розумінні середнього квадратичного.

Якщо необхідно подати графічне зображення точок $(x_i; y_i)$, занесених до таблиці, та графік отриманого полінома $P(x)$, слід звернутися до послуги «Побудувати» пункту «Графік». Для того щоб обчислити значення функції, заданої таблично у точках, що належать проміжку $[x_1; x_n]$, але не є вузлами інтерполяції, необхідно скористатися графіком полінома. Для цього слід звернутися до послуги «Координати», встановити курсор у довільній точці із заданою абсцисою x і далі перемістити курсор у вертикальному напрямку (вгору чи вниз) в точку, що належить графіку функції. Відповідні координати $(x; y)$ будуть подані над вікном «Графік». При цьому чим більший масштаб побудови, тим точнішим буде результат.

Заняття 6–7. Комп'ютерно-графічна робота № 2

Наведемо текст одного з варіантів індивідуального завдання.

Варіант 1

Середні витрати бюджету фірми «Галя і К^о» на соціально-культурні потреби по кварталах 2009 року подані таблицею (табл. 1). У якому місяці 2009 року фірма «Галя і К^о» витратила найбільше коштів на соціально-культурні потреби?

Таблиця 1

Квартали	I	II	III	IV
Витрати на соціально-культурні потреби (тис. грн)	4,1	11,7	24,9	45,3

Розділ 3. Обробка статистичної інформації: результати експерименту або спостережень за процесом; випадкові величини, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма; числові характеристики випадкової величини (мода, медіана, математичне сподівання, дисперсія)

Номер заняття	Тема заняття
8	Поняття про випадкову величину, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограму, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини; моду, медіану
9	Використання програми EXCEL для обробки статистичної інформації
10–11	Комп'ютерно-графічна робота № 3

Основна мета: навчити опрацьовувати статистичну інформацію, робити висновки за результатами роботи.

Основні вимоги. Учні повинні:

- *знати:* можливості програми Excel; поняття таблично заданої функції; значення і суть нових термінів: закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма, математичне сподівання та дисперсія випадкової величини, мода, медіана;
- *уміти:* запускати програму Excel; генерувати випадкову вибірку чисел; складати закон розподілу випадкової величини, будувати гістограму та полігон, обчислювати числові характеристики випадкової величини.

Заняття 8. Поняття про випадкову величину, закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограму, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини; моду, медіану

Нехай в результаті спостережень за деяким процесом чи явищем, які за потреби можна повторити досить велику кількість разів, отримано певний набір значень деякої характеристики цього процесу чи явища: x_1, x_2, \dots, x_n . Надалі досліджувані величини (характеристики) позначатимемо великими літерами X, Y, Z тощо. Спостережені значення величини X називатимуться *варіантами*. Набір спостережених значень називають *статистичною вибіркою* із множини можливих значень досліджуваної характеристики. Множину всіх можливих значень досліджуваної величини називають *генеральною сукупністю значень*. Точна закономірність, яку задовольняє досліджувана характеристика, невідома, тому неможливо передбачити, які саме її значення буде спостережено в той чи інший момент. Цю закономірність, принаймні наближено, і необхідно встановити за результатами аналізу набору спостережених значень.

Набір спостережень подається у вигляді таблиці (табл. 2 на с. 264), де x_i — одна з варіант, що зустрічається в наборі, m_i — кількість однакових значень x_i у наборі. Число m_i називають *частотою значення x_i* . Як правило, значення x_1, x_2, \dots, x_n розташовують за зростанням, що надалі завжди припускається. При цьому $x_1 = \min_{1 \leq i \leq n} (x_i) = x_{\min}$; $x_k = \max_{1 \leq i \leq n} (x_j) = x_{\max}$. Таку таблицю називають рядом розподілу частот по множині спостережених значень досліджуваної величини. Часто зручніше замість частоти m_i значення x_i розглядати його відносну частоту $m_i^* = \frac{m_i}{n}$ (табл. 3 на с. 264). Таку таблицю називають рядом розподілу відносних частот по множині спостережених значень досліджуваної величини. Очевидно, що сума відносних частот завжди дорівнює 1.

Таблиця 2

x_i	x_1	x_2	...	x_k
m_i	m_1	m_2	...	m_k

Таблиця 3

x_i	x_1	x_2	...	x_k
m_i^*	m_1^*	m_2^*	...	m_k^*

Якщо на площині XOY позначити точки з координатами $(x_i; m_i^*)$ і потім сполучити їх ламаною лінією, то утвориться так званий *полігон відносних частот значень x_i* . При великій кількості неоднакових значень x_1, x_2, \dots, x_k , досить густо розсіяних між найменшим і найбільшим значеннями x_1 і x_k , зберігання кожного окремого значення втрачає сенс. У такому разі зручно проміжок $[x_1; x_k]$ поділити на деяке число інтервалів $[a_0; a_1), [a_1; a_2), \dots, [a_{m-1}; a_m)$ однакової довжини так, що $a_0 < x_{\min}, a_m > x_{\max}, a_i = a_{i-1} + h = a_{i-1} + \frac{a_m - a_0}{m}$, і дещо узагальнити результати спостережень, подавши їх у вигляді таблиці (табл. 4), де p_i^* — відносна частота потрапляння значень спостережуваної величини в інтервал $[a_{i-1}; a_i)$, тобто кількість значень серед x_1, x_2, \dots, x_n , які розташовані в межах між a_{i-1} і a_i , поділена на загальну кількість n значень x_i .

Таблиця 4

$[a_{i-1}; a_i)$	$[a_0; a_1)$	$[a_1; a_2)$...	$[a_{m-1}; a_m)$
p_i^*	p_1^*	p_2^*	...	p_m^*

У більшості прикладних задач ця відносна частота розглядається як ймовірність появи того чи іншого значення випадкової величини. Для утворення закону розподілу випадкової величини знаходять середнє арифметичне всіх значень, що потрапили в певний інтервал. *Законом розподілу випадкової величини* називають відповідність між можливими значеннями та їх ймовірностями; його можна задати таблично, аналітично або графічно. *Гістограмою частот* називають східчасту фігуру, що складається з прямокутників, основами яких є частотні інтервали довжиною h , а висоти дорівнюють відносній частоті.

Числові характеристики випадкової величини

Математичним сподіванням випадкової величини називають суму добутоків усіх її можливих значень на їхні ймовірності (табл. 5).

Таблиця 5

x_i	x_1	x_2	...	x_n
P_i	P_1	P_2	...	P_n

Отже, якщо ми знаємо закон розподілу, то математичне сподівання обчислюється за формулою:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n.$$

Дисперсією випадкової величини називають математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини від її математичного сподівання:

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

Медіаною m_e називають варіанту, яка ділить варіаційний ряд на дві частини, що є рівними за числом варіант. Якщо число варіант непарне, то

$$m_e = x_{k+1}; \text{ при парному числі — } m_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}.$$

Модю M_o називають варіанту, яка має найбільшу частоту.

Заняття 9. Використання програми Excel для обробки статистичної інформації

Оскільки можливості електронної таблиці Excel вивчаються в курсі інформатики, наведемо лише детальний план виконання комп'ютерно-графічної роботи № 3.

1. Згенерувати випадкову вибірку зі 100 чисел на проміжку [1;100]. Знайти моду та медіану отриманої вибірки.
2. Розбити проміжок на 6 частин і відсортувати отримані значення.
3. Знайти середнє значення випадкової величини та відносну частоту на кожному проміжку.
4. Скласти закон розподілу випадкової величини.
5. Побудувати полігон і гістограму для отриманого закону.
6. Обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкової величини.

Заняття 10–11. Комп'ютерно-графічна робота № 3

Виконується і захищається в комп'ютерному класі.

Розділ 4 (варіативний). Дослідження інвестиційної привабливості проектів, об'єктів нерухомості (метод дисконтування грошових потоків; методи, що не враховують вартість грошей в часі; методики порівняння характеристик проектів)

Номер заняття	Тема заняття
12	Короткі теоретичні відомості: методи обчислення показників, що характеризують пропонований проект
13	Використання програми Excel для обчислень і порівняльного аналізу
14	Комп'ютерно-графічна робота № 4

Основна мета: навчити опрацьовувати інформацію щодо проекту, робити висновки за результатами роботи.

Основні вимоги. Учні повинні:

- *знати:* можливості програми Excel; поняття, значення і суть нових термінів: закон розподілу випадкової величини, полігон, гістограма, математичне сподівання, дисперсія випадкової величини, мода, медіана;
- *уміти:* запускати програму Excel; генерувати випадкову вибірку чисел; складати закон розподілу випадкової величини, будувати гістограму та полігон, обчислювати числові характеристики випадкової величини.

Заняття 12. Короткі теоретичні відомості: методи обчислення показників, що характеризують пропонований проект. Оцінка ефективності реальних інвестиційних проектів

При виборі проектів капітальних інвестицій необхідною умовою є відшкодування інвестицій за рахунок зисків, отриманих від їх використання. Ефект від використання капітальних інвестицій відображається у формі прибутку (чисті грошові надходження — чисті інвестиції).

Усі методи оцінки проектів капітальних інвестицій можна поділити на дві категорії.

1. Методи дисконтування грошових потоків:
 - 1.1. метод розрахунку чистого отриманого прибутку;
 - 1.2. метод визначення індексу прибутковості;
 - 1.3. метод визначення внутрішньої норми прибутковості.
2. Методи, що не враховують вартість грошей у часі:
 - 2.1. метод визначення бухгалтерської рентабельності інвестицій;
 - 2.2. метод розрахунку недисконтованого періоду окупності.

1.1. *Чистий приведений прибуток* — дозволяє одержати найбільш узагальнену характеристику результату інвестування, тобто його кінцевий результат в абсолютній сумі. Під чистим приведеним прибутком маємо на увазі різницю між приведеними до теперішньої вартості сумою чистого грошового потоку за період експлуатації інвестиційного проекту і сумою інвестиційних витрат на його реалізацію. Розрахунок цього показника при одноразовому здійсненні інвестиційних витрат здійснюється за формулою:

$$\text{ЧПП}_0 = \sum_{t=1}^n \frac{\text{ЧГП}_t}{(1+i)^t} - \text{ІВ}_0 \quad (\text{ЧПП}_0 > 0),$$

де ЧПП_0 — сума чистого приведенного прибутку за інвестиційним проектом при одноразовому здійсненні інвестиційних витрат;

ЧГП_t — сума чистого грошового потоку в окремих інтервалах загального періоду експлуатації інвестиційного проекту;

ІВ_0 — сума одноразових інвестиційних витрат на реалізацію інвестиційного проекту;

i — дисконтна ставка, що використовується, виражена десятковим дробом;

n — число інтервалів у загальному розрахунковому періоді t .

Вираз $\frac{1}{(1+i)^t}$ є множником дисконтування складних відсотків. Він

показує величину знижки (дисконту), нарахованої на суму майбутніх грошових потоків. Характеризуючи показник «чистий приведений прибуток», слід зазначити, що він може бути використаний не тільки для порівняльної оцінки ефективності реальних інвестиційних проектів, але також як критерій доцільності їх реалізації. Незалежний інвестиційний проект, за яким показник чистого приведенного прибутку є від'ємною величиною чи дорівнює нулю, здійснювати недоцільно, оскільки він не принесе підприємству додаткового прибутку на вкладений капітал. Незалежні інвестиційні проекти з додатним значенням показника чистого приведенного прибутку дозволяють збільшити капітал підприємства і його ринкову вартість. Із системи взаємовиключних інвестиційних проектів приймається той з них, за яким значення показника чистого приведенного прибутку є найвищим.

1.2. *Індекс (коефіцієнт) прибутковості* також дозволяє співвіднести обсяг інвестиційних витрат з майбутнім чистим грошовим потоком за проектом. Розрахунок такого показника за умови одноразових інвестиційних витрат за реальним проектом здійснюється за формулою:

$$\text{ІД}_0 = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{\text{ЧГП}_t}{(1+i)^t}}{\text{ІВ}_0},$$

де ІД_0 — індекс (коефіцієнт) прибутковості за інвестиційним проектом за умови одноразового здійснення інвестиційних витрат.

Показник «індекс прибутковості» також може бути використаний не тільки для порівняльної оцінки, а й як критерій при ухваленні інвестиційного рішення про можливість реалізації проекту. Якщо значення індексу прибутковості менше за одиницю чи дорівнює їй, незалежний інвестиційний проект не варто здійснювати у зв'язку з тим, що він не принесе додаткового прибутку на інвестовані кошти. Іншими словами, для реалізації можуть бути прийняті реальні інвестиційні проекти тільки зі значенням показника індексу прибутковості вище від одиниці. Зі взаємовиключних інвестиційних проектів за цим критерієм обирається той з них, за яким індекс прибутковості є найвищим.

1.3. *Внутрішня норма прибутковості* — це ставка дисконту, за якої чиста теперішня вартість проекту капітальних інвестицій дорівнює нулю. Інакше кажучи, це ставка дисконту, за якої грошові надходження дорівнюють початковим інвестиціям. Цей показник іноді називають внутрішнім коефіцієнтом окупності або дисконтованою нормою прибутку. Внутрішня норма прибутковості характеризує максимальну вартість капіталу для фінансування інвестиційного проекту.

Внутрішню норму прибутковості порівнюють із мінімальною нормою прибутковості, яка зазвичай ґрунтується на вартості капіталу фірми й використовується для відбору перспективних проектів капітальних вкладень. Таку мінімальну норму прибутковості часто називають ставкою відсікання, оскільки вона проводить межу між прибутковими й неприбутковими проектами. Ті проекти, внутрішня норма прибутковості яких перевищує ставку відсікання, забезпечують додатну чисту теперішню вартість, тобто є прибутковими. І навпаки, проекти, внутрішня норма прибутковості яких нижча за ставку відсікання, не можуть бути прийняті, оскільки мають від'ємну чисту теперішню вартість. Розрахунок цього показника здійснюється за формулою ($ВСП = i$, при якій $ЧПП = 0$):

$$\sum_{t=1}^n \frac{ЧГП_t}{(1+i)^t} - ІВ_0 = 0,$$

де ВСП — внутрішня ставка прибутковості за інвестиційним проектом, виражена десятковим дробом;

$ЧГП_t$ — сума чистого грошового потоку в окремих інтервалах загального періоду експлуатації інвестиційного проекту;

n — число інтервалів у загальному розрахунковому періоді t .

За умов ануїтету (серія рівновеликих платежів або надходжень, що здійснюються через однакові проміжки часу впродовж певного періоду) для визначення внутрішньої ставки доходності (ВСП) можна використати рівняння

$$ЧГП_A \cdot f_X - ІВ_0 = 0 .$$

Перетворивши рівняння, отримуємо формулу:

$$f_x = \text{IB}_0 \div \text{ЧПП}_A,$$

де ЧПП_A — щорічна сума чистого грошового потоку за умов анuitету; f_x — значення чинника дисконту при ставці, що є внутрішньою нормою прибутковості. Обчисливши у такий спосіб чинник дисконту, можемо приблизно визначити відповідну ставку, яка i є в цьому разі внутрішньою нормою прибутковості. Якщо існує необхідність у точніших розрахунках, тоді для визначення внутрішньої норми прибутковості слід застосувати метод лінійної інтерполяції.

Якщо річна сума грошових надходжень є величиною непостійною, тоді ВСП розраховують методом спроб та помилок. Для цього необхідно послідовно обчислити чистий приведений прибуток із застосуванням різних ставок дисконту. У процесі розрахунків знаходять два значення ставки дисконту $i_1 < i_2$ таким чином, щоб в інтервалі $[i_1; i_2]$ функція $\text{ЧПП} = f(i)$ змінювала своє значення з «+» на «-» або навпаки. Далі за допомогою методу лінійної інтерполяції слід знайти більш точне значення внутрішньої ставки прибутковості:

$$\text{ВСП} = i_2 - \left[\text{ЧПП}_2 \div (\text{ЧПП}_2 - \text{ЧПП}_1) \right] \cdot (i_2 - i_1);$$

або можна використати формулу:

$$\text{ВСП} = i_1 + \left[\text{ЧПП}_1 \div (\text{ЧПП}_1 - \text{ЧПП}_2) \right] \cdot (i_2 - i_1),$$

де i_1 — ставка дисконту, за якої ЧПП має додатне значення; i_2 — ставка дисконту, за якої ЧПП має від'ємне значення; ЧПП_1 і ЧПП_2 — відповідно чистий приведений прибуток за ставок i_1 та i_2 .

2.1. *Індекс (коефіцієнт) бухгалтерської рентабельності* у процесі оцінки ефективності інвестиційного проекту може відігравати лише допоміжну роль, оскільки не дозволяє повною мірою оцінити весь зворотний інвестиційний потік за проектом (значну частину цього потоку складають амортизаційні відрахування) і не порівнює показники, що аналізуються з урахуванням часового континууму. Розрахунок цього показника здійснюється за формулою:

$$\text{IP}_i = \frac{\text{ЧП}_i}{\text{ІВ}},$$

де IP_i — індекс рентабельності за інвестиційним проектом;

ЧП_i — середньорічна сума чистого інвестиційного прибутку за період експлуатації проекту;

ІВ — сума інвестиційних витрат на реалізацію інвестиційного проекту.

Показник «індекс рентабельності» дозволяє вичленувати в сукупному чистому грошовому потоці найважливішу його складову — суму інвестиційного прибутку. Крім того, він дозволяє здійснити порівняльну оцінку рівня

рентабельності інвестиційної та операційної діяльності (якщо інвестиційні ресурси сформовані за рахунок власних і позикових засобів, індекс рентабельності інвестицій порівнюється з коефіцієнтом рентабельності активів; якщо ж інвестиційні ресурси сформовані винятково за рахунок власних фінансових засобів, то базою порівняння виступає коефіцієнт рентабельності власного капіталу). Результати порівняння дозволяють визначити: чи дає можливість реалізація інвестиційного проекту підвищити загальний рівень ефективності операційної діяльності підприємства в майбутньому періоді чи знизить його, що також є одним із критеріїв ухвалення інвестиційного рішення.

Середній чистий прибуток визначають за формулою:

$$\text{ЧП}_i = \frac{\text{ЧП}}{\text{Кр}},$$

де ЧП — чистий прибуток; Кр — кількість років.

2.2. *Недисконтований період окупності* — період часу, необхідний для повного відшкодування інвестицій за рахунок чистих грошових надходжень від їх використання.

За умов ануїтету період окупності обчислюють як відношення суми інвестицій до річної суми грошових надходжень:

$$\text{ПО}_n = \frac{\text{ІВ}}{\text{ЧГП}_p},$$

де ПО_n — недисконтований період окупності інвестиційних витрат за проектом;

ІВ — сума інвестиційних витрат на реалізацію проекту;

ЧГП_p — середньорічна сума чистого грошового потоку за період експлуатації проекту (при короткострокових реальних витратах цей показник розраховується як середньомісячний).

Розрахунок недисконтованого періоду окупності за проектом з постійною річною сумою грошових надходжень зручно проводити в таблиці (наприклад, табл. 6).

Таблиця 6

Рік	Сума чистих грошових надходжень, грн	Залишок невідшкодованої суми інвестицій на кінець року, грн

Цей показник має суттєві вади: 1) ігнорує вартість грошей у часі; 2) ігнорує грошові потоки за межами періоду окупності; 3) не враховує ризики, що не пов'язані з часом. Через це у практиці доволі часто застосовують метод, який містить ітеративний пошук року, на якому грошові надходження будуть покривати вкладені кошти.

Заняття 13. Використання програми Excel для обчислень і порівняльного аналізу

На цьому занятті учні опановують навички програмування формул в програмі Excel на прикладах обчислення за формулами, наведеними в коротких теоретичних відомостях. Результати обчислень заносять до таблиці для подальшого аналізу.

Заняття 14. Комп'ютерно-графічна робота № 4

Наведемо текст одного з варіантів завдання.

Варіант 1

Підприємство має можливість вкласти кошти в один з двох альтернативних проектів (проект «Альфа» та «Бета»). За даними, що наведені в табл. 7 і 8, необхідно прийняти рішення щодо вкладення коштів у найбільш вигідний проект, обґрунтувати це рішення. Для оцінки ефективності цих проектів необхідно визначити: 1) чистий приведений прибуток; 2) індекс (коефіцієнт) прибутковості; 3) індекс (коефіцієнт) бухгалтерської рентабельності; 4) недисконтований період окупності; 5) внутрішню норму прибутковості.

Таблиця 7

Проект «Альфа»

Показники	Номер варіанту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг коштів, що інвестуються, тис. грн	700	452	554	440	780	654	623	541	490	680
Період експлуатації проекту, років	5	5	5	4	2	5	5	4	3	5
Сума чистого грошового потоку, всього, тис. грн, у тому числі:	13	11	10	88	12	11	14	11	76	14
1-й рік	0	5	00	9	65	6	77	5	0	09
2-й рік	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0
3-й рік	0	0	0	0	12	0	0	40	28	40
4-й рік	0	15	30	40	65	56	88	0	0	0
5-й рік	75	0	0	0	—	0	7	0	48	45
	0	69	10	48		42	59	75	0	9
	55	0	0	9		0	0	0	—	55
	0	31	40	—		18		—	—	0
		0	0			0				
Дисконтна ставка, що використовується, %	13	12	15	10	18	14	20	16	11	17

Таблиця 8

Проект «Бета»

Показники	Номер варіанту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг коштів, що інвестуються, тис. грн	850	450	780	370	840	790	910	420	380	800
Період експлуатації проекту, роки	4	2	2	4	3	2	3	5	4	2
Сума чистого грошового потоку, всього, тис. грн, у тому числі:	12	55	10	60	12	11	12	75	64	101
1-й рік	4	0	05	0	0	00	6	0	0	0
2-й рік	31	27	00	15	40	55	42	15	16	505
3-й рік	0	5	50	0	0	0	0	0	0	505
4-й рік	31	27	0	15	40	55	42	15	16	—
5-й рік	0	5	—	0	0	0	0	0	0	—
	31	—	—	15	40	—	42	15	16	
	0	—	—	0	0	—	0	0	0	
	31	—		15	—		—	15	16	
	0			0	—		—	0	0	
	—			—				15	—	
								0		
Дисконтна ставка, що використовується, %	16	10	11	19	15	12	14	21	18	13

Заняття 15–16. Залікова робота

Мета роботи: навчити вибирати та формалізувати реальні життєві задачі, а також розв'язувати їх на комп'ютері.

Учні самі обирають тему та реалізують її за допомогою стандартного програмного забезпечення. Як приклади учням можна запропонувати такі задачі.

Задача 1. Кількість сонячних днів у червні за спостереженнями за останні 10 років була такою: 2; 6; 5; 11; 20; 14; 12; 19; 15; 11. Знайти ймовірність того, що на відпочинку у червні цього року кількість сонячних днів буде не менше 15?

Задача 2. Аналіз діяльності фірми протягом року показав, що прибуток по місяцях був таким, як зазначено в табл. 9. Знайти середнє значення прибутку за рік та ймовірність того, що прибуток наступного року буде лежати в межах $(20, 40)$.

Таблиця 9

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Прибуток (тис. грн)	10,6	25,6	12,8	45,1	9,2	36,1	14,2	36,1	38,5	12,7	14,3	26,1

Задача 3. Спостереження за процесом отримання карбїду кальцію показало, що за однакових умов вихід готової продукції становив (у тис. кг): 5,1; 4,95; 4,61; 5,01; 6,0; 3,98; 5,5; 4,6; 6,2; 5,55. Знайти середнє значення виходу продукції та найбільш ймовірні межі отримання карбїду кальцію (за однакових умов).

Задача 4. Тема з математики вважається засвоєною, якщо середній бал 75 % учнів більший за 7 балів. Скласти алгоритм опрацювання оцінок учнів класу за темою. Ввести реальні дані та зробити висновки.

УНІВЕРСАЛЬНИЙ ПРОФІЛЬ

- Раціональні функції (10 клас)
- Рівняння в курсі алгебри (10–11 класи)
- Функції та алгебраїчні вирази на координатній площині (10 клас)
- Методи розв'язування задач з математики (10–11 класи)
- Модуль числа (10–11 класи)
- Розв'язування задач з параметрами (10–11 класи)
- Готуємося до ЗНО (10–11 класи)
- Факультативний курс з геометрії (11 клас)

РАЦІОНАЛЬНІ ФУНКЦІЇ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів

Автор: *Кравченко Надія Дмитрівна, вчитель математики
Трушківської ЗОШ I–III ступенів Білоцерківського району Київської
області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Одним із важливих розділів математики є теорія функцій. У програмі з математики загальноосвітніх навчальних закладів на вивчення питань, пов'язаних з поняттям функції, відводиться недостатня кількість часу, тому програма даного курсу за вибором доповнить і розширить знання учнів з цієї теми.

Мета курсу — розкрити широкі можливості для інтелектуального розвитку особистості, передусім розвитку логічного мислення, алгоритмічної культури учнів, формування вмінь встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, обґрунтовувати твердження, моделювати реальні ситуації тощо. Вивчення питань, передбачених програмою курсу, допоможе учням успішно опанувати курс алгебри, більш глибоко та різностороннє оволодіти поняттями, властивостями, теорією, методами розв'язування рівнянь і нерівностей.

Програма курсу складається з чотирьох розділів: «Раціональні вирази», «Раціональні рівняння і системи рівнянь», «Нерівності та системи нерівностей», «Модуль числа». У курсі розглядаються питання найважливіших класів функцій, а саме раціональних. Велика увага приділяється методам розв'язування раціональних рівнянь і нерівностей, що вивчаються в основному курсі елементарної алгебри. Також розглядаються питання многочленів з раціональними коефіцієнтами і дій над ними з використанням ефективних способів обчислення.

Прогнозований результат розвитку особистості:

- формування загальнокультурного базису;
- оволодіння сучасними технологіями роботи з інформацією;
- формування вмінь планувати свої дії, прогнозувати, оцінювати результати своєї роботи.

Важливою складовою організації навчального процесу є самостійні роботи: індивідуальне вивчення обраної теми, написання рефератів, виступи на семінарах з доповідями.

Характер програми є пропедевтичним — підготовка учнів до вступу у вищі навчальні заклади. Програма рекомендована для учнів, які обрали

природничо-математичний напрям профільного навчання та учнів, які готуються до зовнішнього незалежного оцінювання.

Курс розрахований на 35 годин протягом одного року, тижневе навантаження становить 1 годину.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Вступ	2
2	Раціональні вирази	8
3	Раціональні рівняння і системи рівнянь	9
4	Нерівності та системи нерівностей	8
5	Модуль числа	8
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
2	Вступ Поняття функції та функціональної залежності.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • розпізнає види функцій; • знає означення функції та функціональної залежності; • наводить приклади раціональних функцій.
8	Розділ I. Раціональні вирази Дії над многочленами. Ділення многочлена на многочлен. Корені многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Розкладання многочлена на множники. Перетворення многочленів. Многочлен від кількох змінних. Дробово-раціональні вирази. Виділення цілої частини. Скорочення раціонального дробу.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • знає теорію многочленів, дії над ними, розкладання на множники, виділення цілої частини, спрощення раціональних дробів; • уміє виконувати дії над многочленами; розкладати многочлени на множники; скорочувати раціональні дроби; ділити многочлен на многочлен.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
9	<p>Розділ II. Раціональні рівняння і системи рівнянь</p> <p>Цілі раціональні рівняння. Лінійні рівняння.</p> <p>Квадратні рівняння. Бікватратні рівняння. Двочленні рівняння. Узагальнене квадратне рівняння. Рівняння з цілими коефіцієнтами. Симетричні і зворотні рівняння. Окремі види рівнянь четвертого степеня. Узагальнені однорідні рівняння. Рівняння, що розв'язуються виділенням повного квадрата.</p> <p>Дробово-раціональні рівняння. Способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь (підстановки, групування, виділення цілої частини, виділення повного квадрату, застосування похідної пропорції); рівняння, що містять взаємно обернені вирази.</p> <p>Системи раціональних рівнянь (лінійні системи, системи з одним лінійним рівнянням, симетричні системи, однорідні системи, системи двох рівнянь другого степеня, окремі види систем рівнянь).</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> теореми про рівносильність рівнянь; теорему Вієта про корені узагальненого квадратного рівняння; способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь; • <i>уміє</i> розв'язувати лінійні, квадратні, бікватратні, двочленні, зворотні, симетричні, однорідні рівняння; • <i>розв'язує</i> системи раціональних рівнянь.
8	<p>Розділ III. Нерівності та системи нерівностей</p> <p>Лінійні нерівності. Квадратні нерівності. Цілі раціональні нерівності. Дробово-раціональні нерівності. Системи нерівностей першого степеня та вищих степенів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> теореми про рівносильність нерівностей; • <i>уміє</i> розв'язувати лінійні, квадратні, раціональні нерівності; • <i>розв'язує</i> системи раціональних нерівностей.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>Розділ IV. Модуль числа</p> <p>Означення модуля. Геометричний зміст модуля. Властивості модуля. Розкриття модуля на інтервалах. Рівняння і нерівності з модулем. Розв'язування рівнянь і нерівностей з використанням геометричного змісту модуля. Нерівності вигляду $f(x) > a$, $f(x) < a$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$, $f(x) > g(x)$ та їх розв'язування.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> означення модуля і його геометричний зміст; властивості модуля; • <i>уміє</i> розв'язувати рівняння та нерівності з модулями за означенням та з використанням геометричного змісту модуля.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Вступ (2 год)		
1		Поняття функції
2		Поняття функціональної залежності
Розділ I. Раціональні вирази (8 год)		
3		Дії над многочленами. Ділення многочленів стовпчиком
4		Корені многочлена. Теорема Безу та наслідки з неї
5		Розкладання многочлена на множники. Схема Горнера
6		Перетворення многочленів
7		Многочлен від кількох змінних
8		Дробово-раціональні вирази
9		Виділення цілої частини
10		Скорочення раціонального дробу
Розділ II. Раціональні рівняння і системи рівнянь (9 год)		
11		Цілі раціональні рівняння. Лінійні рівняння. Квадратні рівняння. Біквадратні рівняння

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
12		Двочленні рівняння. Узагальнене квадратне рівняння
13		Рівняння з цілими коефіцієнтами. Симетричні і зворотні рівняння
14		Окремі види рівнянь четвертого степеня
15		Узагальнені однорідні рівняння. Рівняння, що розв'язуються виділенням повного квадрата
16		Дробово-раціональні рівняння. Способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь: спосіб підстановки; спосіб групування; спосіб виділення цілої частини
17		Способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь: спосіб виділення повного квадрата; застосування похідної пропорції; рівняння із взаємно оберненими виразами
18–19		Системи раціональних рівнянь: лінійні системи; системи з одним лінійним рівнянням; симетричні системи; однорідні системи; системи двох рівнянь другого порядку; окремі види систем рівнянь
Розділ III. Нерівності та системи нерівностей (8 год)		
20		Лінійні нерівності
21		Квадратні нерівності
22		Цілі раціональні нерівності
23–24		Дробово-раціональні нерівності
25		Системи нерівностей першого степеня
26–27		Системи нерівностей вищих степенів
Розділ IV. Модуль числа (8 год)		
28		Означення модуля. Геометричний зміст модуля. Властивості модуля
29		Розкриття модуля на інтервалах, спрощення виразів, що містять знак модуля

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
30–31		Використання геометричного змісту модуля для розв'язування рівнянь і нерівностей
32		Розв'язування різних видів рівнянь з модулем
33–34		Розв'язування різних видів нерівностей з модулем
35		Підсумковий урок

ЛІТЕРАТУРА

1. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Алгебра: Посібник.— К.: НТТУ «КПІ», 1997.— 124 с.
2. Башмаков М. И. Уравнения и неравенства.— М.: Наука, 1976.
3. Белл Э. Г. Творцы математики.— М.: Просвещение, 1979.
4. Виленкин Н. Я. Рассказы о множествах.— М.: Наука, 1969.
5. Вишенський В. А., Перестюк М. О., Самойленко А. М. Збірник задач з математики.— К.: Вища школа, 1982.— 332 с.
6. Возняк Т. М., Гусев В. А. Прикладные задачи на экстремумы в курсе математики 4–8 классов: Кн. для учителя.— М.: Просвещение, 1985.
7. Гельфанд И. М., Глаголева Е. Г., Шноль Э. Э. Функции и графики.— М.: Наука, 1973.
8. Гельфонд А. О. Решение уравнений в целых числах.— М.: Наука, 1983.
9. Горделадзе Ш. Т., Кухарчук Н. М., Яремчук Ф. П. Збірник конкурсних задач з математики.— К.: Вища школа, 1988.— 328 с.
10. Ершов Л. В., Райхмист Р. Б. Построение графиков функций.— М.: Просвещение, 1984.
11. Збірник задач з математики для вступників до ВТУЗів / За ред. М. І. Скандані.— 3-є вид. стер.— К.: Вища школа, 1996.— 445 с.
12. Кордемский Б. А. Увлечь школьников математикой.— М.: Просвещение, 1981.
13. Коровкин П. П. Неравенства.— М.: Наука, 1974.
14. Курош А. Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней.— М.: Наука, 1983.
15. Методика факультативных занятий в 7–8 классах. Избранные вопросы математики: Пособие для учителей / Сост. И. Л. Никольская, В. В. Фирсов.— М.: Просвещение, 1981.
16. Мовчан В. Т., Репета В. К. Збірник конкурсних задач з математики: Посібник для абітурієнтів та старшокласників.— К.: КМУЦА, 1998.— 140 с.

17. Чудутов Ю. В. Рациональные алгебраические уравнения: Методы решения.— Вып. 2, Ч. 1.— К., 1993. — 41 с.
18. Чудутов Ю. В. Рациональні алгебраїчні рівняння: Методи розв'язування.— Ч. 2.— К., 1993.— 33 с.
19. Яремчук Ф. П., Рудченко П. А. Алгебра і елементарні функції: Довідник. — К.: Наукова думка, 1976.— 686 с.
20. Ясінський А. М. Алгебра. Вибрані конкурсні задачі / За ред. акад. А. М. Самойленка.— К.: Вирій, 1999.— 88 с.

РІВНЯННЯ В КУРСІ АЛГЕБРИ

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах фізико-математичного профілю)

Автор: *Догару Ганна Георгіївна, вчитель математики загальноосвітньої школи I–III ступенів № 2 ім. С. О. Тучкова м. Ізмаїла Одеської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Пропонований курс за вибором сприяє ефективному вивченню рівнянь та способів їх розв'язування в курсі алгебри і початків аналізу в 10–11 класах загальноосвітніх шкіл, забезпечує якісну підготовку учнів-випускників, необхідну для подальшого продовження математичної освіти.

Мета курсу — узагальнити знання учнів з теми «Рівняння та їх системи» і на основі корекції базових знань удосконалити математичну культуру розв'язування рівнянь; надати інформацію про видатних учених-математиків, зокрема тих, хто вивчав рівняння та методи їх розв'язування; ознайомити учнів із різновидами рівнянь, їх класифікацією та способами (методами) розв'язування; підготувати учнів-випускників старшої школи до успішного складання зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Основне завдання даного курсу полягає в розширенні та поглибленні знань учнів з окремих тем курсу алгебри і початків аналізу, що вивчаються в профільних класах. Передбачається ознайомлення учнів 10–11 класів з видами та способами (методами) розв'язування тих рівнянь, що не вивчаються

в класах з тижневим навантаженням математики не більше ніж 4 години. Завдання вчителя — акцентувати увагу учнів на необхідності дотримання вимог до написання алгоритму розв'язування рівнянь, на ролі ОДЗ (області допустимих значень) і області визначення функцій, на необхідності виконання перевірки для відбору коренів рівняння. Вивчення курсу за вибором передбачає удосконалення культури математичного мислення та навчальної праці учнів, розвиток творчих здібностей, тренування індивідуальних можливостей і навичок самостійного складання алгоритму розв'язування рівнянь та їх систем.

Теоретичну основу курсу складають класифікація рівнянь та методи їх розв'язування. У 10–11 класах відбувається, зокрема, систематизація матеріалу курсу алгебри, тому доцільно проводити паралельно й систематизацію теорії рівнянь. Відомості про рівняння доповнюються історичними фактами з розвитку математики. Процес розв'язування рівнянь подається як послідовні тотожні перетворення та заміна даного рівняння на рівносильне. Розглядаються рівняння від лінійних до рівнянь вищих степенів, передбачається розгляд систем рівнянь усіх видів. Значне місце у вивченні курсу займають саме різновиди рівнянь та способи (методи) їх розв'язування. Зміст занять передбачає ініціативність учителя та використання його досвіду роботи, а кількість годин та добір матеріалу (складність рівнянь) може варіюватися залежно від типологічної групи учнів та профілю їх навчання. В даному курсі важливого значення набувають алгоритми розв'язування рівнянь, увага приділяється аналізу самого розв'язання та отриманих коренів на відбір та наявність зайвих.

Навчальний матеріал, що стосується рівнянь вищих степенів, рівнянь з елементами комбінаторики та рівнянь з комплексними числами, має загалом пропедевтичний характер. Ознайомлення з ним готує учнів до ефективного сприйняття матеріалу курсу математики у вищих навчальних закладах. Зокрема, учні мають отримати уявлення про використання основних формул комбінаторики та застосування похідної до розв'язування рівнянь.

Таким чином, матеріал курсу охоплює весь курс алгебри основної та старшої школи і сприяє систематизації наявних відомостей про рівняння.

Зміст програми передбачає вивчення рівнянь за окремо взятими видами та є орієнтовним. Учитель має право коригувати зміст залежно від власного бачення актуальності матеріалу, використовуючи власний досвід роботи в профільних класах, а також наявності навчально-методичної літератури для підготовки до занять.

Курс розрахований на 105 годин протягом двох років навчання: перший рік (10 клас) — протягом 2 годин на тиждень, разом 70 годин; другий рік (11 клас) — протягом 1 години на тиждень, разом 35 годин.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
Перший рік навчання. 10 клас (70 год)		
1	Лінійні рівняння	7
2	Раціональні рівняння	7
3	Квадратні рівняння	10
4	Рівняння вищих степенів	7
5	Рівняння, що містять модулі: від лінійних рівнянь до рівнянь вищих степенів	8
6	Ірраціональні рівняння	8
7	Тригонометричні рівняння	10
8	Рівняння з параметрами: узагальнення за 7–10 класи	6
9	Рівняння з комплексними числами	4
	Резервний час	3
Другий рік навчання. 11 клас (35 год)		
10	Похідна функції та її застосування до розв'язування складніших рівнянь	4
11	Показникові рівняння	7
12	Показниково-степеневі рівняння	6
13	Трансцендентні рівняння	9
14	Рівняння з елементами комбінаторики	4
15	Рівняння з параметрами: узагальнення	5
	РАЗОМ	105

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ**

ПЕРШИЙ РІК НАВЧАННЯ. 10 КЛАС (70 год)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
7	Тема 1. Лінійні рівняння Лінійні рівняння з однією та двома змінними. Лінійні рівняння з параметрами.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • розпізнає лінійне рівняння та наводить приклади лінійних рівнянь; • формулює означення лінійного рівняння з двома змінними;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Лінійні рівняння з модулем. Системи лінійних рівнянь з двома змінними.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> алгоритми розв'язування систем лінійних рівнянь: методом додавання, методом Гауса, методом Крамера, методом заміни та підстановки, методом «додай — відними»; • <i>розв'язує</i> кругові системи лінійних рівнянь з трьох рівнянь з трьома невідомими; • <i>пояснює</i> алгоритм розв'язування рівняння з параметром.
7	<p>Тема 2. Раціональні рівняння</p> <p>Раціональні рівняння з однією та двома змінними. Раціональні рівняння з модулем. Системи раціональних рівнянь з двома змінними. Задачі.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнає</i> дробово-раціональні рівняння; • <i>формулює</i> умову рівності дробу нулю та умову рівності дробу одиниці; • <i>знає</i> методи розв'язування дробово-раціональних рівнянь; • <i>уміє</i> розв'язувати рівняння, що містять модуль; • <i>пояснює</i> алгоритм розв'язування раціональних рівнянь, що містять параметри.
10	<p>Тема 3. Квадратні рівняння</p> <p>Квадратні рівняння. Способи розв'язування квадратних рівнянь. Рівняння, що зводяться до квадратних. Квадратні рівняння з параметрами. Квадратні рівняння, що містять модуль. Системи квадратних рівнянь з двома змінними.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> повні й неповні квадратні рівняння, <i>наводить</i> алгоритм їх розв'язування; • <i>записує та пояснює</i> формулу коренів квадратного рівняння та формулу розкладання квадратного тричлена на лінійні множники; • <i>уміє</i> виділяти повний квадрат; • <i>формулює</i> теорему Вієта і обернену до неї; • <i>наводить приклади</i> рівнянь і <i>обґрунтовує</i> кількість коренів залежно від дискримінанту; • <i>розв'язує</i> рівняння, що зводяться до квадратних; • <i>складає та розв'язує</i> квадратні рівняння й системи рівнянь як математичні моделі текстової задачі.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
7	<p>Тема 4. Рівняння вищих степенів</p> <p>Рівняння вищих степенів. Метод аналізу многочленів. Теорема Безу. Схема Горнера.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> розв'язувати рівняння вищих степенів; • <i>використовує</i> умову рівності многочленів; • <i>знає</i> алгоритм розв'язування рівняння комбінуванням різних методів; • <i>застосовує</i> теорему Безу та схему Горнера.
8	<p>Тема 5. Рівняння, що містять модулі: від лінійних рівнянь до рівнянь вищих степенів</p> <p>Узагальнення поняття модуля. Лінійні рівняння з модулем. Розв'язування рівнянь, що містять модуль, різними методами.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> типи рівнянь з модулем та <i>обирає</i> для розв'язування один з методів: метод розкриття модуля за означенням, піднесення обох частин рівняння до квадрату, метод інтервалів; • <i>наводить приклади</i> рівнянь з модулем та <i>пояснює</i> відбір коренів при аналізі області допустимих значень; • <i>уміє</i> розв'язувати системи рівнянь, що містять модуль; • <i>показує</i> графічний розв'язок рівняння з модулем; • <i>застосовує</i> алгоритм розв'язування рівнянь з параметрами до розв'язування рівнянь з модулем.
8	<p>Тема 6. Ірраціональні рівняння</p> <p>Ірраціональні рівняння, види та методи їх розв'язування. Системи ірраціональних рівнянь.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> види ірраціональних рівнянь; • <i>застосовує</i> загальні методи до розв'язування ірраціональних рівнянь; • <i>враховує</i> область допустимих значень підкоренових виразів; • <i>аналізує</i> та <i>відбирає</i> корені.
10	<p>Тема 7. Тригонометричні рівняння</p> <p>Тригонометричні рівняння. Види та методи розв'язування тригонометричних рівнянь.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> види тригонометричних рівнянь; • <i>наводить приклади</i> найпростіших тригонометричних рівнянь та їх коренів, <i>описує</i> алгоритми їх розв'язування;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	Відбір коренів тригонометричних рівнянь. Системи тригонометричних рівнянь.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> значення області визначення тригонометричних функцій; • <i>встановлює</i> відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі; • <i>знає</i> методи розв'язування рівнянь; • <i>розв'язує</i> тригонометричні рівняння та їх системи; • <i>уміє розв'язувати</i> тригонометричні рівняння та їх системи з параметрами.
6	<p>Тема 8. Рівняння з параметрами: узагальнення за 7–10 класи</p> <p>Рівняння з параметрами всіх видів. Розв'язування рівнянь з параметрами графічно.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> види рівнянь з параметрами; • <i>уміє застосовувати</i> область визначення функції до розв'язування рівнянь з параметрами; • <i>складає</i> алгоритм розв'язування рівнянь з параметрами; • <i>аналізує та відбирає</i> корені, що залежать від додаткових умов; • <i>окремо досліджує</i> граничні значення параметрів.
4	<p>Тема 9. Рівняння з комплексними числами</p> <p>Комплексні числа. Дії з комплексними числами. Розв'язування лінійних і квадратних рівнянь, що містять комплексні числа як коефіцієнти. Розв'язування рівнянь вищих степенів, що містять комплексні числа.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> означення комплексних чисел; • <i>називає</i> класифікацію чисел; • <i>зазначає</i> належність числа певній множині; • <i>знає</i> форми комплексного числа: алгебраїчну, геометричну та тригонометричну; • <i>виконує</i> дії з комплексними числами в усіх формах; • <i>розв'язує</i> рівняння різних степенів з використанням комплексних чисел.

ДРУГИЙ РІК НАВЧАННЯ. 11 КЛАС (35 год)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	<p>Тема 10. Похідна функції та її застосування до розв'язування складніших рівнянь</p> <p>Похідна функції. Похідна складеної функції. Застосування похідної функції до розв'язування складніших ірраціональних рівнянь; складніших алгебраїчних рівнянь; систем складніших рівнянь.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> таблицю похідних; • <i>аналізує</i> область визначення функцій, які містить рівняння; • <i>уміє застосовувати</i> похідну функції для розв'язування рівнянь.
7	<p>Тема 11. Показникові рівняння</p> <p>Показникові рівняння, види та методи їх розв'язування. Системи показникових рівнянь.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> види показникових рівнянь; • <i>називає</i> методи розв'язування показникових рівнянь; • <i>пояснює</i> доцільність складеного алгоритму розв'язування; • <i>уміє аналізувати</i> отримані корені.
6	<p>Тема 12. Показниково-степеневі рівняння</p> <p>Класифікація рівнянь. Роль і місце показниково-степеневих рівнянь в курсі «Алгебра і початки аналізу». Розв'язування показниково-степеневих рівнянь різних видів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>диференціює</i> показникові та степеневі функції; • <i>застосовує</i> властивості функцій до розв'язування рівнянь; • <i>враховує</i> область визначення функцій для аналізу та відбору коренів.
9	<p>Тема 13. Трансцендентні рівняння</p> <p>Трансцендентні рівняння: застосування логарифмів при розв'язуванні. Методи розв'язування логарифмічних рівнянь. Системи трансцендентних рівнянь.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнає</i> види логарифмічних рівнянь; • <i>застосовує</i> основні тотожності та область значень логарифмічної функції до розв'язування рівнянь; • <i>розв'язує</i> трансцендентні рівняння різними методами.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	Тема 14. Рівняння з елементами комбінаторики Основні формули комбінаторики. Найпростіші комбінаторні задачі. Розв'язування виразів, що містять основні комбінаторні формули. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь, що містять основні формули комбінаторики.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знає основні формули комбінаторики; уміє обчислювати за формулами комбінаторики; складає алгоритм розв'язування рівняння з елементами комбінаторики; досліджує значення отриманих коренів.
5	Тема 15. Рівняння з параметрами: узагальнення Розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь з параметрами. Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь різних степенів. Розв'язування систем рівнянь з параметрами аналітично. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь з параметрами графічно.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> уміє визначати вид рівняння з параметрами; застосовує область визначення функції до розв'язування рівнянь з параметрами; складає алгоритм розв'язування рівнянь з параметрами; аналізує та відбирає корені, що залежать від додаткових умов; окремо досліджує граничні значення параметрів.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
ПЕРШИЙ РІК НАВЧАННЯ. 10 КЛАС (70 год)		
Тема 1. Лінійні рівняння (7 год)		
1		Класифікація алгебраїчних рівнянь. Лінійні рівняння з однією змінною
2		Лінійні рівняння з двома змінними та способи їх розв'язування: аналітичний (відносно різних змінних в цілих числах) і графічний (пряма з кутовим коефіцієнтом)
3		Дослідження і розв'язування лінійних рівнянь з параметрами. Розв'язування рівносильних рівнянь з параметрами
4		Системи лінійних рівнянь загального вигляду: $\begin{cases} A_1x + B_1y = C_1, \\ A_2x + B_2y = C_2, \end{cases}$ аналіз кількості розв'язків

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
5		Системи лінійних рівнянь (з кутовим коефіцієнтом) виду $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2, \end{cases}$ аналіз кількості розв'язків
6		Системи лінійних рівнянь: метод Крамера, Гауса для систем трьох і більше рівнянь
7		Лінійні рівняння з модулем. Графік лінійного рівняння з модулем
Тема 2. Раціональні рівняння (7 год)		
8		Раціональні рівняння з однією змінною. Раціональні рівняння з однією змінною, що зводяться до лінійних. Значення ОДЗ (області допустимих значень) для аналізу коренів
9		Розв'язування раціональних рівнянь методом введення нової змінної
10		Розв'язування раціональних рівнянь, які містять змінну під знаком модуля
11		Раціональні рівняння з модулем: метод інтервалів
12		Раціональні рівняння з параметрами. Розв'язування рівносильних раціональних рівнянь з параметрами
13		Системи раціональних рівнянь з двома змінними
14		Розв'язування текстових задач за допомогою раціональних рівнянь
Тема 3. Квадратні рівняння (10 год)		
15		Квадратні рівняння. Неповні та повні квадратні рівняння: способи їх розв'язування
16		Бікватратні рівняння. Розв'язування бікватратних рівнянь методом введення нової змінної
17		Рівняння, що зводяться до квадратних через спрощення виразів шляхом виділення повного квадрату
18		Квадратні рівняння, що розв'язуються методом розкладання квадратного тричлена на лінійні множники
19		Рівняння, що зводяться до квадратних через спрощення виразів шляхом використання формул скороченого множення
20		Розв'язування квадратних рівнянь через аналіз графіка квадратичної функції

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
21		Квадратні рівняння з параметрами: аналіз розв'язування через дискримінант і теорему Вієта
22		Квадратні рівняння, що містять змінну під знаком модуля, метод інтервалів (проміжків)
23		Системи квадратних рівнянь: види (стандартні, циклічні, кругові) та способи їх розв'язування (додавання, підстановки, «додай — відними»). Застосування теореми Вієта і теореми, оберненої до теореми Вієта, до розв'язування систем квадратних рівнянь
24		Розв'язування текстових задач за допомогою квадратних рівнянь
Тема 4. Рівняння вищих степенів (7 год)		
25		Многочлени від однієї змінної та дії над ними. Тотожна рівність многочленів. Дії над многочленами
26		Ділення многочленів. Ділення многочлена на многочлен з остачею. Приклади ділення многочленів, що містять параметри
27		Розв'язування рівнянь вищих степенів за допомогою тотожних перетворень: винесення спільного множника за дужки, виділення повного квадрату, групування та зведення до рівнянь нижчих степенів
28		Теорема Безу. Корені многочлена. Симетричні рівняння третього та четвертого степеня
29		Формули Вієта та їх застосування під час розв'язування рівнянь вищих степенів (на прикладі рівнянь другого, третього, четвертого степенів)
30		Кратність коренів рівняння. Схема Горнера та її застосування для розв'язування рівнянь вищих степенів
31		Знаходження раціональних коренів многочлена з цілими коефіцієнтами. Застосування заміни для розв'язування рівнянь вищих степенів
Тема 5. Рівняння, що містять модулі: від лінійних рівнянь до рівнянь вищих степенів (8 год)		
32		Узагальнення поняття модуля. Розкриття модулів числових виразів. Лінійні рівняння з модулем. Графік лінійного рівняння з модулем

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
33		Розв'язування рівнянь із застосуванням означення абсолютної величини
34		Розв'язування рівнянь, що містять модуль, методом піднесення до квадрату обох частин рівнянь
35		Розв'язування рівнянь, що містять модуль, методом інтервалів (проміжків)
36		Розв'язування квадратних рівнянь, що містять змінну під знаком модуля, та квадратних рівнянь, що містять многочлен під знаком модуля, в тому числі графічним способом
37		Розв'язування ірраціональних рівнянь, що зводяться до лінійних рівнянь із модулем. Значення ОДЗ для аналізу та відбору коренів рівняння
38		Графіки рівнянь з двома змінними, що містять аргумент під знаком модуля
39		Графіки рівнянь з двома змінними, що містять обидві змінні під знаком модуля
Тема 6. Ірраціональні рівняння (8 год)		
40		Класифікація ірраціональних рівнянь. Основний метод розв'язування (піднесення до відповідного степеня). Метод заміни. Значення ОДЗ для аналізу та відбору коренів в ірраціональних рівняннях, що містять корені парного степеня
41		Розв'язування ірраціональних рівнянь, що містять взаємно обернені величини. Застосування властивостей взаємно обернених функцій
42		Розв'язування ірраціональних рівнянь методом виділення повного квадрата
43		Розв'язування ірраціональних рівнянь, тотожні перетворення за формулами скороченого множення
44		Розв'язування ірраціональних рівнянь: ідея «однорідності» та ідея «спряженості». Метод вихідних пропорцій
45		Розв'язування ірраціональних рівнянь методом зведення до систем алгебраїчних рівнянь. Розв'язування ірраціональних рівнянь, що містять параметри
46		Системи ірраціональних рівнянь

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
47		Розв'язування «кругових» систем ірраціональних рівнянь. Застосування теореми Вієта для розв'язування систем ірраціональних рівнянь
Тема 7. Тригонометричні рівняння (10 год)		
48		Класифікація тригонометричних рівнянь. Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь. Рівність однойменних функцій та їх використання при розв'язуванні тригонометричних рівнянь
49		Розв'язування тригонометричних рівнянь, що зводяться до квадратних. Аналіз кількості коренів на заданому інтервалі
50		Розв'язування однорідних рівнянь і таких, що зводяться до них
51		Розв'язування тригонометричних рівнянь розкладанням на множники
52		Розв'язування тригонометричних рівнянь перетворенням добутку (суми) тригонометричних функцій у суму (добуток)
53		Розв'язування рівнянь із застосуванням формул пониження степеня. Тригонометричні рівняння, що містять параметри
54		Тригонометричні рівняння, що є лінійними відносно $\sin x$ і $\cos x$, виду $A \sin x + B \cos x = C$ та способи його розв'язування: 1) через зведення даного рівняння до однорідного рівняння другого степеня відносно функцій половинного аргументу; 2) через універсальну тригонометричну підстановку; 3) через введення додаткового аргументу $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$
55		Тригонометричні рівняння, що є симетричними відносно $\sin x$ і $\cos x$, що розв'язуються шляхом введення заміни: $\sin x + \cos x = u$
56		Системи тригонометричних рівнянь. Аналіз та відбір коренів. Розв'язування систем тригонометричних рівнянь, що містять параметри
57		Розв'язування систем тригонометричних рівнянь різних видів різними способами

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
Тема 8. Рівняння з параметрами: узагальнення за 7–10 класи (6 год)		
58		Лінійні рівняння з параметрами. Розв'язування лінійних рівнянь з параметрами у знаменнику
59		Розв'язування рівнянь з параметрами, що зводяться до лінійних. Розв'язування систем двох лінійних рівнянь з параметрами
60		Квадратні рівняння з параметрами. Співвідношення між коренями квадратного тричлена
61		Рівняння з параметрами, що зводяться до квадратних
62		Розв'язування квадратних рівнянь з додатковою умовою про його корені
63		Параметри у тригонометрії: розв'язування алгебраїчного рівняння відносно певної тригонометричної функції та врахування області значень даної функції
Тема 9. Рівняння з комплексними числами (4 год)		
64		Комплексні числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії з комплексними числами в алгебраїчній формі
65		Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Модуль і аргумент комплексного числа. Дії з комплексними числами в геометричній формі. Дії з комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра
66		Алгоритм розв'язування лінійних і квадратних рівнянь, що містять комплексні числа як коефіцієнти
67		Розв'язування рівнянь вищих степенів, що містять комплексні числа
68–70		Резервний час
ДРУГИЙ РІК НАВЧАННЯ. 11 КЛАС (35 год)		
Тема 10. Похідна функції та її застосування до розв'язування складніших рівнянь (4 год)		
1		Похідна функції. Таблиця похідних. Похідна складеної функції
2		Застосування похідної функції до розв'язування складніших ірраціональних рівнянь

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
3		Застосування похідної функції до розв'язування складніших алгебраїчних рівнянь
4		Застосування похідної функції до розв'язування систем складніших рівнянь
Тема 11. Показникові рівняння (7 год)		
5		Класифікація показникових рівнянь. Найпростіші показникові рівняння: рівносильні перетворення показникових рівнянь. Метод зрівнювання показників степенів
6		Тричленні показникові рівняння. Використання підстановки $y = a^{f(x)}$. Значення ОДЗ для аналізу та відбору коренів показникового рівняння
7		Показникові рівняння, що розв'язуються діленням обох частин рівняння на $b^x \neq 0$. Розв'язування показникових рівнянь методом винесення спільного множника за дужки
8		Показникові рівняння: введення нової змінної. Застосування методу «підбору» до розв'язування показникових рівнянь
9		Системи показникових рівнянь. Застосування теореми Вієта до розв'язування систем показникових рівнянь
10		Розв'язування систем показникових рівнянь, що містять параметри
11		Розв'язування систем показникових рівнянь кількома способами. Графічний спосіб розв'язування систем показникових рівнянь
Тема 12. Показниково-степеневі рівняння (6 год)		
12		Класифікація рівнянь. Роль і місце показниково-степеневих рівнянь в курсі «Алгебра і початки аналізу»
13		Основні підходи до розв'язування рівнянь виду $(f(x))^{g(x)} = (f(x))^{k(x)}$
14		Розв'язування показниково-степеневих рівнянь шляхом зведення до систем рівнянь і нерівностей та графічним способом
15		Розв'язування показниково-степеневих рівнянь виду $(f(x))^{g(x)} = 1$

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
16		Розв'язування рівнянь виду $(f(x))^{g(x)} = 1$ та аналіз коренів
17		Розв'язування показниково-степеневих рівнянь, що містять змінну під знаком модуля
Тема 13. Трансцендентні рівняння (9 год)		
18		Класифікація логарифмічних рівнянь. Розв'язування найпростіших логарифмічних рівнянь. Значення ОДЗ логарифмічної функції для аналізу та відбору коренів логарифмічних рівнянь
19		Розв'язування логарифмічних рівнянь методом потенціювання
20		Розв'язування логарифмічних рівнянь із застосуванням логарифмічної тотожності $a^{\log_b a} = b$
21		Розв'язування логарифмічних рівнянь методом заміни змінної
22		Розв'язування рівнянь методом логарифмування: перехід від рівняння виду $f(x) = g(x)$ до рівняння виду $\log_a^{f(x)} = \log_a^{g(x)}$
23		Розв'язування рівнянь методом ділення обох частин рівняння на показниково-логарифмічну функцію
24		Розв'язування логарифмічних рівнянь комбінованими методами і графічно
25		Системи логарифмічних рівнянь. ОДЗ системи логарифмічних рівнянь
26		Розв'язування складніших систем показниково-логарифмічних рівнянь
Тема 14. Рівняння з елементами комбінаторики (4 год)		
27		Поняття множини. Дії над множинами. Основні формули комбінаторики. Найпростіші комбінаторні задачі. Розв'язування виразів, що містять основні комбінаторні формули
28		Біном Ньютона. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
29		Розв'язування рівнянь, що містять основні формули комбінаторики
30		Розв'язування систем рівнянь, що містять основні формули комбінаторики
Тема 15. Рівняння з параметрами: узагальнення (5 год)		
31		Розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь з параметрами
32		Параметр у задачах: розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь різних степенів
33		Окремі види задач, у яких потрібно знайти найбільше (найменше) значення
34		Розв'язування систем рівнянь з параметрами аналітично
35		Розв'язування рівнянь і систем рівнянь з параметрами графічно

ЛІТЕРАТУРА

1. Алексеев В. М. Элементарная математика. Решение задач.— К.: Вища школа, 1984.— 351 с.
2. Апостолова Г. В. Хитромудрий модуль.— К.: Поліграфсервіс, 2001.— 252 с.
3. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 202 с.
4. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметром.— К.: Факт, 2004.— 291 с.
5. Башмаков М. И. Алгебра и начала анализа. 10–11 классы.— М.: Просвещение, 1993.— 350 с.
6. Бойчук В. В. Інтенсивний курс підготовки до тестування.— К.: Знання, 2007.— 294 с.
7. Гайштут О. Г., Ушаков Р. П. Збірник задач з математики з прикладами розв'язань.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2002.— 704 с.
8. Єршова А. П., Голобородько В. В. Алгебра та початки аналізу. 10–11 класи. Самостійні та контрольні роботи.— Х.: Гімназія, 2008.— 176 с.
9. Игначков В. С., Игначкова А. В. Математика для поступающих в вузы.— Харьков: Основа, 1992.— 176 с.
10. Каганов Э. Д. 400 самых интересных задач с решениями по школьному курсу математики для 6–11 классов.— М.: ЮНВЕС, 1997.— 288 с.
11. Колмогоров А. Н. Алгебра и начала анализа.— М.: Просвещение, 1991.— 320 с.
12. Кутасов А. Д. и др. Пособие по математике для поступающих в вузы.— М.: Наука, 1982.— 608 с.

13. Лагно В. І. та ін. Тести. Математика. 5–12 класи.— К.: Академвидав, 2008.— 320 с.
14. Мальцева Н. О., Роева Т. Г. Готуємось до зовнішнього незалежного оцінювання. Алгебра.— Х.: Країна мрій, 2009.— 304 с.
15. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу. 10 клас.— Х.: Світ дитинства, 2006.— 448 с.
16. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Алгебра і початки аналізу. 11 клас.— Х.: Світ дитинства, 2007.— 415 с.
17. Никольская И. Л. Факультативный курс по математике.— М.: Просвещение, 1991.— 380 с.
18. Титаренко А. М., Роганин А. Н. Форсированный курс школьной математики: Учеб. пособие.— Х.: Торсинг, 2005.— 446 с.
19. Титаренко О. М. 5770 задач з математики з відповідями старшокласнику та абітурієнту.— Х.: Торсинг, 2005.— 335 с.
20. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів.— 2-ге вид.— К.: Зодіак-Еко, 2000.— 608 с.
21. Шутовский О. М. и др. Готовься к экзаменам. Математика. Тесты с заданиями.— К.: Мастер-класс, 2007.— 158 с.

ФУНКЦІЇ ТА АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ НА КООРДИНАТНІЙ ПЛОЩИНІ

Програма курсу за вибором для учнів 10 класів загальноосвітніх навчальних закладів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах фізико-математичного профілю та в класах з поглибленим вивченням математики)

Автори: *Апостолова Галина Вадимівна, професор Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів, кандидат фізико-математичних наук, доцент;*

Ліпчевський Леонід Володимирович, завідувач навчально-методичним кабінетом математики і фізики Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Широкий спектр задач — рівнянь, нерівностей, завдань з параметрами, задач на оптимізацію в економіці та на виробництві — розв'язуються із застосуванням графічної інтерпретації.

Побудова і перетворення графіків функцій, графічне тлумачення алгебраїчних виразів сприяє формуванню в учнів графічно-образної уяви, здатності до моделювання. Відповідні якості мислення необхідні учням не тільки для підготовки до ЗНО, а й для подальшого успішного навчання у вищих навчальних закладах.

Курс має на меті повторити, розширити, поглибити знання та відпрацювати навички учнів із зазначеної тематики, оскільки у державній програмі з математики на застосування координатного методу для розв'язування алгебраїчних задач, зокрема з параметрами, відводиться незначна кількість навчального часу. Також курс допоможе сформувати міцне підґрунтя для подальшої підготовки учнів до ЗНО.

На вивчення курсу відводиться 34 академічні години, по 2 години на тиждень протягом II семестру.

Програму подано у вигляді таблиці, що включає зміст початкового матеріалу та вимоги до навчальних досягнень учнів. Програма є дворівневою, її складено як для учнів, що вивчають математику на академічному рівні, так і для учнів, що навчаються у класах фізико-математичного профілю або вивчають математику поглиблено.

Методичні вказівки щодо реалізації програми

Пропонований розподіл навчальних годин є однаковим для класів академічного і профільного рівня вивчення математики. Учні класів профільного (або поглибленого) вивчення математики потребують менше часу на повторення і узагальнення програмного матеріалу, що дозволяє використати більше часу на поглиблене вивчення відповідних тем та розв'язування більш складних задач.

При роботі з учнями, що вивчають математику на академічному рівні, пропонується більше уваги приділити формуванню навичок перетворення та побудови графіків функцій (ГМТ алгебраїчних виразів), розвитку графічної уяви на нескладних прикладах, що стане підґрунтям для подальшої підготовки до ЗНО в 11 класі.

Запропонований у програмі курсу розподіл годин є орієнтовним і може коригуватися вчителем залежно від потреб кожної конкретної групи учнів та рівня їх навчальних досягнень. У квадратних дужках вказано матеріал для роботи з учнями класів фізико-математичного профілю, яким слід доповнити навчальний матеріал курсу, який мають опрацювати учні, що вивчають математику на академічному рівні. Вчитель може за потреби змінювати порядок опрацювання тем, доповнювати їх (зокрема, і тематикою з квадратних дужок), вилучати окремі підтеми.

Основні теоретичні відомості даного курсу лаконічно наведено у довіднику [1]. Приклади розв'язування завдань на перетворення графіків функцій, побудову ГМТ алгебраїчних виразів та їх застосування до розв'язування задач, дидактичний матеріал (різних рівнів складності) наведено у відповідних параграфах посібників [2]–[4].

**ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ
(34 год, 2 год на тиждень протягом II семестру)**

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>Тема 1. Означення функції та її властивості</p> <p>Поняття постійної і змінної величин. Означення функції. Способи задання функцій. Графік функції. Властивості функції: область визначення та область значень, нулі, інтервали знакосталості, монотонність, парність і непарність, періодичність і основний період, найбільше і найменше значення, асимптоти. Використання області значень функції для розв'язування рівнянь і нерівностей. Періодичність функцій, які є алгебраїчною сумою кількох функцій з різними періодами.</p> <p>[Похили асимптоти, способи їх знаходження. Сума парних (непарних) функцій; добуток парних (непарних) функцій; добуток (частка) парних і непарних функцій. Використання властивостей парності і непарності функцій при розв'язуванні рівнянь і нерівностей.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>, що таке сталі й змінні величини; графік, нулі, знакосталість, монотонність, найбільше і найменше значення функції; • <i>формулює</i> означення функції, її області визначення та області значень; парності, непарності, періодичності; • <i>знаходить</i> області визначення і значень функцій, заданих аналітично та графічно; • <i>описує</i> задану графічно функцію (довільну криву) відповідно до зазначених у програмі властивостей; • <i>розв'язує</i> задачі вказаної тематики.
8	<p>Тема 2. Графіки елементарних функцій та їх властивості</p> <p>Загальне рівняння прямої. Прямі, паралельні координатним осям. Рівняння $y = kx + l$. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. [Формула відстані від точки до прямої.] Графічна інтерпретація системи двох лінійних рівнянь з двома змінними, кількість її розв'язків.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> розташування у координатній площині прямої, що задана рівнянням $y = kx + l$; умови оборотності функції; принцип побудови графіка оберненої функції;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>[Графічний метод розв'язування лінійних рівнянь з параметрами та їх систем.]</p> <p>Функції: обернена пропорційність, дробово-лінійна, степенева, їх графіки та властивості.</p> <p>Функція, обернена до даної: означення і основні властивості. Оборотні функції.</p> <p>Графіки та властивості тригонометричних функцій та обернених до них. [Графічний метод розв'язування рівнянь з параметрами.]</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>записує</i> співвідношення між кутовими коефіцієнтами двох прямих у випадку їх паралельності або перпендикулярності; між коефіцієнтами двох лінійних рівнянь системи для різної кількості розв'язків системи; • <i>зображує</i> ескізи графіків вказаних у програмі функцій; • <i>застосовує</i> набуті знання до розв'язування задач.
8	<p>Тема 3. Основні алгоритми перетворення графіків функцій</p> <p>Перетворення графіків функцій: $y = f(x) + b$, $y = f(x + a)$, $y = cf(x)$, $y = f(kx)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$. [Побудова графіків складених функцій вигляду $y = \frac{1}{f(x)}$, $y = \sqrt{f(x)}$.]</p> <p>Комбінації вказаних перетворень та їх використання до розв'язування задач. [Використання відповідних побудов при розв'язуванні задач з параметрами.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> алгоритми вказаних перетворень; план побудови, що складається з комбінації таких перетворень; • <i>записує</i> алгоритм побудови графіка функції та виконує побудову; • <i>застосовує</i> набуті знання до розв'язування задач.
8	<p>Тема 4. ГМТ алгебраїчних виразів на координатній площині</p> <p>Побудова ГМТ рівнянь і нерівностей; геометричних образів кола, круга, півкола, квадрата, прямокутника; рівнянь і нерівностей, що містять змінні під знаком абсолютної величини, [рівнянь і нерівностей, що містять у запису <i>min</i> або <i>max</i>].</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнає</i> рівняння кола, півкола, квадрата, прямокутника; • <i>пояснює</i> алгоритми побудови вказаних у програмі ГМТ; • <i>виконує</i> побудову ГМТ; • <i>застосовує</i> набуті знання до розв'язування задач.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	[Поняття цілої і дробової частин числа. Побудова ГМТ алгебраїчних виразів, що містять змінну під знаком цілої або дробової частин числа.] Використання зазначених побудов до розв'язування задач.	
2	Резервний час	

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. «Лікбез» для старшокласника й абітурієнта. Графіки функцій і ГМТ алгебраїчних виразів на координатній площині: Довідкове видання.— К.: Грамота, 2010.— 24 с.
2. Апостолова Г. В. Хитромудрий модуль.— К.: Поліграфсервіс, 2006.— 252 с.
3. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами.— К.: Факт, 2008.— 324 с.
4. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 240 с.
5. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Антье і мантиса числа.— К.: Факт, 2006.— 128 с.
6. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Алгебра.— К.: КПІ, ч. 1 1997, ч. 2 1998.
7. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Показникова та логарифмічна функції.— К.: КПІ, 1998.
8. Финкельштейн Л. П. Задачи с абсолютной величиной (модулем).— К., 1993.
9. Шунда Н. М. Функції та їх графіки: Посібник для вчителів.— К.: Радянська школа, 1983.— 190 с.
10. Яремчук Ф. П., Ясінський В. В. Алгебра, програма, типові задачі.— К.: КПІ, 1996.
11. Ясінський В. В. Алгебра. Функції та їх графіки. Задачі з параметрами.— К.: НТУУ «КПІ», 2000.— 28 с.
12. Амелькин В. В., Рабцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справочное пособие по математике.— Минск: Асар, 1996.— 464 с.

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ

Програма факультативного курсу для учнів 10–11 класів

Автор: *Лахтадир Лариса Іванівна, вчитель математики Боярської ЗОШ I–III ступенів № 1 Києво-Святошинського району Київської області*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Придумавши «арифметичне» розв'язання,
я вперше відчув ту радість відкриття, прагнення
до якої і зробило мене математиком.

В. І. Арнольд

Методологія* — основа розвитку будь-якої науки. Метод — це плано-
мірний шлях встановлення істини, це прийом, спосіб або характер дій.

Як відомо, більшість випускників школи не здатні до довготривалої розумової діяльності й не володіють різними її формами. Із процесу розв'язування задач у них випадає етап пошуку розв'язку. Тому особливо актуальним є забезпечення учнів інструментарієм розв'язування задач — методами, які є загальними, універсальними.

Для шкільного курсу математики характерним є те, що більшість понять не вводиться відразу в повному обсязі. Зміст і об'єм таких понять розширюється і збагачується поступово, у міру розвитку курсу. Окремим розділам математики (модуль, параметр, перетворення графіків, побудова зображень) у шкільному курсі взагалі не приділено належної уваги. Тому надзвичайно важливими є систематизація й узагальнення набутих знань на завершальному етапі шкільного навчання (у старшій школі).

У процесі узагальнення є можливість звернути увагу учнів на діалектичний характер понять, їх взаємозв'язок і взаємозалежність, роль у поширенні діалектичного методу на математичну науку. Узагальнення та формування основних методів розв'язування задач ставить учня в умови, коли необхідно «піднятися» над вивченим матеріалом, визначити головне, що працює не лише в даному розділі. Тобто знання учнів поглиблюються, розширюються, систематизуються і доводяться до світоглядного рівня, при цьому формуються інтелектуальні уміння й навички. При узагальненні матеріалу та виробленні спільного методу розв'язування певного виду завдань встановлюються внутрішньопредметні зв'язки та акцентується увага на їх прикладному значенні, завдяки чому знання стають системними.

* Методологія — це вчення про метод наукового дослідження або про методи, що застосовуються в окремих науках (Словник труднощів української мови / За ред. С. Я. Єрмоленко.— К.: Радянська школа, 1989.— С. 165).

Кожна задача має ідейну та технічну складність. Ідейна частина дає відповідь на питання: «Як розв'язати задачу?». Технічна являє собою реалізацію знайденої ідеї. Є задачі, в яких головне — знайти ідею розв'язання, а технічна частина практично відсутня. Це в основному олімпіадні задачі. Є задачі, в яких ідея розв'язання досить очевидна, але її реалізація потребує великої за обсягом обчислювальної роботи (задачі з матеріалів конкурсних іспитів). І є задачі, в яких ідейна і технічна частини приблизно рівнозначні. Такі задачі пропонуються при вивченні даного факультативного курсу.

Мета курсу — забезпечити загальноосвітню підготовку учнів та спеціалізовану поглиблену підготовку до майбутньої професійної діяльності.

Завдання курсу:

- розвинути потенційні й творчі здібності кожного учня, не обмежуючи наперед рівень складності матеріалу, що узагальнюється;
- виробити в учнів особистий підхід під час використання знань у різних ситуаціях;
- розширити обсяг знань за рахунок залучення додаткових теоретичних фактів.

Характер програми пропедевтичний — підготовка учнів до навчання у вищих навчальних закладах. Особливістю програми є більш глибоке і повне опанування понять, законів, теорії та, основне, методів розв'язування задач, передбачених стандартом освіти.

Викладання курсу базується на *методичних принципах*:

- регулярності (курс читається протягом 2 років);
- паралельності (методи діють для завдань з різним програмовим часом вивчення);
- зміни пріоритетів (головне — бачення ідеї розв'язання задачі);
- варіативності (на прикладі однієї задачі показати різні методи);
- самоконтролю;
- швидкого повторення (розкладання «по полицках» задачного архіву: проста задача, складніша, потребує часу для обмірковування);
- моделювання ситуацій (моделювання критичних ситуацій, близьких до конкурсних екзаменів та олімпіад).

Виділяються *принципи формування групи*:

- ідентичність мети;
- вільність вибору;
- математичні здібності;
- спільна профільна спрямованість.

Прогнозуючий результат:

- формування загальнокультурного базису (оволодіння культурними та виробленими самим учнем засобами діяльності, які допоможуть йому в подальшій освіті);

- оволодіння комунікативними вміннями;
- оволодіння сучасними технологіями роботи з інформацією;
- формування досвіду самопізнання, самореалізації, індивідуальних і групових дій, на підставі яких можливо здійснити попереднє особистісне, соціальне та професійне самовизначення;
- вироблення вмінь формувати задум своїх дій, прогнозувати, а також визначати умови та результати реалізації цього задуму; вмінь оцінювати результати своєї праці (в тому числі в порівнянні прогнозованих з реально досягнутими).

Очікувані результати навчальних досягнень учнів наприкінці вивчення курсу. Учні повинні:

- знати основні методи, які є базовими при вивченні окремих тем;
- уміти застосовувати ці методи для розв'язування задач.

Курс розрахований на 70 годин. У разі опрацювання курсу протягом двох років тижневе навантаження становить 1 годину (можливе збільшення кількості годин до 2 на тиждень). Розподіл годин між темами умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів. Програма розрахована на учнів старших класів, а також на осіб, що самостійно готуються до вступних іспитів з математики.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ 10 КЛАС (35 год)

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
Розділ I. Методи розв'язування рівнянь		24
1	Метод заміни змінних (введення допоміжного невідомого): <ul style="list-style-type: none"> • заміна змінних за «напівявними» ознаками; • спеціальні заміни; • взаємно обернені величини в ірраціональних і показникових рівняннях; • тригонометричні підстановки в показникових рівняннях 	3
2	Метод повного квадрату: <ul style="list-style-type: none"> • для цілих та дробово-раціональних рівнянь; • особливості для ірраціональних рівнянь 	2
3	Метод розкладу на множники: <ul style="list-style-type: none"> • застосування формул скороченого множення; • теорема Безу та її наслідки 	1
4	Метод невизначених коефіцієнтів: <ul style="list-style-type: none"> • умова тотожності многочленів; • рівняння з цілими коефіцієнтами 	2

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
5	Метод відносних коефіцієнтів (розв'язування рівнянь відносно коефіцієнтів)	1
6	Метод похідних пропорцій: застосування похідної пропорції $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$, $c \neq d$, $a \neq b$	1
7	Методи розв'язування логарифмічних рівнянь: <ul style="list-style-type: none"> • потенціювання; логарифмування; • застосування основної логарифмічної тотожності 	2
8	Метод границі (застосування теореми Вейерштрасса про границю монотонно обмеженої послідовності)	1
9	Графічний метод	2
10	Спеціальні рівняння:	4
10.1	Однорідні рівняння: <ul style="list-style-type: none"> • рівняння, що зводяться до однорідних; • ідея «однорідності» в ірраціональних рівняннях 	
10.2	Зворотно-симетричні рівняння	
10.3	Рівняння, ліва і права частини яких є взаємно оберненими функціями	
11	Рівняння з параметрами 1-го та 2-го степеня	3
12	Рівняння з цілою і дробовою частинами	2
Розділ II. Методи розв'язування систем		11
13	Метод заміни і підстановки	2
14	Метод визначників	2
15	Метод порівняння	2
16	Застосування теореми, оберненої до теореми Вієта: <ul style="list-style-type: none"> • для квадратного рівняння; • для кубічного рівняння 	2
17	Спеціальні системи:	
17.1	Кругові або циклічні системи	1
17.2	Системи рівнянь, ліві частини яких однорідні	1
17.3	Симетричні системи	1

11 КЛАС (35 год)

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
Розділ III. Перетворення графіків функцій		8
1	Метод симетрії	1
2	Найпростіші перетворення графіків	2
3	Метод рамок для побудови графіків тригонометричних функцій	1
4	Побудова графіків функцій, аналітичний вираз яких містить знак модуля	2
5	Комплексні вправи	2
Розділ IV. Методи розв'язування нерівностей		9
6	Метод інтервалів (основний алгоритм): • особливості (тонкощі) методу інтервалів; • нерівності виду $f(x) \geq \leq g(x)$, з дробово-раціональними функціями	2
7	Універсальний метод розв'язування ірраціональних нерівностей	1
8	Степенево-показникові нерівності	1
9	Нерівності 1-го степеня з параметрами	1
10	Нерівності 2-го степеня з параметрами	2
11	Нерівності з модулем	1
12	Метод інтервалів на тригонометричному колі (узагальнений метод інтервалів)	1
Розділ V. Методи розв'язування геометричних задач		18
13	Метод допоміжного кола	1
14	Метод допоміжної площі	1
15	Метод «подовженої» медіани	1
16	Застосування центральної та осьової симетрії	1
17	Застосування гомотетії та повороту	1
18	Алгебраїчні методи:	
18.1	Метод поетапного розв'язування	1
18.2	Метод рівняння	1
19	Метод координат. Векторний метод	2

№ з/п	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин
20	Методи побудови зображень (позиційні задачі в стереометрії):	
20.1	Метод проєктуючих прямих	2
20.2	Афінне перетворення площин (теорема Польке-Шварца та її наслідки)	2
20.3	Метод січної площини	2
20.4	Метод відповідності	2
20.5	Метод слідів	1

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 200 с.
2. Вірменко Н. О., Ляшко І. І., Шведов К. І. Графіки функцій. Довідник / За ред. І. І. Ляшка.— К.: Наукова думка, 1977.— С. 88–108.
3. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Алгебра. Розв'язування задач і вправ. Навчальний посібник.— К.: Магістр-S, 1977.— 253 с.
4. Гайштут А. Г., Ушаков Р. П. Сборник задач по математике с примерами решений. Для учащихся общеобразовательных школ, лицеев и гимназий.— К.: А.С.К., 2002.— 590 с.
5. Гольдберг Я. Е. С чего начинается решение стереометрической задачи: Пособие для учителя.— К.: Радянська школа, 1990.— С. 117.
6. Дорофеев Г. В. Квадратный трехчлен в задачах.— Львов: Журнал «Квантор», 1991.— 102 с.
7. Жовнір Я. М. Позиційні задачі в стереометрії.— К.: Освіта, 1991.— С. 94.
8. Иржавцева В. П., Федченко Л. Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н. Л. Коломинского.— К., 1988.— 205 с.
9. Клещев В. А. Обобщение метода интервала на тригонометрической окружности // Математика в школе.— 1992.— № 6.— С. 17–18.
10. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа.— М.: Просвещение, 1990.— 416 с.
11. Математика. Великий довідник для школярів та абітурієнтів.— Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2002.— 639 с.
12. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебраїчний тренажер.— Х.: Гімназія, 1998.— 318 с.
13. Нелін Є. П. Методи розв'язування геометричних задач. Додаток до навчального посібника «Геометрія в таблицях».— Харків: Світ дитинства, 1997.— 31 с.

14. Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з геометрії. Навчально-методичний посібник.— К.: Магістр-S, 1998.— 253 с.
15. Пономарев В. С. К решению задач на построение // Математика в школе.— М.: Педагогика, 1982.— С. 67–69.
16. Сатьянов П. Г. Математика 8, 9, 10. Отражение кривых и преобразования формул // Квант.— 1985.— № 1.— С. 29–30.
17. Финкельштейн Л. П. Домашний репетитор. Задачи с модулем. Задачи на построение.— К.: Евроиндекс Лтд, 1995.— 222 с.
18. Финкельштейн Л. П. Уравнения, неравенства и системы в школьном курсе алгебры.— К.: Евроиндекс Лтд, 1995.— 246 с.
19. Чемерис М. В. Построение графиков функций элементарными преобразованиями.— К.: Факт, 1997.— 26 с.

МОДУЛЬ ЧИСЛА

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів

Автори: *Апостолова Галина Вадимівна, професор Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів, кандидат фізико-математичних наук, доцент*

Прокопенко Наталія Сергіївна, головний спеціаліст Міністерства освіти і науки України

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Поняття «модуль числа» вводиться в курсі математики загальноосвітніх навчальних закладів у 6-му класі. Але в подальшому, навіть у програмі для класів з поглибленим вивченням математики, йому приділяється недостатньо уваги. Базові підручники містять лише окремі завдання з модулем. Проте засвоєння поняття модуля числа потрібне не лише для оволодіння алгоритмами арифметичних дій з додатними та від'ємними числами. Воно сприяє формуванню в учнів абстрактного та алгоритмічного типів мислення, логічного мислення розгалуження (при використанні алгебраїчного змісту модуля); пошукової евристичної діяльності (при пошуку раціональних способів розв'язування). Зауважимо, що саме для перевірки рівня розвитку

відповідних типів мислення абітурієнтів до завдань вступних іспитів до політехнічних вищих навчальних закладів, як правило, включають завдання на модуль числа.

Оволодіння навичками розв'язування завдань на модуль числа є необхідною умовою не лише успішного складання вступного іспиту з математики, а й подальшого вивчення курсу вищої математики.

Даний курс пропонується для роботи з учнями 10–11 класів, які раніше не вивчали курс даної тематики або вивчали цю тему поверхово.

У якості основного пропонується посібник [1], успішно апробований з 2001 року у роботі очно-заочних курсів доуніверситетської підготовки НТУУ «КП».

Вивчення курсу розраховано на два навчальні семестри, разом — 34 академічні години, по 1 годині на тиждень протягом одного семестру в 10-му класі та одного семестру в 11-му класі.

Розподіл годин є умовним, тематичне і дидактичне наповнення може коригуватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

Зауваження. Програму узгоджено з програмою курсу за вибором «Розв'язування задач з параметрами» (с. 314), який доцільно проводити паралельно, або по чергово (по півріччю) з даним курсом.

ОРІЄНТОВНЕ ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

ПЕРШИЙ СЕМЕСТР (17 год)

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
1	Алгебраїчне означення модуля числа. Дві найголовніші властивості модуля числа: $ a \geq 0$, $ -a = a $	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> знаходить модуль числа; застосовує властивості модуля для спрощення числових виразів, що містять модулі 	§ 0, 1, 2. Завдання 1–10
2	Квадратний корінь та абсолютна величина числа	<ul style="list-style-type: none"> застосовує властивості модуля для спрощення виразів, що містять радикали 	§ 3. Завдання 11–18

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
3	Геометричний зміст модуля числа. Основні властивості модуля числа	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст модуля; • <i>формулює і доводить</i> властивості модуля числа 	§ 4–5. Завдання 19
4	Найпростіші лінійні рівняння, що містять знак модуля ($ x = a$, $ x - a > b$, $ ax - c = b$, $ ax - c = bx + d$)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i> найпростіші лінійні рівняння з модулями, використовуючи алгебраїчний і геометричний зміст модуля числа; • <i>враховує</i> обмеження на праву частину рівняння $ax - c = bx + d$ 	§ 6. Завдання 20
5	Розв'язування лінійних нерівностей виду $ x - a > b$, $ x - a < b$ з опорою на геометричний зміст модуля	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст нерівностей $x - a > b$, $x - a < b$; • <i>розв'язує</i> лінійні нерівності з модулями, використовуючи їх геометричну інтерпретацію 	§ 7. Завдання 21, 22 (№ 1, 4)
6–7	Лінійні рівняння, що містять модуль під знаком модуля — різні способи розв'язування	<ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i> лінійні рівняння, що містять модуль під знаком модуля; • <i>володіє</i> різними способами розв'язування таких рівнянь 	§ 8. Завдання 23
8–9	Розв'язування рівнянь, що містять суму модулів лінійних виразів, методом інтервалів та із застосуванням геометричної інтерпретації	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст суми двох модулів лінійних виразів; • <i>розв'язує</i> відповідні типи рівнянь 	§ 10 (с. 54–56, 61–64). Завдання № 25 (№ 1–10, 13, 14, 16–23)

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
10–12	Розв'язування нерівностей першого і другого степеня, що містять знаки модуля, різними способами (через алгебраїчний і геометричний зміст модуля і суми модулів, піднесенням нерівності до квадрату, методом інтервалів тощо)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст модуля лінійного виразу, суми модулів лінійних виразів; • <i>розв'язує</i> нерівності із знаками модуля різними способами 	§ 7, 9. Завдання 21; 22; 24 (№ 9–25); 25 (№ 8–50)
13	Систематизація і узагальнення навчальних досягнень учнів з теми «Перетворення графіків функцій»	<ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> графіки функцій відповідно до державної програми з математики; • <i>розрізняє і використовує</i> основні алгоритми перетворення графіків функцій (вдovж осі Ox, Oy; зміни знака перед аргументом і функцією; множення аргументу і функції на число) 	Опорні конспекти № 9–11
14	Побудова графіків функцій виду $y = f(x) $, $y = f(x)$ і ГМТ алгебраїчних виразів $ y = f(x)$; їх переміщення вдovж координатних осей	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> основу відповідних перетворень і алгоритми їхнього здійснення; • <i>використовує</i> їх при розв'язуванні конкретних завдань 	§ 12 (с. 88–99). Опорні конспекти № 12–14. Завдання 28 (№ 1–6, 12, 16–18, 20)
15–16	Побудова ГМТ алгебраїчних рівнянь і нерівностей виразів, що містять $ x $ і $ y $, їх переміщення вдovж координатних осей	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> основу відповідних перетворень і алгоритми їхнього здійснення; • <i>будує</i> відповідні ГМТ на координатній площині 	§ 12 (с. 100–115). Завдання 28 (№ 13–15, 20–23, 25, 26, 30–32, 38, 40, 46, 47)
17	Резервний час		

ДРУГИЙ СЕМЕСТР (17 год)

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
1–2	Повторення основних фактів за I півріччя вивчення курсу	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює властивості модуля числа, геометричний зміст лінійного виразу й суми двох лінійних виразів; • застосовує властивості модуля для спрощення виразів, що містять радикали; • розв'язує рівняння й нерівності, що містять знак модуля; • будує ГМТ алгебраїчних рівнянь і нерівностей, що містять знаки модуля 	Завдання 17 (№ 2), 18 (№ 2), 20 (№ 12–14), 22 (№ 8–10), 23 (№ 6, 17), 25 (№ 5, 6)
3–5	Розв'язування конкурсних алгебраїчних рівнянь і нерівностей, систем рівнянь і нерівностей, що містять символи абсолютної величини, різні методи розв'язування, у тому числі й графічної інтерпретації	<ul style="list-style-type: none"> • застосовує до розв'язування рівнянь і нерівностей з модулями різні методи, у тому числі й графічну інтерпретацію 	§ 13. Завдання № 29 (№ 1), 30, 31 (№ 1–10, 12, 27–29, 38–40)
6	Побудова ГМТ тригонометричних виразів, що містять знак модуля	<ul style="list-style-type: none"> • будує ГМТ тригонометричних виразів, що містять знак модуля; • пояснює алгоритми, на які спираються ці перетворення 	§ 12. Завдання 28 (№ 7–11, 16, 19, 24, 41–44)

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
7	Побудова ГМТ показникових і логарифмічних виразів, що містять знак модуля	<ul style="list-style-type: none"> будує зазначені ГМТ 	§ 12. Завдання 28 (№ 33–39, 45, 48)
8–11	Розв'язування конкурсних тригонометричних, логарифмічних і показникових рівнянь та нерівностей, що містять символи абсолютної величини, різні методи розв'язування	<ul style="list-style-type: none"> застосовує до розв'язування зазначених рівнянь і нерівностей різні методи, у тому числі й графічну інтерпретацію 	§ 13. Завдання 29 (№ 2–7), 31 (№ 11–26, 30–50)
13–16	Розв'язування алгебраїчних рівнянь і нерівностей першого й другого ступенів з параметром, що містять символ абсолютної величини	<ul style="list-style-type: none"> розв'язує зазначені рівняння і нерівності різними способами, в тому числі й за допомогою графічної інтерпретації 	§ 14 (с. 156–162, с. 172–190)
17	Резервний час		

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. Хитромудрий модуль.— К.: Факт, 2006.— 256 с.
2. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 202 с.
3. Голубев В. И. Абсолютная величина числа в конкурсных экзаменах по математике.— Львов: Журнал «Квантор», 1991.
4. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами.— К.: РИА «Текст»; МП «ОКО», 1992.
5. Финкельштейн Л. П. Задачи с абсолютной величиной (модулем).— К.: Освіта, 1997.
6. Шарыгин И. Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике.— М.: Просвещение, 1991.
7. Ясінський В. В. Вибрані конкурсні задачі з математики. Розділ «Алгебра».— К.: КПІ, 1995.
8. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами.— К.: Факт, 2008.— 324 с.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів

Автори: *Апостолова Галина Вадимівна, професор Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів, кандидат фізико-математичних наук, доцент;*

Прокопенко Наталія Сергіївна, головний спеціаліст Міністерства освіти і науки України

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Задачі з параметрами традиційно входять до завдань вступних іспитів з математики до вищих навчальних закладів (зовнішнього оцінювання) і мають на меті перевірку рівня логічного й абстрактного мислення абітурієнтів, здатності до аналізу й узагальнення, необхідних для подальшого навчання у вищих технічних навчальних закладах. Саме тому, що розв'язування задач з параметрами вимагає певного рівня розвитку відповідних типів мислення, формування здатності до роботи з такими завданнями вимагає часу і послідовної роботи з учнями, що майже неможливо за обмежений час останнього року навчання в школі.

Даний курс пропонується для роботи з учнями 10–11 класів, які раніше не вивчали курсу даної тематики або вивчали цю тему поверхово.

Метою курсу (спираючись на посібник [1]) є поступове адаптування учнів до завдань з параметрами, формування в них мислення розгалуження, вміння моделювати і лаконічно й прозоро записувати розв'язання таких задач, формування елементарних навичок роботи з параметрами, а пізніше й пошукового абстрактного мислення, здатності до самостійного моделювання розв'язування складніших задач з параметрами.

У якості основного пропонується посібник [1], успішно апробований з 2001 року у роботі очно-заочних курсів доуніверситетської підготовки НТУУ «КПІ».

Вивчення курсу розраховано на 2 навчальні семестри, разом — 51 академічна година, по 2 години на тиждень протягом одного семестру в 10 класі (або по 1 годині на тиждень протягом начального року в 10 класі) та по 1 годині на тиждень протягом одного семестру в 11 класі).

Розподіл годин є умовним і може коригуватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

Зауваження. Програму узгоджено з програмою курсу за вибором «Модуль числа» (с. 308), який доцільно вивчати паралельно або по чергово (по семестру) з даним курсом.

ОРІЄНТОВНЕ ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

10 КЛАС (34 год)

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
1	Систематизація й узагальнення основних понять про функцію, розв'язування рівнянь виду $2x = a$, $ax = 2$. Поняття про сімейство розв'язків рівняння відносно певної змінної	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>, що таке стала й змінна величини (у даному розгляді), області визначення й значень функції; монотонність, парність і непарність функції; • <i>уміє</i> розв'язувати задачі з параметрами; записувати відповідь до задачі з параметром 	§ 1. Завдання 1
2	Основна символіка теорії множин у записах математичних тверджень	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює і застосовує</i> предикати: \in, \notin, \subset, $\not\subset$, \cup, \cap, \Rightarrow, \Leftrightarrow 	§ 2. Опорні конспекти 1–2. Завдання 2
3–4	Алгоритм розв'язування відносно x лінійного рівняння $kx = c$ і його застосування	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> відповідний алгоритм і <i>застосовує</i> його для розв'язування лінійних рівнянь з одним та декількома параметрами 	§ 3, 4. Опорний конспект 3. Завдання 3, 4
5	Розв'язування лінійних рівнянь, що містять параметр у знаменнику	<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> розв'язувати рівняння відповідного виду 	§ 4. Завдання 4

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
6–7	Розв'язування системи двох лінійних рівнянь з параметрами	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими і <i>застосовує</i> його для розв'язування таких систем 	§ 6. Опорний конспект 7. Завдання 6
8–9	Розв'язування рівнянь з параметрами, що зводяться до лінійних	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> відповідний алгоритм і <i>застосовує</i> його для розв'язування рівнянь з параметрами, що зводяться до лінійних 	§ 7. Завдання 7
10	Алгоритм розв'язування відносно x рівнянь $ax^2 + bx + c = 0$	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> відповідний алгоритм і <i>застосовує</i> його для розв'язування рівнянь з параметрами виду $ax^2 + bx + c = 0$ 	§ 8 (с. 40–43). Опорний конспект 8. Завдання 8 (№ 1–6)
11–13	Квадратні рівняння з параметрами та співвідношення між їх коренями	<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє розв'язувати</i> рівняння відповідного виду 	§ 8 (с. 43–45). Опорні конспекти 8–9. Завдання 8 (№ 7–30)
14–15	Алгоритми розв'язування лінійних нерівностей з параметрами	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> відповідні алгоритми і <i>застосовує</i> їх до розв'язування лінійних нерівностей з одним та декількома параметрами 	§ 9. Опорний конспект 4. Завдання 9
16–17	Квадратні нерівності з параметрами	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> відповідні алгоритми і <i>застосовує</i> їх для розв'язування нерівностей другого степеня з одним та декількома параметрами 	§ 10. Завдання 10

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
18–19	Розв'язування дробово-лінійних нерівностей з параметрами	<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє розв'язувати</i> нерівності відповідного виду 	§ 11 (с. 64–70). Завдання 11 (№ 1–8)
20–22	Розв'язування рівнянь з параметрами, що зводяться до квадратних	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> відповідний алгоритм і <i>застосовує</i> його для розв'язування рівнянь з параметрами, що зводяться до квадратних 	§ 12. Завдання 12
23–25	Прямі, кола і квадратична функція на координатній площині	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст задачі, <i>моделює і здійснює</i> розв'язування відповідних завдань 	§ 5, 13. Опорні конспекти 8–11. Завдання 5, 13
26–28	Розміщення коренів квадратного тричлена відносно числа	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст задачі, <i>моделює і здійснює</i> розв'язування відповідних завдань 	§ 14. Завдання 14
29–30	Розміщення коренів квадратного тричлена відносно інтервалу	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> геометричний зміст завдань на розміщення коренів квадратного тричлена відносно інтервалу і <i>застосовує</i> його для розв'язування таких завдань 	§ 15. Опорний конспект 20. Завдання 15
31–33	Задачі, що зводяться до розміщення коренів квадратного тричлена відносно числа або інтервалу	<ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнає</i> відповідні задачі, <i>здійснює</i> переформулювання їхньої умови й розв'язання 	§ 16. Опорні конспекти 19–21. Завдання 16
34	Резервний час		

11 КЛАС (17 год)

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
1	Повторення й узагальнення навчального матеріалу за курсом 10 класу	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i>, що таке розв'язати задачу з параметром, <i>записує</i> відповідь до задачі з параметром; • <i>знає</i> алгоритми розв'язування лінійних і квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами, системи двох лінійних рівнянь; геометричний зміст взаємного розміщення прямих, кола і параболи, розміщення коренів квадратного тричлена відносно числа 	<p>Опорні конспекти 1–11, 19.</p> <p>Елементи завдань 3–14</p>
2–3	Узагальнення знань учнів з теми «Побудова і перетворення графіків функцій»	<ul style="list-style-type: none"> • <i>зображує</i> ескізи графіків основних алгебраїчних функцій; • <i>пояснює</i> алгоритми перетворення функцій: $y = f(x) \rightarrow y = f(-x)$, $y = -f(x)$, $y = f(x \pm a)$, $y = f(x) \pm a$, $y = a f(x)$, $y = f(ax)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$ 	<p>Опорні конспекти 5–7, 10–18</p>
4–6	Застосування графічної інтерпретації до розв'язування алгебраїчних завдань з параметрами (у тому числі й зі знаком модуля)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> зміст графічної інтерпретації завдань з параметрами, у тому числі і відповідних властивостей модуля числа, суми двох обернених величин, симетрії задачі тощо 	<p>§ 17 (с. 115–121, 123–132).</p> <p>Опорні конспекти 22.</p> <p>Завдання 17 (1–10, 15)</p>

Номер заняття	Тема заняття	Навчальні досягнення учнів	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
7–9	Розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей з параметрами	<ul style="list-style-type: none"> розпізнає опорні задачі і алгоритми, моделює і здійснює розв'язування відповідних задач 	§ 17 (с. 121–125, 133–134); § 18. Завдання 17 (№ 11–12, 14); 18
10–12	Розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей з параметрами	<ul style="list-style-type: none"> розпізнає опорні задачі і алгоритми, моделює і здійснює розв'язування відповідних задач 	§ 17 (с. 113–115); § 19. Завдання 17 (№ 13); 19
13–15	Розв'язування задач з параметрами на використання похідної	<ul style="list-style-type: none"> уміє розв'язувати рівняння відповідного виду 	§ 20. Завдання 20
16	Розв'язування задач на оптимізацію	<ul style="list-style-type: none"> знає і пояснює зміст різних способів розв'язування відповідних задач 	§ 21. Завдання 21
17	Резервний час		

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами.— К.: Факт, 2008.— 324 с.
2. Апостолова Г. В. Хитромудрий модуль.— К.: Факт, 2006.— 256 с.
3. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 202 с.
4. Горштейн П. І., Полонський В. Б., Якір М. С. Задачі з параметрами.— К.: РІА «Текст»; МП «ОКО», 1992.— 290 с.
5. Назаренко О. М., Назаренко Л. Д. Тисяча і один приклад. Рівності і нерівності.— Суми: Слобожанщина, 1994.— 272 с.
6. Фількенштейн Л. П. Домашній репетитор. Вибрані глави конкурсної математики в методах і задачах. Кн. 4. Параметри.— К.: Євроіндекс Лтд, 1995.— 210 с.
7. Ястребинецький Г. А. Задачі з параметрами.— М.: Просвещение, 1986.— 128 с.
8. Лобанова Л. В., Фількенштейн Л. П. Вибрані задачі елементарної математики.— К: Вища школа, 1989.— 115 с.

ГОТУЄМОСЯ ДО ЗНО

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів

Автор: *Апостолова Галина Вадимівна, професор Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів, кандидат фізико-математичних наук, доцент*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс розрахований на два навчальні роки, разом 170 академічних годин, 3 години на тиждень протягом першого року навчання (10 клас) і 2 години на тиждень протягом другого року навчання (11 клас).

Мета курсу — не тільки підготувати учнів випускних класів до ЗНО (вступу до технічних вишів), а й полегшити майбутнім першокурсникам період адаптації до навчання у виші. Як відомо, найважчим для студентів є саме перший рік навчання. За статистикою саме на кінець першого курсу припадає 60–70 % відрахувань з лав студентів.

Проблеми адаптації першокурсників пов'язані насамперед з великою різницею вимог і умов при навчанні у школі та виші. Наприклад, від студентів, порівняно зі школярами, вимагається зовсім інший рівень логічного й абстрактного мислення, вміння тримати увагу (слідкувати за викладкою теоретичного матеріалу не 15–20 хвилин, а протягом пари), вміння самостійно аналізувати лекційний матеріал і формулювати питання, здатності до самостійної роботи з літературою, самоконтролю тощо. Змінюється і насиченість, темп подання лекційного матеріалу (тепер ніхто не деталізує і не пояснює декілька разів алгебраїчні перетворення), а викладання математичних дисциплін відбувається на іншому, значно вищому, рівні абстракції, ніж у школі.

Відмінність між навчальними процесами у школі та вищих навчальних закладах з кожним роком збільшується. Можна піднімати питання про рівень шкільної математичної освіти, а можна подивитись на це питання з іншого боку. У нашій країні відбуваються процеси демократизації в шкільній освіті. Школа відмовляється від примусової форми навчання, у тому числі й з математики. Учні та їхні батьки сьогодні мають вибір, які саме навчальні предмети вивчати на поглибленому рівні. Для цього існують ліцеї, гімназії, класи з поглибленим вивченням певних предметів, у тому числі й математики, а в загальноосвітніх школах — система факультативних занять та курсів за вибором, що супроводжують профільне навчання.

Мета пропонованого курсу — надати можливість якомога більшій кількості школярів такого додаткового навчання, а вчителям — допомогу в організації профільного навчання.

Концепція такої додаткової дворічної освіти особливо актуальна для тих школярів, які з будь-яких причин не навчаються у школі (ліцеї) природничо-математичного напрямку, але мають намір після закінчення школи вступати до технічного вишу.

Перший рік навчання має на меті узагальнення і поглиблення знань учнів з традиційного шкільного курсу математики, тобто формування базових знань, умінь і навичок, необхідних для навчання в технічному виші, у тому числі послідовне опрацювання тем, що сприяють формуванню в учнів мислення розгалуження, абстрактного і графічного мислення, вміння моделювати задачу. Це завдання, що містять модуль числа, задачі з параметрами, побудова і перетворення графіків функцій і ГМТ виразів, геометричні задачі (планіметрія) тощо.

На другому році навчання пропонується продовжити поглиблювати знання учнів з таких тем, як «Задачі з параметром», «Модуль числа», «Перетворення графіків функцій», вивчення яких було розпочато на першому році навчання; приділити увагу елементам стереометрії, застосуванню знань з математичного аналізу, знайомству з певними темами курсу математики, які включено в шкільні програми поглибленого вивчення математики або яким у школі зазвичай приділяється недостатньо уваги.

Зауважимо, що отримані протягом навчання за даною програмою знання учні та абітурієнти можуть застосовувати на ЗНО або при іншій формі вступних іспитів для використання більш раціональних способів розв'язування задач. При цьому основними формулами пропонованого курсу (наприклад, відстань від точки до прямої чи площини, рівняння прямої у відрізках, певні властивості інцентра та ортоцентра трикутника тощо) можна користуватися без доведення.

Особливістю даного курсу є те, що навчання орієнтується на самостійну роботу учнів з літературою. Це сприятиме формуванню в них відповідних типів самостійного мислення, здатності самостійно працювати з літературою. Для цього у програмі зазначено, що саме учню треба повторити до опрацювання певної теми на занятті.

Для опрацювання таких тем, як модуль числа, завдання з параметрами, геометрія тощо, оволодіння якими вимагає від школяра ретельної систематичної роботи, доцільно використати навчально-методичну літературу [1–6]. Це допоможе учню пройти від найпростіших понять і задач певної тематики до завдань, складність яких відповідає рівню II–III частин ЗНО або вступного іспиту з математики до технічного вишу, сприятиме розвитку мислення і особистих якостей, без яких неможливе подальше навчання у виші.

Програму подано у вигляді таблиці, що містить орієнтовний розподіл годин за темами, зміст навчального матеріалу, перелік фактів, які учню пропонується самостійно повторити до початку опрацювання певної теми, основні вимоги до навчальних досягнень учнів після закінчення вивчення теми.

Підкреслимо, що пропонований розподіл годин, як і тематичне наповнення та послідовність вивчення тем є умовними. Вчитель може коригувати їх залежно від потреб і можливостей кожної конкретної групи учнів.

Окрім того зауважимо, якщо учні мають підвищений рівень математичної підготовки, наприклад, завдяки певним факультативним курсам минулих років («Задачі з параметрами», «Модуль числа» тощо), пропонований курс підготовки до ЗНО може бути обмежений одним роком навчання — лише у випускному класі (за рахунок зменшення годинного навантаження або використання програми тільки другого року навчання).

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЬ УЧНІВ

ПЕРШИЙ РІК НАВЧАННЯ

10 КЛАС (всього 102 год, 3 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
6–8	<p>Тема I.1</p> <p>Тотожні перетворення алгебраїчних раціональних та ірраціональних виразів, у тому числі на виділення повного квадрата виразу під коренем. Область визначення виразу. Звільнення від ірраціональності в знаменнику (чисельнику) виразу. Порівняння числових ірраціональних виразів.</p> <p>Поняття НСК і НСД. Ознаки подільності числа. Остача при діленні на число та її властивості.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Формули скороченого множення. Виділення повного квадрата з квадратного двочлена. Властивості пропорції. Дії з алгебраїчними виразами (раціональними та ірраціональними).</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміють розв'язувати задачі зазначеної тематики.</i>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
4–6	<p>Тема I.2</p> <p>Многочлен і його корені. Розкладання многочленів на множники. Теорема Безу. Алгоритм ділення многочленів «куточком». Схема Горнера. Метод невизначених коефіцієнтів. Використання отриманих знань при розв'язуванні задач.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Розкладання алгебраїчних виразів на множники. Розкладання на множники квадратного тричлена. Теорема Вієта. Обернена теорема Вієта.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснюють</i>, що таке: многочлен і його корені, зміст теореми Безу, метод невизначених коефіцієнтів; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
8–10	<p>Тема I.3</p> <p>Множина, елемент множини, підмножина. Поняття про переріз і об'єднання множин, символіка позначень. Поняття про рівносильність і наслідок, символіка позначень. Рівносильність і нерівносильність алгебраїчних перетворень. Два способи розв'язування рівнянь: за допомогою рівносильних перетворень і перетворень-наслідків з подальшою перевіркою коренів. Способи розв'язування рівнянь вищих степенів.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Розв'язання лінійних і квадратних рівнянь та нерівностей. Розв'язання рівнянь вищих степенів за допомогою розкладання на множники.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснюють</i>, що таке: множина, елемент множини, підмножина, переріз і об'єднання множин, рівносильність і наслідок; • <i>розпізнають</i> рівняння вищих степенів і способи їх розв'язування; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
8–10	<p>Тема I.4</p> <p>Поняття: функція, графік функції, область визначення і область значень функції, інтервали монотонності і знакосталості, властивості симетрії функції.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Графіки та основні властивості: лінійних функцій, параболи, кубічної параболи, гіперболи, квадратного кореня з x.</p> <p>Коло, як ГМТ алгебраїчного виразу.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
	Графіки степеневих функцій (з цілим і дробовим показником степеня), дробово-лінійних функцій. Перетворення графіків функцій і ГМТ виразів (у тому числі зі знаком модуля та діленням на функцію). Алгебраїчні співвідношення, що відповідають на координатній площині квадрату, прямокутнику, колу, частині кола.	<p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснюють</i>, що таке функція і графік функції, ГМТ алгебраїчних виразів; • <i>розпізнають і зображують</i> ескізи графіків основних алгебраїчних функцій, <i>описує</i> їхні властивості; • <i>формулюють</i> основні алгоритми перетворення графіків; • <i>розпізнають і зображують</i> ГМТ квадратів, прямокутників, кола та частини кола; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
8–10	<p>Тема I.5</p> <p>Властивості модуля числа та їх використання при розв'язуванні рівнянь і нерівностей, систем рівнянь і нерівностей 1-го та 2-го порядку, їх геометричні образи.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Алгебраїчне означення модуля числа. Обчислення модуля числового виразу. Арифметичний корінь з повного квадрата виразу. Розв'язування алгебраїчних нерівностей методом інтервалів.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулюють</i> основні властивості модуля числа; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
8–10	<p>Тема I.6</p> <p>Поняття сталої та змінної величин, параметра. Що означає розв'язати задачу з параметром.</p> <p>Розв'язування лінійних і квадратних алгебраїчних рівнянь і рівнянь, що зводяться до них, систем таких рівнянь з параметрами, їх геометричні образи.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Розв'язання лінійних і квадратних рівнянь. Графік квадратичної функції та його властивості (координати вершини, інтервали знакосталості, інтервали зростання і спадання, умова існування коренів, вісь симетрії).</p> <p>Система лінійних рівнянь і методи її розв'язування. Розв'язання алгебраїчних нерівностей методом інтервалів.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
	<p>Розміщення коренів квадратного тричлена відносно числа, відносно інтервалу.</p> <p>Розв'язання лінійних та квадратних алгебраїчних нерівностей, систем таких нерівностей з параметрами, їх геометричні образи.</p>	<p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснюють</i>, що таке стала, змінна величини, параметр; що означає розв'язати задачу з параметром; • <i>здійснюють</i> графічну інтерпретацію розміщення коренів квадратного тричлена відносно числа, відносно інтервалу та <i>записують</i> відповідні алгебраїчні співвідношення; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
6–8	<p>Тема I.7</p> <p>Розв'язування текстових задач на складання рівнянь і систем рівнянь (на частки, відсотки, суміші, роботу, рух — прямолінійний і по колу). Геометрична інтерпретація задач на рух декількох об'єктів. Графічна інтерпретація задач на оптимізацію.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Розв'язання текстових задач на рівні вимог ЗОШ. Зміст відсоткового відношення. Знаходження частки від числа і числа за його часткою. Знаходження відсотка від числа і числа за його відсотком. Вираз шляху рівномірного руху тіла через його швидкість і витрачений час.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулюють</i>, що таке частка і відсоток від числа; • <i>здійснюють</i> графічну інтерпретацію задач на рух; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
6–8	<p>Тема I.8</p> <p>Метод координат і вектори на площині (основні опорні факти). У тому числі: способи задання прямої, нормаль до прямої, паралельність і перпендикулярність прямих,</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Відстань між двома заданими точками. Координати середини відрізка. Рівняння прямої і кола. Означення та властивості векторів і дій з ними за програмою ЗОШ.</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
	координати точки, що ділить відрізок у заданому співвідношенні, відстань від точки до прямої.	<p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснюють</i>, що таке вектор, координатне подання вектора; • <i>формулюють</i> основні властивості векторів; • <i>записують</i> рівняння прямої, паралельних, перпендикулярних прямих, нормалі до прямої, формулу для відстані від заданої точки до заданої прямої, координати точки, що ділить відрізок у заданому відношенні; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
8–10	<p>Тема І.9</p> <p>Основні опорні факти і задачі планіметрії (опорні задачі прямокутного трикутника, трапеції, кола, двох дотичних кіл, бісектриса і серединний перпендикуляр до відрізка як ГМТ, властивості ортоцентричного трикутника). Методи розв'язування планіметричних задач: площа як допоміжний елемент, розв'язування задач методом координат і за допомогою векторів, використання симетрії та геометричних перетворень.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Теореми планіметрії за курс ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розпізнають і формулюють</i> основні опорні факти і задачі планіметрії; • <i>розв'язують</i> задачі зазначеної тематики.
30–32	<p>Резервний час</p> <p>Контрольні тематичні зрізи та консультаційні години з опрацювання методичної літератури.</p>	

ДРУГИЙ РІК НАВЧАННЯ
11 КЛАС (всього 68 год, 2 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
8–10	<p>Тема II.1</p> <p>Поняття оберненої функції. Обернені тригонометричні функції та їх графіки. Перетворення тригонометричних виразів (у тому числі з оберненими тригонометричними функціями). Розв'язування тригонометричних рівнянь, нерівностей, систем рівнянь і нерівностей (у тому числі з оберненими тригонометричними функціями, параметрами).</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Уміння будувати й описувати ескізи графіків тригонометричних функцій відповідно до програми ЗОШ. Основні формули тригонометрії відповідно до програми ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • пояснюють, що таке обернені функції; • описують властивості обернених функцій; • зображують ескізи графіків основних і обернених тригонометричних функцій, описують їхні властивості, здійснюють перетворення їхніх графіків; • розв'язують задачі зазначеної тематики.
6–8	<p>Тема II.2</p> <p>Показникова і логарифмічна функції, їхні властивості та графіки.</p> <p>Тотожні перетворення показникових і логарифмічних виразів. Показникові рівняння і нерівності. Степенево-показникові рівняння і нерівності, системи рівнянь і нерівностей (у тому числі з параметрами).</p> <p>Логарифмічні рівняння, нерівності, системи рівнянь і нерівностей (у тому числі з параметрами).</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Поняття логарифма. Поняття показникової і логарифмічної функцій. Логарифм добутку, частки, степеня і кореня. Формула переходу від однієї основи логарифма до іншої. Тотожні перетворення логарифмічних і показникових виразів за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • зображують ескізи графіків показникових та логарифмічних функцій, описують їхні властивості, здійснюють перетворення їхніх графіків; • розв'язують задачі зазначеної тематики.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
2–3	<p>Тема II.3</p> <p>Поняття комплексного числа. Співвідношення між множинами дійсних, раціональних, ірраціональних, цілих, натуральних і комплексних чисел. Дії з комплексними числами. Спрощення алгебраїчних виразів, що містять комплексні числа.</p> <p>Геометрична інтерпретація комплексного числа, тригонометрична форма комплексного числа. Степінь комплексного числа. Формула Муавра.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Означення комплексного числа та дії з ним за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • розв'язують задачі зазначеної тематики.
2–3	<p>Тема II.4</p> <p>Елементи комбінаторики і теорії ймовірностей: комбінаторне правило множення і додавання, перестановки, розміщення, сполучення, біном Ньютона; поняття випадкової події, ймовірність події, підрахунок ймовірності простіших подій.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Елементи комбінаторики і теорії ймовірностей за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • розв'язують задачі зазначеної тематики.
10–12	<p>Тема II.5</p> <p>Елементи стереометрії: основні типи стереометричних задач, методи їх розв'язування, побудова перерізів, комбінації геометричних тіл, перехід між кутами в правильних пірамідах.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Основні опорні факти стереометрії за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • будують нескладні перерізи та розв'язують задачі на обчислення їхньої площі; • зображують стереометричні фігури та їх комбінації відповідно до правил паралельного проектування; • розв'язують задачі зазначеної тематики.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
4–6	<p>Тема II.6</p> <p>Вектори і координати у просторі та дії над ними, рівняння сфери, площини, прямої; рівняння нормалі до площини; кут між площинами як кут між їхніми нормальними; відстань від точки до площини. Застосування векторів і методу координат при розв'язуванні задач стереометрії.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Основні опорні факти про вектори і координати у просторі за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> розв'язують задачі зазначеної тематики.
4–6	<p>Тема II.7</p> <p>Числові послідовності і способи їх задання, обмежені і необмежені, монотонні послідовності, збіжність монотонної послідовності, арифметичні і геометричні прогресії, їх властивості; границя числової послідовності, поняття про еквівалентні нескінченно малі величини, «золоті» границі, обчислення границь послідовностей, метод математичної індукції.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Поняття послідовності, її властивості, арифметична і геометрична прогресії за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> розв'язують задачі зазначеної тематики.
2–3	<p>Тема II.8</p> <p>Границя функції в точці, похилі, горизонтальні і вертикальні асимптоти кривої, поняття про неперервність функції в точці, неперервність функції на відрізку.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Поняття границі, асимптоти, неперервності функції за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> розв'язують задачі зазначеної тематики.
8–9	<p>Тема II.9</p> <p>Задачі, що приводять до поняття похідної, геометричний та механічний зміст похідної, диференціал функції, диференційованість функції,</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i></p> <p>Поняття похідної, її фізичний та геометричний зміст і властивості; таблиця похідних елементарних функцій; рівняння дотичної; критичні точки; точки екстремуму;</p>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Опорні факти і вміння, якими мають володіти учні до початку вивчення теми, та навчальні досягнення учнів
	<p>похідна суми, добутку та частки, складеної та оберненої функцій, похідні елементарних функцій (приклад обчислення і таблиця), поняття про похідні вищих порядків; рівняння дотичної до графіка функції; необхідні і достатні умови існування екстремуму функції, точок перегину; дослідження функцій на монотонність, екстремуми, опуклість, точки перегину, найменше і найбільше значення на відрізку, застосування похідної до наближених обчислень елементарних функцій.</p>	<p>найбільше і найменше значення функції на відрізку за програмою ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • розв'язують задачі зазначеної тематики.
4–6	<p>Тема II.10 Первісна та її властивості, невизначений і визначений інтеграл, їх геометричний зміст, наближене обчислення визначених інтегралів (метод прямокутників і трапецій); формула Ньютона — Лейбніца; основні методи інтегрування (методи розкладання та підстановки, інтегрування частинами); застосування інтеграла до розв'язування геометричних задач на обчислення площ і об'ємів, фізичних задач на обчислення шляху і роботи змінної сили.</p>	<p><i>Опорні факти і вміння</i> Поняття первісної та її властивості. Невизначений і визначений інтеграл. Обчислення площі за допомогою визначеного інтеграла — відповідно до програми ЗОШ.</p> <p><i>Навчальні досягнення учнів:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • розв'язують задачі зазначеної тематики.
18–20	<p>Резервний час Контрольні тематичні зрізи та консультаційні години на опрацювання методичної літератури</p>	

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами.— К.: Факт, 2008.— 324 с.
2. Апостолова Г. В. Хитромудрий модуль.— К.: Факт, 2006.— 256 с.
3. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: Факт, 1997.— 202 с.
4. Апостолова Г. В. Геометрія старшокласникам і абітурієнтам. Готуємося до ЗНО.— К.: Грамота, 2010.— 116 с.
5. Апостолова Г. В. Працюємо на множині цілих чисел.— К.: Грамота, 2010.— 116 с.
6. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С. Учимося решать задачи по началам анализа.— К.: Магістр-S, 1998.— 416 с.
7. Сканаві М. І. Збірник задач з математики для вступників до ВТУЗів.— К.: Вища школа, 1992.— 528 с.
8. Тести абітурієнтам. Математика. 5–12 класи / В. І. Лагно, О. А. Москаленко, В. О. Марченко та ін.— К.: Академвидав, 2009.— 320 с.

ФАКУЛЬТАТИВНИЙ КУРС З ГЕОМЕТРІЇ**Програма факультативного курсу для учнів 11 класів**

Автори: *Веретільник Олена Петрівна, вчитель математики Канівської загальноосвітньої школи I–III ступенів № 4 Канівської міської ради Черкаської області;*

Хабарова Марія Миколаївна, вчитель математики Канівської загальноосвітньої школи I–III ступенів № 4 Канівської міської ради Черкаської області;

Шатило Галина Іванівна, вчитель математики Канівської гімназії ім. І. Франка Канівської міської ради Черкаської області

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс призначений для учнів 11 класу, які вивчають математику на рівні стандарту або академічному, і розрахований на 35 годин.

Мета курсу — систематизація та узагальнення знань, одержаних у процесі вивчення геометрії у 7–10 класах, повторення основних опорних фактів і методів розв'язування задач.

Завдання курсу:

- сприяти систематизації та узагальненню знань, умінь і навичок з геометрії, необхідних у повсякденному житті і трудовій діяльності, достатніх для продовження освіти;
- підвищувати математичну культуру, розвивати логічне, абстрактне мислення, просторову уяву учнів;
- розвивати здібності учнів до розв'язування задач з геометрії;
- підготувати учнів до державної підсумкової атестації та ЗНО.

Програма даного курсу структурована відповідно до послідовності вивчення основних тем шкільного курсу геометрії та концентрує увагу учнів на основних поняттях і методах розв'язування геометричних задач.

Заняття доцільно будувати таким чином, щоб основний навчальний час використовувався для актуалізації опорних фактів і розв'язування геометричних задач, а теоретичний матеріал повторювати з використанням опорних таблиць та узагальнюючих схем.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ, ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	Тема 1. Геометричні фігури та їх властивості. Аксиоми планіметрії. Найпростіші геометричні фігури на площині. Градусна та радіанна міра кута.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • називає аксіоми планіметрії; • характеризує геометричні фігури на площині та їх властивості; • пояснює властивості трикутників, чотирикутників, правильних многокутників, кутів; • розв'язує задачі на доведення, обчислення, дослідження та побудову, описує побудову і дослідження.
3	Тема 2. Трикутники. Вписані та описані трикутники. Теорема Піфагора та її наслідки. Тригонометричні функції кута. Розв'язування трикутників.	Учень (учениця): <ul style="list-style-type: none"> • називає властивості вписаного та описаного кіл; • характеризує ознаки трикутників; • пояснює знаходження невідомих елементів за допомогою тригонометричних функцій; • знаходить невідомі елементи за відомими радіусами вписаних і описаних кіл; • використовує теореми Піфагора, синусів, косинусів для розв'язування трикутників; • описує побудову вписаного та описаного кола.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	Тема 3. Коло і круг. Вписані та описані многокутники. Довжина кола та його частин.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • називає означення кола та круга; • описує побудову правильних многокутників; • характеризує властивості елементів многокутників; • пояснює застосування вписаного і центрального кута; • розв'язує задачі на знаходження елементів многокутників.
5	Тема 4. Площі геометричних фігур.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • знає формули площ фігур, пояснює їх; • розв'язує задачі на обчислення площ і знаходження елементів фігур за відомою площею.
2	Тема 5. Декартові координати на площині і в просторі. Рівняння прямої і кола.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • називає координати точки в просторі та на площині, рівняння прямої і кола; • пояснює види рівняння прямої; • наводить приклади рівнянь кіл; • розв'язує задачі алгебраїчним методом.
3	Тема 6. Вектори на площині і в просторі.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • знає означення вектора; • наводить приклади векторів; • характеризує властивості колінеарних, перпендикулярних, рівних векторів; • виконує дії над векторами; • розв'язує задачі векторним методом.
3	Тема 7. Аксиоми стереометрії. Взаємне розташування прямих і площин.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулює аксиоми стереометрії; основні теореми і ознаки стереометрії; • характеризує взаємне розміщення прямих і площин у просторі; • застосовує ознаки розміщення прямих і площин при доведенні задач; • наводить приклади паралельних і перпендикулярних прямих та площин.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
4	Тема 8. Побудови у просторі. Правила проектування. Методи побудови перерізів многогранників.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє</i> зображувати геометричні фігури та їх елементи на площині; • <i>пояснює</i> правила паралельного проектування; • <i>будує</i> многогранники, тіла обертання та їх перерізи.
2	Тема 9. Геометричні величини. Відстані в просторі. Кути між прямою і площиною, між площинами.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>називає</i> означення відстані від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, паралельними прямими, мимобіжними прямими; • <i>характеризує</i> властивості відстаней і кутів у просторі; • <i>розв'язує</i> задачі на знаходження відстаней, кутів між прямою і площиною, між площинами.
2	Тема 10. Площі поверхонь і об'єми.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає і використовує</i> формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів; • <i>розв'язує</i> задачі на обчислення площ поверхонь та об'ємів многогранників і тіл обертання.
3	Тема 11. Комбінації геометричних тіл, побудова та обчислення площ перерізів многогранників і тіл обертання.	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> означення основних елементів; • <i>виділяє</i> основні елементи в умові задачі; • <i>пояснює</i> використання формул; • <i>обґрунтовує</i> основні побудови при зображенні комбінації тіл і побудові перерізів; • <i>розв'язує</i> задачі на побудову та обчислення площ перерізів многогранників і тіл обертання; на комбінацію геометричних тіл.

ЛІТЕРАТУРА

1. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 11 клас: У 2 кн. / М. І. Бурда, О. Я. Біляніна, О. П. Вашуленко та ін.— Х.: Гімназія, 2008.
2. Довідник зі змісту, типів та методів розв'язування екзаменаційних завдань з математики. Ч. 2. Геометрія / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, В. О. Тадеєв, Г. М. Янченко.— Тернопіль: Підручники і посібники, 1998.
3. Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з геометрії. Навч.-метод. посібник.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2002.
4. Навчальні програми з математики Міністерства освіти і науки України для 10–11 класів профільної школи.
5. Роганін О. М., Каплун О. І. Математика: Практичний довідник.— 2-е вид., випр.— Харків: Весна, 2009.
6. Тест-контроль. Математика. Поточне, тематичне та річне оцінювання / За ред. Є. П. Неліна.— Харків: Весна, 2009.

ПОГЛИБЛЕНЕ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

- Ціла і дробова частини числа (10 або 11 класи)
- Вища математика (10–11 класи)
- Введення у фрактальний аналіз (11 клас)
- Елементи стохастики (11 клас)
- Комплексні числа та їх застосування (11 клас)

ЦІЛА І ДРОБОВА ЧАСТИНИ ЧИСЛА

Програма курсу за вибором для учнів 10 (11) класів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах математичного, фізико-математичного, універсального профілів)

Автор: *Апостолова Галина Вадимівна, професор Київського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів, кандидат фізико-математичних наук, доцент*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Поняття цілої (антьє) і дробової (мантиси) частин числа та розв'язування задач на використання їхніх властивостей не розглядаються в курсі математики загальноосвітніх навчальних закладів.

Мета курсу — поглибити й розширити знання учнів з математики, сприяти формуванню в них математичного мислення, зацікавленості математичними методами дослідження, профорієнтації та підготовці до математичних змагань.

Завдання курсу — провести учнів від означення антьє і мантиси числа, вивчення їхніх властивостей, найпростіших завдань з цієї тематики до задач конкурсного та олімпіадного рівнів, використання понять цілої і дробової частин числа у задачах на подільність.

Програма даного курсу за вибором може бути використана у загальноосвітніх середніх навчальних закладах, закладах нового типу, класах з поглибленим вивченням математики (за умови різного рівня дидактичного наповнення). У квадратних дужках зазначено навчальний матеріал і вимоги до учнів класів з поглибленим вивченням математики.

Курс розрахований на 17 академічних годин (1 година на тиждень протягом одного семестру).

Розподіл годин є умовним, тематичне і дидактичне наповнення може коригуватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

У якості основного пропонується посібник [1], апробований у роботі очно-заочних курсів доуніверситетської підготовки НТУУ «КПІ».

Вимоги до навчальних досягнень учнів після вивчення курсу:

- формулювати означення антьє і мантиси числа;
- пояснювати геометричну інтерпретацію антьє і мантиси числа, найпростіших рівнянь і нерівностей та їх значення;
- формулювати [і доводити] основні властивості антьє і мантиси числа;
- розв'язувати нескладні рівняння й нерівності зі знаками антьє і мантиси числа;

- зображувати на координатній площині множину точок, що відповідає рівнянням [і нерівностям] зі знаками антьє і мантиси, [використовувати їх для розв'язування задач зі знаками антьє і мантиси];
- [розв'язувати нескладні задачі на подільність із використанням поняття цілої частини числа].

ОРІЄНТОВНЕ ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Тема заняття	Орієнтовний матеріал за посібником [1]
1–2	Означення антьє і мантиси числа. Найпростіші вправи на обчислення значень антьє і мантиси числа, їх геометричний зміст	§ 1
3–4	Основні властивості антьє і мантиси числа	§ 2
5–8	Розв'язування алгебраїчних рівнянь зі знаками цілої і дробової частин числа	§ 3 (с. 24–39, [46–62])
9–10	Розв'язування тригонометричних рівнянь зі знаками цілої і дробової частин числа	§ 3 (с. 39–42, [43–46])
11–12	Розв'язування нерівностей зі знаками цілої і дробової частин числа	§ 4 (с. 63–69, [70–73])
13–15	Антьє і мантиса на координатній площині	§ 5 (с. 74–86, [87–93])
16	Антьє в задачах на подільність	§ 6 (с. 94–97, [98–110])
17	Резерв часу [Розв'язування олімпіадних задач]	[§ 7]

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Антьє і мантиса числа.— К.: Факт, 2006.— 128 с.
2. Апостолова Г. В., Панкратова І. Є., Фінкельнштейн Л. П. Ціла і дробова частина числа.— К.: Факт, 1996.— 97 с.
3. Сарана О. А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч.— Житомир: ЖДПУ, 2002.— 298 с.
4. Сарана О. А., Ясінський В. В. Конкурсні задачі підвищеної складності з математики.— К.: НТУУ «КПІ», 2005.— 372 с.

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Програма курсу за вибором для учнів 10–11 класів

Автор: *Морозов Олександр Валерійович, учитель математики Житомирського міського ліцею при Житомирському державному технологічному університеті*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета курсу — поглиблення та розширення знань учнів з математики, забезпечення належного рівня їх математичної підготовки та культури, необхідного для подальшого продовження освіти у вищих навчальних закладах, успішної майбутньої професійної діяльності, самореалізації та повноцінної участі в повсякденному житті.

Основне завдання курсу — ознайомити учнів з окремими теоретичними положеннями вищої математики та сформулювати в них уміння й навички розв'язування деяких типів задач. Це сприятиме глибшому розумінню шкільного курсу математики, дозволить навчити учнів розв'язувати ряд задач прикладного спрямування.

Програму курсу складено на основі стандартної програми з вищої математики для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів та передбачає швидке адаптування учнів до навчання у вишах.

Характеристика структури навчальної програми

Курс розрахований на 140 годин, по 70 годин у 10-му і 11-му класах протягом 2 годин на тиждень. Програму подано в табличній формі, що містить зміст навчального матеріалу та вимоги до навчальних досягнень учнів. Зміст навчального матеріалу структурований за розділами, для кожного розділу визначено орієнтовну кількість годин.

У 10-му класі вивчаються два розділи.

Розділ I «Елементи лінійної алгебри» передбачає ознайомлення учнів з аксіоматичною будовою теорії натуральних чисел; методом математичної індукції та його застосуванням; видами алгебраїчних структур; полем комплексних чисел, діями з ними; геометричною інтерпретацією; алгебраїчною, тригонометричною, показниковою формами; матричним численням; методами обчислення визначників; теорією розв'язування систем лінійних рівнянь та її застосуванням до задач економічного змісту.

Розділ II «Елементи аналітичної геометрії» призначений для ознайомлення учнів з елементами векторної алгебри на площині та в тривимірному

просторі; поняттями багатовимірності простору, базису векторного простору; видами та властивостями кривих і поверхонь другого порядку.

В 11-му класі опрацьовуються чотири розділи.

У розділі III «Елементи диференціального числення» учні ознайомляться з поняттями функції однієї та багатьох змінних; поняттям границі послідовності та функції, властивостями границь; поняттям неперервності функції в точці і на проміжку, дослідженням елементарних та неелементарних функцій на неперервність; поняттям похідної явно, неявно і параметрично заданої функції, диференційованості функції; правилами диференціювання; застосуванням похідної до розв'язування задач геометрії, фізики, економіки; поняттям диференціала, застосуванням диференціала до наближених обчислень; дослідженням функції та побудовою графіків, елементами теорії поля (похідна за напрямом, градієнт).

Розділ IV «Елементи інтегрального числення» призначений для опрацювання такого навчального матеріалу: поняття первісної та невизначеного інтеграла; правила знаходження первісних; властивості невизначеного інтеграла; методи інтегрування (безпосереднє інтегрування, внесення під знак диференціала, заміна, за частинами); інтегрування деяких функцій (квадратного тричлена, раціональних дробів, деяких ірраціональних та тригонометричних виразів, диференціальних біномів); деякі інтеграли, що не виражаються через елементарні функції; поняття визначеного інтеграла; формула Ньютона — Лейбніца; застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання; наближене обчислення визначеного інтеграла (формула Сімпсона); поняття невластеного інтеграла.

У розділі V «Елементи теорії диференціальних рівнянь» вивчаються поняття диференціального рівняння; задача Коші, загальний та частинний розв'язки; деякі види диференціальних рівнянь та методи їх розв'язування (диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними, лінійні диференціальні рівняння першого порядку, рівняння Бернуллі; диференціальні рівняння вищих порядків, розв'язні в квадратурах, диференціальні рівняння другого порядку виду $f(x, y', y'')=0$ і $f(y, y', y'')=0$.

Розділ VI «Елементи теорії ймовірності» передбачає ознайомлення учнів з поняттям події; видами подій; діями над подіями; поняттям простору елементарних подій, повною групою подій; класичним, геометричним і статистичним означеннями ймовірності; теоремами додавання та множення подій; поняттям умовної ймовірності; формулами повної ймовірності та Байєса.

Особливості організації навчання

Курс спрямований на розвиток стійкого пізнавального інтересу учнів до математики, що забезпечується достатньою кількістю задач, у тому числі прикладного змісту з евристичним навантаженням, та відповідним історичним матеріалом. Не слід занадто занурюватись в теоретичний аспект змісту програми, намагаючись повністю довести всі запропоновані математичні твердження. Головна мета — ознайомити учнів з практичним застосуванням набутих знань до розв'язування певних видів задач вищої математики. Пропонований курс у жодному разі не повинен замінити систематичний курс, що викладається у вищих навчальних закладах — він є тільки пропедевтичним, первинним ознайомленням з деякими елементами вищої математики, демонстрацією їх прикладного значення.

У зв'язку з широким використанням інформаційно-комп'ютерних технологій в навчальному процесі при вивченні курсу доцільно використовувати існуючі програмні засоби GRAN, MathCAD тощо на етапі закріплення знань. Наприклад, при розв'язуванні задач прикладного змісту, коли навички виконання певних дій відпрацьовані, з метою економії навчального часу можна використати зазначені програмні засоби, зокрема обчислити визначник 5-го порядку за допомогою програми MathCAD або перевірити правильність наближеного обчислення визначеного інтеграла за допомогою програми GRAN. Таке використання інформаційних технологій сприятиме не тільки розвитку комп'ютерної культури учнів, а й формуванню та закріпленню вмінь використовувати обчислювальну техніку для побудови математичних моделей реальних процесів.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
10 КЛАС		70
1	Елементи лінійної алгебри	36
2	Елементи аналітичної геометрії	34
11 КЛАС		70
3	Елементи диференціального числення	32
4	Елементи інтегрального числення	18
5	Елементи теорії диференціальних рівнянь	8
6	Елементи теорії ймовірності	12
	РАЗОМ	140

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

10 КЛАС (всього 70 год, 2 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
36	<p>Розділ І. Елементи лінійної алгебри</p> <p>Аксиоматична будова теорії натуральних чисел, аксіоми Пеано. Поняття про індукцію і дедукцію. Метод математичної індукції, його застосування. Поняття про поле комплексних чисел. Форми комплексних чисел. Зображення комплексних чисел. Формула Ейлера. Зв'язок між різними формами комплексного числа. Дії з комплексними числами, формула Муавра. Корінь з комплексного числа. Матриці та визначники. Мінори та алгебраїчні доповнення до елементів визначника. Властивості визначників. Дії з матрицями. Методи обчислення визначників. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Критерій Кронекера — Капеллі. Метод Гауса розв'язування систем лінійних рівнянь. Невизначені системи. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь, метод Крамера. Застосування систем лінійних рівнянь до розв'язування задач економічного змісту:</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – аксіоми Пеано; – формулювання та доведення принципу математичної індукції; – означення групи, кільця, поля; – означення комплексного числа в алгебраїчній, тригонометричній і показниковій формах; – означення матриці, розмірності, види матриць; – означення визначника матриці; властивості визначників; – означення мінору та алгебраїчного доповнення; – означення рангу; – поняття сумісності системи рівнянь; матриці системи, розширеної матриці системи; – формулювання критерію сумісності системи рівнянь; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – застосовувати метод математичної індукції для доведення тотожностей, кратності, нерівностей, властивостей послідовностей; – зображувати комплексні числа, виконувати з ними арифметичні дії, підносити до степеня, добувати корінь; – виконувати дії з матрицями, в тому числі знаходити обернену матрицю; – обчислювати визначники; – знаходити ранг матриці; – розв'язувати системи лінійних рівнянь методом Гауса, за формулами Крамера, матричним способом;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	задача на визначення собівартості продукції, визначення обсягу випуску продукції при заданих витратах сировини, задача на складання плану перевезень продукції з мінімальними витратами, лінійна модель обміну (модель міжнародної торгівлі), модель Леонтьєва багатогалузевої економіки (збалансованої торгівлі).	<ul style="list-style-type: none"> – розв’язувати невизначені системи; – застосовувати системи лінійних рівнянь для розв’язування задач економічного змісту.
34	<p>Розділ II. Елементи аналітичної геометрії</p> <p>Вектори. Дії з векторами. Колінеарні, компланарні вектори. Орт вектора, напрямні косинуси. Лінійно залежні і незалежні системи векторів. Векторний базис. Вимір простору, простори R^1, R^2, R^3, геометричне тлумачення. Векторний добуток векторів, властивості, геометричний зміст. Мішаний добуток векторів, властивості, геометричний зміст. Рівняння прямої на площині: параметричне, загальне рівняння, з кутовим коефіцієнтом, через дві точки. Геометричний зміст коефіцієнтів. Основні задачі з прямою на площині: напрямний вектор прямої, вектор нормалі, нормальне рівняння прямої, відстань від точки до прямої, кут між прямими, умови</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – означення векторної та скалярної величини; абсолютної величини вектора; координат вектора; рівності векторів; – геометричний і координатний критерії рівності векторів; – означення суми, різниці векторів, добутку вектора на число, скалярного добутку та їх властивості; – означення колінеарних і компланарних векторів; – геометричний і координатний критерії колінеарності векторів; – поняття орта вектора та напрямних косинусів; – поняття лінійно залежної та лінійно незалежної систем векторів, векторного базису; – поняття про вимір простору, простори R^1, R^2, R^3; – означення векторного добутку, властивості векторного добутку, геометричний зміст;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>взаємного розташування двох прямих, рівняння прямої у відрізках на осях. Рівняння площини у просторі. Загальне рівняння площини. Інші випадки рівнянь площини: через три точки, через точку паралельно двом заданим векторам, через дві точки паралельно даному вектору, розміщення площини в просторі R^3. Основні задачі на площину: вектор нормалі до площини, нормальне рівняння площини, відстань від точки до площини, кут між площинами, умови взаємного розташування площин.</p> <p>Рівняння прямої у просторі: перетином двох площин, через дві точки, канонічне. Кут між прямою та площиною. Основні задачі. Криві на площині (лінії II порядку): еліпс, гіпербола, парабола. Поверхні у просторі: циліндрична, конічна, поверхні обертання. Класифікація поверхонь II порядку: еліпсоїд, однопорожнинний і двопорожнинний гіперболоїд, еліптичний і гіперболічний параболоїд.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – означення мішаного добутку векторів, властивості мішаного добутку, геометричний зміст; – рівняння прямої на площині: параметричне, загальне рівняння, нормальне рівняння, з кутовим коефіцієнтом, через дві точки, у відрізках на осях, геометричний зміст коефіцієнтів; – поняття напрямного вектора прямої, вектора нормалі; – умови взаємного розміщення прямих, формулу відстані від точки до прямої; – рівняння площини в просторі R^3: загальне, через три точки, через дві точки паралельно двом даним векторам, через дві точки паралельно даному вектору, нормальне; – розміщення площини в просторі R^3, умови взаємного розміщення двох площин; – поняття вектора нормалі до площини, формули відстані від точки до площини, кута між площинами; – рівняння прямої у просторі: перетином двох площин, через дві точки, канонічне; – формулу кута між прямою та площиною; – означення кривої другого порядку; – означення, числові характеристики, властивості, канонічне рівняння еліпса, гіперболи, параболи; – поняття про поверхні другого порядку: циліндричну, конічну, поверхні обертання; класифікацію поверхонь другого порядку;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – визначати координати вектора, довжину вектора через координати; – виконувати додавання, віднімання, множення вектора на число, знаходити скалярний добуток векторів, кут між векторами; – визначати, чи є вектори колінеарними, перпендикулярними, компланарними; – знаходити орт вектора, напрямні косинуси; – визначати, чи утворюють вектори векторний базис; – записувати розклад вектора за базисними векторами в просторах R^2, R^3 та зображувати його геометрично; – визначати координати вектора в базисі векторів; – знаходити векторний добуток та використовувати його для знаходження площ паралелограма, трикутника, визначення колінеарності векторів; – знаходити мішаний добуток векторів та використовувати його для знаходження об'ємів паралелепіпеда, тетраедра; – записувати рівняння прямої: параметричне, нормальне, загальне, з кутовим коефіцієнтом, через дві точки, у відрізках на осях; – визначати координати напрямного вектора прямої, вектора нормалі, кут між прямими, відстань від точки до прямої; – з'ясовувати питання про взаємне розміщення прямих;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> – записувати рівняння площини в просторі R^3: загальне, через три точки, через дві точки паралельно двом даним векторам, через дві точки паралельно даному вектору, нормальне; – визначати координати вектора нормалі до площини, кут між площинами, відстань від точки до площини; – з'ясовувати питання про взаємне розміщення двох площин; – записувати рівняння прямої у просторі; – знаходити кут між прямою та площиною; – перетворювати рівняння другого степеня на канонічне рівняння кривої другого порядку, визначати вид кривої; – за заданим канонічним рівнянням поверхні другого порядку визначати вид поверхні.

11 КЛАС (всього 70 год, 2 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
32	<p>Розділ III. Елементи диференціального числення</p> <p>Поняття функції, її властивості і способи задання. Типи аналітичного задання функції (явно, неявно, параметрично). Функції багатьох змінних. Послідовність. Її властивості (монотонність, обмеженість) і способи задання. Границя числової послідовності. Число e. Перша і друга визначні границі.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>: – означення функціональної залежності; – способи задання функції; способи аналітичного задання функції; – що таке функції багатьох змінних; – означення послідовності у функціональному та множинному розумінні; способи задання послідовності; властивості послідовностей; – означення границі числової послідовності, геометричну інтерпретацію;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Основні типи невизначеностей та їх розкриття. Однобічні границі. Неперервність функції в точці. Перевірка функції на неперервність. Точки розриву та їх класифікація. Вертикальні асимптоти. Похідна явної функції. Геометричний та механічний зміст. Таблиця похідних. Правила диференціювання (похідна складеної та оберненої функції). Похідна неявно та параметрично заданої функції. Правило Лопітала. Диференціал функції. Зв'язок диференціала і похідної. Використання диференціала для наближених обчислень. Дослідження функцій та побудова графіків.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – означення числа e, означення першої і другої визначної границі; – означення однобічних границь; – означення неперервності; – означення похідної; – необхідну умову диференційованості функції; геометричний та фізичний зміст; – таблицю похідних основних елементарних функцій; – правила диференціювання; – правило знаходження похідної показниково-степеневі функції; – правила знаходження похідної неявно та параметрично заданої функції; – правило Лопітала для розкриття невизначеностей; – означення диференціала функції; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – розкривати невизначеності виду $\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right], [\infty - \infty], [0 \cdot \infty], [1^\infty], [0^0], [0^\infty]$; – досліджувати елементарні та неелементарні функції на неперервність, класифікувати точки розриву; знаходити вертикальні, похилі та горизонтальні асимптоти; – знаходити похідні функції, заданої явно (в тому числі показниково-степеневі), неявно, параметрично; – знаходити частинні похідні функції двох змінних;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> – знаходити диференціал функції, застосовувати диференціал до наближених обчислень; – виконувати повне дослідження функції та будувати за ним графік.
18	<p>Розділ IV. Елементи інтегрального числення</p> <p>Первісна функції та невизначений інтеграл. Властивості інтегралів. Таблиця невизначених інтегралів. Найпростіші методи інтегрування (розклад підінтегральної функції в суму, внесення під знак диференціала). Інтегрування за частинами. Визначений інтеграл та його застосування.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає:</i> <ul style="list-style-type: none"> – означення первісної функції на проміжку; – означення невизначеного інтеграла; – поняття інтегрованості функції, достатню умову інтегрованості; – правила знаходження первісних, властивості невизначеного інтеграла, таблицю невизначених інтегралів; – означення визначеного інтеграла, його геометричний зміст; – формулу Ньютона — Лейбніца; – формули площі фігури та об'єму тіла обертання; • <i>має уявлення</i> про інтеграли, що не виражаються через елементарні функції; • <i>уміє:</i> <ul style="list-style-type: none"> – визначати, чи є функція первісною до даної на даному проміжку; – шукати первісну функції; – шукати первісну, що задовольняє певну умову; – шукати невизначений інтеграл, використовуючи найпростіші методи інтегрування (розклад підінтегральної функції в суму, внесення під знак диференціала) та методи заміни, інтегрування за частинами; – шукати площу плоскої фігури та об'єм тіла обертання за допомогою визначеного інтеграла.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
8	<p>Розділ V. Елементи теорії диференціальних рівнянь</p> <p>Загальні положення. Задача Коші. Диференціальні рівняння першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні. Лінійне диференціальне рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків, розв'язні в квадратурах. Диференціальні рівняння другого порядку $f(x, y', y'') = 0$ і $f(y, y', y'') = 0$.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i> означення диференціального рівняння; • <i>має уявлення</i> про задачу Коші, загальний та частинний розв'язки; • <i>уміє розв'язувати</i>: <ul style="list-style-type: none"> – диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними; – однорідні диференціальні рівняння; – лінійні рівняння першого порядку; – диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають розв'язання в квадратурах; – диференціальні рівняння другого порядку $f(x, y', y'') = 0$ і $f(y, y', y'') = 0$.
12	<p>Розділ VI. Елементи теорії ймовірностей</p> <p>Предмет теорії ймовірностей. Події: класифікація, простір елементарних подій. Повна група подій. Класичне, геометричне, статистичне означення ймовірності. Застосування формул комбінаторики для обчислення ймовірності. Теореми додавання і множення ймовірностей. Умовна ймовірність. Ймовірність появи події принаймні один раз в n незалежних випробуваннях. Формула повної ймовірності, формула Байєса (переоцінка гіпотез). Схема Бернуллі (закон великих чисел).</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>знає</i>: <ul style="list-style-type: none"> – означення події; види подій; <i>має уявлення</i> про простір елементарних подій та повну групу подій; – класичне, геометричне, статистичне означення ймовірності; – означення умовної ймовірності; – формулювання та доведення теорем додавання (несумісних і сумісних подій) та множення (незалежних і залежних подій); – формули повної ймовірності; Байєса; ймовірності появи події принаймні один раз в n незалежних випробуваннях; – схему Бернуллі; • <i>уміє</i>: <ul style="list-style-type: none"> – обчислювати класичну, геометричну та статистичну ймовірність; – використовувати формули комбінаторики для обчислення ймовірності;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> – використовувати теореми додавання та множення до розв'язування задач; – розв'язувати задачі на використання формул повної ймовірності, Байеса, ймовірності появи події принаймні один раз в n незалежних випробуваннях; схеми Бернуллі.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
10 КЛАС (70 год)		
Розділ I. Елементи лінійної алгебри (36 год)		
1–2		Аксиоматична будова теорії натуральних чисел, аксіоми Пеано
3–6		Метод математичної індукції, його застосування. Самостійна робота
7–8		Поняття про алгебраїчні операції та алгебраїчні структури. Група, кільце, поле
9–12		Поняття про поле комплексних чисел. Форми комплексних чисел. Зображення комплексних чисел. Формула Ейлера. Зв'язок між різними формами комплексного числа
13–16		Дії з комплексними числами, формула Муавра. Корінь з комплексного числа. Самостійна робота
17–20		Матриці та визначники. Мінори і алгебраїчні доповнення елементів визначника. Властивості визначників. Дії з матрицями
21–24		Самостійна робота. Методи обчислення визначників
25–28		Самостійна робота. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Критерій Кронекера — Капеллі
29–30		Метод Гауса розв'язування систем лінійних рівнянь. Невизначені системи
31–32		Розв'язування вправ. Самостійна робота

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
33–34		Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь, метод Крамера
35–36		Контрольна робота № 1
Розділ II. Елементи аналітичної геометрії (34 год)		
37–40		Вектори. Дії з векторами. Колінеарні, компланарні вектори. Лінійно залежні і незалежні системи векторів. Векторний базис. Вимір простору, R^1 , R^2 , R^3 , геометричне тлумачення
41–42		Векторний добуток векторів. Властивості, геометричний зміст
43–44		Самостійна робота. Мішаний добуток векторів. Властивості, геометричний зміст
45–48		Самостійна робота. Рівняння прямої в площині: параметричне, загальне рівняння, з кутовим коефіцієнтом, через дві точки. Геометричний зміст коефіцієнтів
49–50		Основні задачі на пряму в площині: напрямний вектор прямої, вектор нормалі, нормальне рівняння прямої, відстань від точки до прямої, кут між прямими, умови взаємного розташування двох прямих, рівняння прямої у відрізках. Самостійна робота
51–52		Рівняння площини у просторі. Загальне рівняння площини. Інші випадки рівнянь площини: через три точки, через точку паралельно двом заданим векторам, через дві точки паралельно даному вектору, розміщення площини в просторі R^3
53–54		Основні задачі на площині: вектор нормалі до площини, нормальне рівняння площини, відстань від точки до площини, кут між площинами, умови взаємного розташування площин
55–56		Рівняння прямої у просторі: перетином двох площин, через дві точки, канонічне. Основні задачі
57–58		Кут між прямою та площиною. Розв'язування задач
59–60		Криві на площині (лінії II порядку): еліпс та його властивості. Канонічне рівняння еліпса

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
61–62		Криві на площині (лінії II порядку): гіпербола та її властивості. Канонічне рівняння гіперболи
63–64		Криві на площині (лінії II порядку): парабола та її властивості. Канонічне рівняння параболи
65–68		Поверхні другого порядку. Класифікація
69–70		Контрольна робота № 2
11 КЛАС (70 год)		
Розділ III. Елементи диференціального числення (32 год)		
1–2		Функція, властивості, способи задання функції. Типи аналітичного задання функції. Функції багатьох змінних
3–4		Числові послідовності: властивості, границя числової послідовності. Теорема Больцано — Вейерштрасса. Число e
5–6		Перша і друга визначні границі. Основні типи невизначеностей: $\left[\frac{0}{0} \right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$, $[\infty - \infty]$, $[0 \cdot \infty]$, $[1^\infty]$
7–8		Розкриття невизначеностей. Самостійна робота
9–10		Границя функції в точці: означення; властивості функцій, що мають границю; властивості границь, нескінченно малі та нескінченно великі функції, властивості
11–12		Однобічні границі. Неперервність функції в точці (за Коші, за Гейне). Перевірка функції на неперервність. Точки розриву, їх класифікація. Вертикальні асимптоти
13–14		Похідна функції, геометричний і механічний зміст похідної. Правила знаходження похідних. Таблиця похідних функцій, заданих явно
15–16		Самостійна робота. Похідна складеної функції. Похідна функції, заданої неявно, параметрично. Похідна показниково-степеневої функції (логарифмічне диференціювання)
17–18		Розв'язування вправ. Самостійна робота

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
19–20		Диференціал функції. Зв'язок диференціала і похідної. Похідні і диференціали вищих порядків. Застосування диференціала до наближених обчислень
21–22		Похилі та горизонтальні асимптоти. Правило Лопіталя
23–24		Розв'язування вправ. Самостійна робота
25–28		Дослідження функцій і побудова графіків
29–30		Елементи теорії поля: похідна за напрямом, градієнт
31–32		Контрольна робота № 1
Розділ IV. Елементи інтегрального числення (18 год)		
33–34		Первісна функції, невизначений інтеграл. Правила знаходження первісних. Таблиця невизначених інтегралів
35–36		Методи інтегрування: безпосереднє інтегрування, внесення під знак диференціала
37–38		Метод заміни, інтегрування частинами. Самостійна робота
39–40		Інтегрування квадратного тричлена, інтегрування раціональних дробів, метод невизначених коефіцієнтів. Самостійна робота
41–42		Інтегрування деяких ірраціональних виразів, інтегрування тригонометричних виразів
43–44		Інтеграл, що не виражається через елементарні функції. Визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла: площа плоскої фігури, об'єм тіла обертання
45–46		Розв'язування вправ
47–48		Самостійна робота. Наближене обчислення визначеного інтеграла: формула Сімпсона
49–50		Контрольна робота № 2
Розділ V. Елементи теорії диференціальних рівнянь (8 год)		
51–52		Загальні положення. Задача Коші. Диференціальні рівняння першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні
53–54		Лінійне диференціальне рівняння першого порядку

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття
55–56		Розв'язування вправ
57–58		Диференціальні рівняння вищих порядків, розв'язні в квадратурах. Диференціальні рівняння другого порядку $f(x, y', y'') = 0$ і $f(y, y', y'') = 0$
Розділ VI. Елементи теорії ймовірностей (12 год)		
59–60		Предмет теорії ймовірностей. Події: класифікація, простір елементарних подій. Повна група подій
61–62		Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності
63–64		Застосування формул комбінаторики для обчислення ймовірності. Теореми додавання і множення ймовірностей. Умовна ймовірність
65–66		Розв'язування задач. Самостійна робота
67–68		Формула повної ймовірності, формула Байєса (переоцінка гіпотез). Схема Бернуллі (закон великих чисел)
69–70		Контрольна робота № 3

ЛІТЕРАТУРА

1. Пастушенко С. М., Підченко Ю. П. Вища математика. Основні поняття, формули, зразки розв'язування задач: Навчальний посібник для студентів вищих закладів освіти: У 2 ч.— Ч. 1.— К.: Діал, 2000.— 160 с.
2. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике.— М.: Наука, 1966.— 872 с.
3. Вища математика: Підручник: У 2 ч.— Ч. 1. Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П. П. Овчинников, Ф. П. Яремчук, В. М. Михайленко; За заг. ред. П. П. Овчинникова.— 2-ге вид., стереотип.— К.: Техніка, 2000.— 592 с.
4. Мишина А. П., Проскуряков И. В. Высшая алгебра: Линейная алгебра, многочлены, общая алгебра // Под ред. П. К. Рашевского.— 2-е изд., исправл.— М.: Наука, 1965.— 300 с.
5. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу.— 3-е изд., доп.— М.: Высшая школа, 1964.— 180 с.
6. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2 ч.— Ч. 1. Теорія ймовірностей.— К.: КНЕУ, 2000.— 304 с.

ВВЕДЕННЯ У ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ

Програма курсу за вибором для учнів 11 класів з профільним і поглибленим вивченням математики

Автор: *Цибко Валентина Володимирівна, вчитель математики Білоцерківського колегіуму Київської області*

Чому геометрію часто називають холодною і сухою? Одна з причин полягає в її нездатності описати форму хмари, гори, дерева або берега моря. Хмари — це не сфери, гори — це не конуси, лінії берега — це не кола, і кора не є гладкою, і блискавка не розповсюджується по прямій... Природа демонструє нам не просто більш високий ступінь, а зовсім інший рівень складності. Число різних масштабів довжин в структурах завжди нескінченно.

Бенуа Мандельброт

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

З огляду на динамічність життя та нові структури сучасної математики з'являється необхідність у вивченні теорії фракталів. Відповідно до Державного стандарту базової і повної середньої освіти одним із завдань старшої школи освітньої галузі «Математика» є розширення та поглиблення уявлень учнів про застосування математики в практичній діяльності в різних галузях науки. Один з аспектів геометрії, який може повідомляти середовищу нашого існування життєдайну енергію, — це фрактали, що являють собою органічні моделі, які створюються рухами — «хаосом», властивим природі. Вони змінили багато традиційних уявлень про геометрію. Пропонований курс присвячений цікавій і актуальній темі, яка відкриває учням широкі перспективи в подальших дослідженнях у різних сферах діяльності.

Курс призначений для учнів 11 класу з профільним або поглибленим вивченням математики та розрахований на 35 годин.

Мета курсу — ознайомлення з такими розділами математики, які дозволяють суттєво розширити дослідницький потенціал обдарованої дитини, поглибити її знання з математики.

Основні завданнями курсу:

- сформувати в учнів уявлення про фрактали;
- сприяти формуванню стійкого інтересу учнів до навчальних предметів «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія»;
- дослідити математичне підґрунтя фрактального руху;
- розглянути прототип фрактала — множину Кантора;
- встановити «родинні» зв'язки між визначеним найпростішим одновимірним фракталом і такими відомими фрактальними кривими, як «цвинтар», «килим» Серпінського;
- навчити учнів обчислювати розмірність Хаусдорфа-Безиковича декартового добутку множин канторівського типу;
- розвинути логічне мислення, пам'ять, інформаційну та графічну культуру, увагу школярів;
- виховати в учнів естетичний смак, уміння аналізувати та співставляти.

Програма курсу розроблена з урахуванням структури та послідовності вивчення тем, що входять до складу програми шкільного курсу з математики на рівні стандарту. Учитель відповідно до рівня навчальних досягнень учнів може спростити або розширити та поглибити запропонований зміст теми.

Основні вимоги до теоретичної математичної підготовки. Учні повинні знати:

- множини та операції над ними;
- границю послідовності;
- властивості експоненціальної функції, властивості логарифмів;
- похідну, та її геометричний зміст;
- взаємне розміщення площин і прямих у координатному просторі.

ОРІЄНТОВНИЙ РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Вступ	2
2	Теорія фракталів	6
3	Регулярний фрактал	7
4	Приклади множин канторівського типу	10
5	Безмежна краса фракталів	3
6	Застосування фракталів у різних галузях	7
	РАЗОМ	35

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

Вступ (2 год)

Історичний розвиток та сучасне бачення фрактального аналізу. Теоретичні основи самоподібності. Види фрактального руху. Сфери дослідження фрактального аналізу.

Основна мета:

- ознайомити учнів з історичним аспектом виникнення поняття «фрактал»;
- розкрити поняття самоподібності;
- розглянути види фрактального руху;
- показати приклади фрактального аналізу.

Основні вимоги. Учні повинні знати:

- історію виникнення поняття фрактала;
- пояснення поняття самоподібності;
- приклади структур, що є предметом розгляду фрактального аналізу.

Тема 1. Теорія фракталів (6 год)

Означення фрактального поняття. Основні властивості фракталів. Розмірність фрактала. Класифікація фракталів. Приклади геометричних фракталів.

Основна мета:

- ввести описове означення фрактала;
- ознайомити з основними властивостями фракталів;
- розглянути способи знаходження фрактальної розмірності;
- провести класифікацію фракталів.

Основні вимоги. Учні повинні знати:

- означення фрактала (описове);
- основні властивості фракталів;
- способи знаходження фрактальної розмірності;
- про алгебраїчні, геометричні, стохастичні, рукотворні, природні фрактали.

Тема 2. Регулярний фрактал (7 год)

Множина Кантора (геометричний підхід). Властивості множини Кантора. Фрактальна розмірність множини. Фрактальні та самоподібні властивості множини Кантора.

Основна мета:

- розглянути множину Кантора — прототип фрактала;
- навчити будувати множину Кантора (геометричний підхід);
- довести основні властивості множини Кантора;
- ознайомити з хаусдорфовою розмірністю;
- дослідити фрактальні та самоподібні властивості множини Кантора.

Основні вимоги. Учні повинні вміти:

- оперувати поняттям множини;
- будувати прототип фрактала;
- доводити основні властивості множини Кантора;
- пояснювати фрактальну розмірність множин;
- розрізняти фрактальні та самоподібні властивості множини Кантора.

Тема 3. Приклади множин канторівського типу (10 год)

Сингулярна функція Кантора. «Цвинтар», «килим» Серпінського. Крива Коха. Крива дракона. Губка Менгера. Фрактал Ляпунова, крива заповнення простору, межі множин груп Кліні. Розмірність Хаусдорфа — Безиковича декартового добутку множин. Множина Кантора — дивний репелер.

Основна мета:

- ознайомити з канторівською функцією та її властивостями;
- дослідити декартові добутки множин («цвинтар», «килим» Серпінського);
- ознайомити з кривою Коха, фракталом Ляпунова, губкою Менгера, кривою дракона, кривою заповнення простору, межею множин груп Кліні;
- навчити знаходити розмірності декартового добутку множин;
- розглянути поняття — атрактор та репелер динамічної системи.

Основні вимоги. Учні повинні вміти:

- будувати канторівську драбину — графік сингулярної (канторівської) функції;
- встановлювати «родинні» зв'язки між визначеним найпростішим одновимірним фракталом і такими відомими фрактальними кривими, як «цвинтар», «килим» Серпінського;
- розрізняти множини канторівського типу;
- обчислювати розмірність Хаусдорфа — Безиковича декартового добутку множин канторівського типу;
- визначати атрактор та репелер динамічної системи.

Тема 4. Безмежна краса фракталів (3 год)

Геометричні фрактали, динамічні фрактали. Нелінійні перетворення, атрактори, «естетичний хаос».

Основна мета:

- показати красу фракталів (візуальне сприйняття);
- ознайомити з різноманітними фрактальними структурами та причинами їх виникнення.

Основні вимоги. Учні повинні:

- мати уявлення про геометричні фрактали;
- розрізняти динамічні фрактали, нелінійні перетворення, атрактори;

- *уміти аналізувати* стохастичні фрактали (плазма, броунівський рух, фрактальне дерево);
- *уміти будувати* фрактальні структури, використовуючи сучасне програмне забезпечення.

Тема 5. Застосування фракталів у різних галузях (7 год)

Генерація зображень природних об'єктів, механіка рідин. Біологія; фрактальні антени, стиснення зображень; соціологія; економіка. Децентралізовані мережі, фрактальна природа в літературі.

Основна мета:

- розглянути застосування фрактального аналізу в різних сферах діяльності людини (географія, фізика, хімія, медицина, біологія, література, соціологія, економіка).

Основні вимоги. Учні повинні знати:

- про наявність фрактальної природи, використання фрактального аналізу в географії, фізиці, хімії;
- приклади застосування фрактального аналізу в медицині, біології, літературі, соціології, економіці.

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Зміст навчального матеріалу
Вступ (2 год)		
1		Історичний розвиток та сучасне бачення фрактального аналізу
2		Теоретичні основи самоподібності; види фрактального руху; сфери дослідження фрактального аналізу
Тема 1. Теорія фракталів (6 год)		
3		Означення фрактального поняття
4–5		Основні властивості фракталів: тонкість структури; нерегулярність, дробова розмірність
6		Розмірність фрактала
7		Класифікація фракталів
8		Приклади геометричних фракталів

Номер заняття	Дата	Зміст навчального матеріалу
Тема 2. Регулярний фрактал (7 год)		
9		Множина Кантора (геометричний підхід)
10–11		Властивості множини Кантора: розривність; щільність, міра
12		Покриття множини X
13		Фрактальна розмірність множини
14		Хаусдорфна міра множини
15		Фрактальні та самоподібні властивості множини Кантора
Тема 3. Приклади множин канторівського типу (10 год)		
16		Сингулярна функція Кантора
17		«Дивні» властивості функції Кантора
18		«Цвинтар», «килим» Серпінського. Крива Коха
19		Векторна сума множин
20		Крива дракона. Губка Менгера. Фрактал Ляпунова, крива заповнення простору, межі множин груп Кліні
21		Розмірність Хаусдорфа — Безиковича декартового добутку множин
22		Знаходження розмірності Хаусдорфа — Безиковича декартового добутку множин
23		Динамічні системи
24		Атрактор. Репелер
25		Множина Кантора — дивний репелер
Тема 4. Безмежна краса фракталів (3 год)		
26		Геометричні фрактали, динамічні фрактали
27		Нелінійні перетворення, атрактори
28		«Естетичний хаос»

Номер заняття	Дата	Зміст навчального матеріалу
Тема 5. Застосування фракталів у різних галузях (7 год)		
29		Генерація зображень природних об'єктів, механіка рідин
30		Соціологія. Економіка
31		Біологія
32		Географія
33		Фрактальні антени, стиснення зображень
34		Децентралізовані мережі
35		Фрактальна природа в літературі

ЛІТЕРАТУРА

1. Мандельброт Б. Фрактальна геометрія природи.— М.: Інститут комп'ютерних досліджень, 2002.
2. Пайтген Х. О., Рихтер П. Х. Красота фракталов.— М.: Мир, 1993.
3. Федер Е. Фракталы.— М.: Мир, 1991.
4. Фоменко А. Т. Наглядная геометрия и топология.— М.: Издательство МГУ, 1993.
5. Фракталы в физике.— М.: Мир, 1988.
6. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая.— Ижевск: РХД, 2001.
7. Карпов В. Г., Субашиев А. В. Что такое фракталы? — Л.: ЛПИ, 1989.
8. Зельдович Я. Б., Соколов Д. Д. Фракталы, подобие, промежуточная асимптотика // Успехи физических наук.— 1985.— Т. 146, вып. 3.— С. 493.
9. Соколов И. М. Размерности и другие геометрические критические показатели в теории протекания // Успехи физических наук.— 1986.— Т. 150, вып. 2.— С. 221.
10. <http://home.mal.ru/~shabun/fraetals/index.htm>.
11. <http://chat.ra/~fractals/mdex.htm>.
12. http://www.visti.net/cplusp/all_96/6n96y/6n96yla.htm.
13. <http://www.iph.ras.rn/~inifs/rus/damlov.htm>.
14. <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/2854/>.
15. <http://archives.math.utk.edu/topics/fractals.html>.
16. <http://www.cosy.sbg.ac.at/rec/ifs/f-faq.html>.
17. <http://www.cosy.sbg.ac.at/rec/ifs/index.htm>.
18. <http://www2.vo.lu/homepages/phahn/fractals/barnsley.htm>.
19. <http://www.swm.edu.au/astronomy/pbourke/fractals/randomifs/>.

ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

Програма факультативного курсу для учнів 11 класів

Автор: *Лиходєєва Ганна Володимирівна, старший викладач кафедри математичного моделювання та обчислювальної математики Бердянського державного педагогічного університету, кандидат педагогічних наук*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Сучасні вимоги до загальноосвітньої підготовки учнів передбачають формування умінь здобувати інформацію з різних джерел, засвоювати, поповнювати та оцінювати її, застосовувати способи пізнавальної і творчої діяльності. При цьому особлива увага приділяється практичній і творчій складовим навчальної діяльності. Даний курс дозволяє розширити знання учнів про зміст і методи математичного моделювання, набути вмінь будувати ймовірнісні математичні моделі, досліджувати їх методами математики, навчитися давати інтерпретацію отриманих результатів, проводити власні опитування, спостереження, робити висновки, застосовувати комп'ютер для опрацювання спостережених даних.

Факультативний курс пропонується для учнів старшої школи загальноосвітніх навчальних закладів і розрахований на 17 академічних годин (1 година на тиждень протягом семестру).

Основною метою курсу є формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї і методи стохастичності, її роль у пізнанні дійсності.

Завдання курсу полягають у тому, щоб, враховуючи інтереси і нахили учнів, ознайомити їх з деякими загальними математичними ідеями і методами стохастичності; розвивати математичні здібності учнів, прищеплювати учням інтерес до самостійних занять з математики; виховувати і розвивати ініціативу і творчість, показати застосування математичних (зокрема, стохастичних) знань на практиці.

Зміст факультативного курсу є особистісно орієнтованим завдяки широкій тематиці практичних завдань для самостійної роботи, що дає можливість враховувати пізнавальні інтереси учнів, їх здібності та вікові особливості. Основна увага приділяється формуванню вмінь моделювати, читати та складати таблиці, схеми, діаграми, проводити власні дослідження, збирати емпіричні дані, висувати гіпотези, опрацьовувати отримані результати.

Використання програмного засобу GRAN1 під час навчання учнів елементів стохастичності створює умови для зосередження уваги на з'ясуванні сутності явищ, які вивчаються, їхніх властивостей, причинно-наслідкових зв'язків, різноманітних особливостей їх окремих проявів.

Особливістю запропонованої програми є використання статистичного підходу до формування поняття ймовірності події, який надає можливість формувати уявлення учнів старшої школи про сучасний аксіоматичний метод побудови теорії ймовірностей; реалізувати внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки; вивчати одночасно і теорію ймовірностей, і математичну статистику; має широкі можливості для пропедевтичної роботи та формування навчально-дослідницьких умінь учнів.

Програмою курсу передбачена достатня кількість годин для організації та проведення статистичних навчальних досліджень. Але за необхідності можна використовувати і години навчальної практики, оскільки це дає змогу організувати комплексні екскурсії з різних предметів; ознайомитися не тільки з процесом чи виробництвом, а й знайти матеріал, ідеї для проведення власного дослідження; дібрати матеріал для систематизації та статистичного опрацювання; показати та реалізувати внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки, зв'язок теорії з практикою.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Основні поняття теорії множин	1
2	Стохастика як наука	1
3	Події. Операції над подіями	1
4	Ймовірнісний простір	3
5	Розподіли статистичних імовірностей	5
6	Організація та проведення навчального статистичного дослідження	6
	РАЗОМ	17

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
1	Тема 1. Основні поняття теорії множин Множина, елементи множини; порожня множина; підмножина; скінченні та нескінченні множини.	Учень (учениця): • <i>наводить приклади скінченних і нескінченних множин;</i> • <i>використовує різні способи задання множин;</i>

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
		<ul style="list-style-type: none"> • <i>зображує</i> на діаграмах і числовій прямій об'єднання і переріз множин та <i>ілюструє</i> поняття підмножини; • <i>пояснює</i> зміст понять власної та невласної підмножини множини.
1	<p>Тема 2. Стохастика як наука Експеримент, стохастичний експеримент, наслідок випробування, елементарна подія, простір елементарних подій.</p>	<p>Учень (учениця)</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> особливості стохастичного експерименту; • <i>наводить приклади</i> стохастичних експериментів і <i>будує</i> відповідні простори елементарних подій; • <i>використовує</i> різні моделі для зображення простору елементарних подій.
1	<p>Тема 3. Події. Операції над подіями Поняття випадкової події. Вірогідна та неможлива події. Еквівалентні події. Операції над подіями: сума подій, добуток подій, різниця подій. Несумісні події. Протилежні події. Геометрична і теоретико-множинна інтерпретація операцій над подіями.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>розрізняє</i> події та елементарні події; • <i>записує</i> події, що визначаються простором елементарних подій; • <i>ілюструє</i> поняття випадкової події, спричиненої елементарними подіями, <i>зображує</i> на діаграмах суму, добуток і різницю подій, <i>надає</i> множинну інтерпретацію; • <i>ілюструє</i> поняття сумісних і несумісних подій; • <i>подає</i> на схемах зв'язки між подіями та елементарними подіями.
3	<p>Тема 4. Ймовірнісний простір Простір подій. Поняття статистичної ймовірності події. Основні властивості статистичної ймовірності.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> властивості простору подій; • <i>будує</i> можливі простори подій;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Ймовірнісний простір. Уточнення поняття випадкової події.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> поняття випадкової події як підмножину простору подій; • <i>записує</i> формулу для обчислення статистичної ймовірності події; • <i>формулює</i> основні властивості статистичної ймовірності; • <i>обґрунтовує</i> інші властивості статистичної ймовірності; • <i>обчислює</i> абсолютні частоти і статистичні ймовірності подій у кожному з побудованих просторів подій; • <i>описує</i> ймовірнісний простір; • <i>формулює</i> систему аксіом теорії ймовірностей.
5	<p>Тема 5. Розподіли статистичних ймовірностей</p> <p>Поняття дискретного розподілу статистичних ймовірностей. Функція дискретного розподілу статистичних ймовірностей.</p> <p>Поняття неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Функція неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Щільність неперервного розподілу статистичних ймовірностей.</p> <p>Числові характеристики дискретного та неперервного розподілів статистичних ймовірностей.</p> <p>Лабораторна робота № 1 «Програмний засіб GRAN1».</p> <p>Лабораторна робота № 2 «Розв'язування задач стохастичного характеру за допомогою GRAN1».</p> <p>Нормальний розподіл статистичних ймовірностей.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>складає</i> ряди розподілу статистичних ймовірностей у найпростіших випадках; • <i>надає</i> геометричну та фізичну інтерпретацію ряду розподілу; • для дискретного розподілу: <ul style="list-style-type: none"> – будує функцію розподілу статистичних ймовірностей; – обчислює числові характеристики розподілу; – пояснює зміст характеристик вибірки; • для неперервного розподілу за допомогою ППЗ GRAN1: <ul style="list-style-type: none"> – будує функцію розподілу статистичних ймовірностей; – знаходить числові характеристики розподілу; • <i>використовує</i> ППЗ GRAN1 для розв'язування задач стохастичного характеру.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
6	<p>Тема 6. Організація та проведення навчального статистичного дослідження</p> <p>Визначення проблеми дослідження, формулювання теми і мети дослідження.</p> <p>Визначення способів збирання і методів опрацювання даних. Збирання та уточнення даних.</p> <p>Опрацювання даних. Аналіз отриманих результатів. Формулювання висновків. Оформлення результатів дослідження.</p> <p>Учнівська конференція «Стохастика і довкілля»</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • застосовує отримані знання на практиці під час проведення власних статистичних досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики.— К.: Техніка, 1997.— 303 с.
2. Жалдак М. І., Грохольська А. В., Жильцов О. Б. Математика (Алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою: Навчальний посібник для підготовчих відділень.— К.: МАУП, 2003.— 304 с.
3. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером.— К.: РННЦ «ДІНІТ», 2004.— 254 с.
4. Жалдак М. І., Михалін Г. О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою.— К.: Шкільний світ, 2006.— 120 с.
5. Лютикас В. С. Факультативний курс по математике. Теория вероятностей? Это интересно! — М.: Мир, 1993.— 216 с.
6. Чубарев А. М., Холодный В. С. Невероятная вероятность (О прикладном значении теории вероятностей).— М.: Знание, 1976.— 128 с.
7. Шляхами математики: Хрестоматія для учнів 5–9 класів / Упоряд. Т. М. Хмара.— К.: Пед. преса, 1999.— 196 с.

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Програма факультативного курсу для учнів 11 класів

(можна рекомендувати використовувати також і в класах фізико-математичного профілю)

Автор: *Шаран Олександра Василівна, старший викладач кафедри математики та методики викладання математики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат педагогічних наук*

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Одним із завдань профільного навчання є первинна підготовка школярів до майбутнього виду професійної діяльності, успішного продовження освіти у вищих навчальних закладах. Комплексні числа є необхідними для розкриття старшокласникам пізнавальних можливостей математики, підвищення їхньої математичної культури та формування професійних компетентностей.

Вивченням комплексних чисел завершується одна з основних змістових ліній шкільного курсу математики — розвиток поняття числа. Тому їх вивчення є важливим для створення в учнів цілісної завершеної картини поняття числа, яке поступово формувалося в них протягом усіх років навчання у школі (від натурального до комплексного).

Із психологічної точки зору важливим є фактор подолання певного психологічного бар'єру в сприйманні поняття комплексного числа у шкільному віці для тих, хто обере в майбутньому професію математика чи інженера.

Широке коло застосувань комплексних чисел відкриває значні дидактичні можливості для розвитку математичних інтересів учнів. Наявність в арсеналі знань учнів комплексних чисел збагачує їхні уявлення про сукупність методів пізнання, зокрема розширює їхні можливості при розв'язуванні задач, спонукає до перших математичних досліджень, посилює прикладну функцію математики.

Основна мета курсу — завершити змістову числову лінію курсу алгебри розширенням множини дійсних чисел до множини комплексних чисел; озброїти учнів новим ефективним методом розв'язування задач з використанням апарату комплексних чисел; за допомогою прикладних задач та задач з міжпредметними та внутрішньопредметними зв'язками сформулювати в учнів інтерес до вивчення комплексних чисел та математики в цілому; підготувати учнів до вивчення курсу «Теорія функцій комплексної змінної» у вищих

навчальних закладах; розвивати математичну культуру, інтуїцію та ерудицію учнів.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням **таких завдань**:

- формування уявлень учнів про комплексні числа та їх застосування в різних галузях науки і техніки;
- підвищення математичної культури учнів у зв'язку з ознайомленням із методом комплексних чисел розв'язування задач;
- формування стійких пізнавальних інтересів до математики;
- формування природничо-наукового світогляду на основі міжпредметних зв'язків, що усвідомлюються в процесі розв'язування прикладних задач та задач із міжпредметними та внутрішньопредметними зв'язками;
- підсилення прикладної спрямованості курсу математики.

Курс розрахований на 34 години (1 година на тиждень) і призначений для учнів 11 класів з поглибленим вивченням математики та учнів, що мають високий рівень знань, у класах, де математика є профільним предметом.

Програма курсу є орієнтовною і допускає певні модифікації. Вона складається з двох умовних частин. Перша, традиційна, частина містить: означення поняття комплексного числа, форми запису комплексних чисел, правила виконання дій над комплексними числами в різних формах запису, основні властивості тощо. Друга частина передбачає розгляд основних застосувань комплексних чисел (у теорії многочленів, тригонометрії, геометрії, фізиці, техніці). Вивчення традиційної частини курсу є обов'язковим, оскільки в ній подаються відомості, що становлять основу вивчення наступних тем курсу. Всі напрями застосувань є автономними, їх можна розглядати з учнями в довільній послідовності: одні теми вивчати глибше, з іншими тільки ознайомитися чи не розглядати зовсім. Така гнучкість курсу у виборі тем для вивчення спрямована перш за все на допомогу вчителю, який повинен враховувати конкретні умови: інтереси, бажання учнів, пов'язані з майбутньою професією, їх навчальні можливості, час, відведений на вивчення курсу (його можна вивчати протягом одного чи кількох навчальних років), матеріально-технічну базу школи та інші умови. Матеріал, поданий у квадратних дужках, розрахований на учнів класів з поглибленим вивченням математики і є не обов'язковим для опрацювання у класах, де математика вивчається на профільному рівні.

Особливості організації навчання. Основною формою проведення занять під час опрацювання курсу залишається традиційна система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь і навичок, узагальнення та систематизація знань, контроль і корекція знань. Поряд із цим ширше, ніж при вивченні обов'язкового курсу математики, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми на-

вчання (групові, дидактичні ігри, математичні «бої», інтегровані уроки алгебри з іншими природничими дисциплінами тощо). Методика навчання характеризується інтенсивною самостійною діяльністю учнів, індивідуалізацією навчання, застосуванням проблемно-пошукових та дослідницьких методів.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання. Підвищенню ефективності курсу в старших класах сприяє використання комп'ютерних засобів навчального призначення, наприклад системи комп'ютерної алгебри DERIVE, педагогічного програмного засобу GRAN1 та інших. Використання аналітичних і графічних можливостей зазначених програм дозволяє індивідуалізувати вивчення курсу, здійснювати контроль, самоконтроль засвоєння навчального матеріалу та своєчасну корекцію знань і вмінь.

РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа	6
2	Тригонометрична форма комплексного числа	5
3	Показникова форма комплексного числа	4
4	Застосування комплексних чисел у теорії многочленів	3
5	Застосування комплексних чисел у тригонометрії	2
6	Застосування комплексних чисел у геометрії	7
7	Застосування комплексних чисел у загальній фізиці, електротехніці, техніці	3
8	Узагальнення і систематизація навчального матеріалу	4
	РАЗОМ	34

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ ТА ВИМОГИ ДО НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

(всього 34 год, 1 год на тиждень)

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
6	<p>Тема 1. Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа</p> <p>Розвиток поняття числа від натурального до дійсного. Розширення множини дійсних чисел. Поняття комплексного числа. Геометричне тлумачення комплексних чисел та означення комплексної площини. Алгебраїчна форма комплексного числа. Арифметичні операції над комплексними числами в алгебраїчній формі та їх властивості. Степінь комплексного числа з натуральним та цілим показником. Спряжені комплексні числа, їх властивості. [Добування квадратного кореня з комплексного числа.] Формули скороченого множення. Розв'язування квадратних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Геометрична інтерпретація комплексних чисел і арифметичних операцій над ними. Поняття модуля комплексного числа, його властивості. Ділення відрізка в заданому відношенні. Відстань між точками комплексної площини. Рівняння кола та прямої, яка перпендикулярна до відрізка, що сполучає задані точки, і проходить через його середину.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> поняття комплексного числа, його модуля, спряжених і протилежних комплексних чисел; • <i>розв'язує</i> квадратні рівняння в полі C; • <i>формулює</i> правила дій над комплексними числами в алгебраїчній формі; • <i>знаходить</i> суму, різницю, добуток і частку комплексних чисел, степінь [та квадратний корінь з] комплексного числа; • <i>застосовує</i> формули скороченого множення до спрощення виразів; • <i>розв'язує</i> квадратні рівняння з комплексними коефіцієнтами; • <i>наводить</i> геометричну інтерпретацію комплексних чисел і арифметичних операцій над ними; • <i>обчислює</i> комплексну координату точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні, відстань між точками комплексної площини; • <i>знаходить</i> рівняння кола та прямої, яка перпендикулярна до відрізка, що сполучає задані точки, і проходить через його середину.

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
5	<p>Тема 2. Тригонометрична форма комплексного числа</p> <p>Поняття аргументу комплексного числа, його властивості. Тригонометрична форма комплексного числа. Добуток і частка комплексних чисел у тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня n-го степеня з комплексного числа.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>описує</i> поняття аргументу комплексного числа; • <i>здійснює</i> перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до тригонометричної і навпаки; • <i>формулює</i> правила дій над комплексними числами у тригонометричній формі; • <i>знаходить</i> добуток і частку комплексних чисел у тригонометричній формі, степінь комплексного числа за формулою Муавра та корінь n-го степеня з комплексного числа.
4	<p>Тема 3. Показникова форма комплексного числа</p> <p>Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа. Добуток, частка комплексних чисел та піднесення до степеня в показниковій формі. [Експонента комплексного числа. Логарифм комплексного числа. Степінь з довільним показником. Синус, косинус, тангенс, котангенс, арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс комплексного числа.]</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>записує</i> формулу Ейлера, комплексне число в показниковій формі; • <i>формулює</i> правила дій над комплексними числами в показниковій формі; • <i>знаходить</i> добуток, частку комплексних чисел, степінь комплексного числа в показниковій формі; • <i>[формулює</i> означення експоненти комплексного числа, логарифма комплексного числа, степеня з довільним показником, синуса, косинуса, тангенса, котангенса, арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса комплексного числа та <i>обчислює</i> їх значення.]

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
3	<p>Тема 4. Застосування комплексних чисел у теорії многочленів</p> <p>Комплексні корені многочлена. Основна теорема алгебри. Розв'язування алгебраїчних рівнянь вищих степенів.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> основну теорему алгебри многочленів; • <i>знаходить</i> раціональні корені многочлена; • <i>знаходить</i> многочлени за даними коренями, в тому числі многочлени з дійсними коефіцієнтами; • <i>розкладає</i> многочлени на лінійні та квадратичні множники з дійсними коефіцієнтами; • <i>знаходить</i> кратність коренів многочлена; • <i>розв'язує</i> алгебраїчні рівняння вищих степенів.
2	<p>Тема 5. Застосування комплексних чисел у тригонометрії</p> <p>Доведення основних формул тригонометрії, тригонометричних тотожностей та знаходження тригонометричних сум за допомогою комплексних чисел.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>доводить</i> основні формули тригонометрії, тригонометричні тотожності за допомогою комплексних чисел; • <i>знаходить</i> тригонометричні суми, використовуючи комплексні числа.
7	<p>Тема 6. Застосування комплексних чисел у геометрії</p> <p>Ознаки колінеарності та ортогональності векторів, паралельності й перпендикулярності прямих, хорд одиничного кола, умов належності трьох точок одній прямій, рівняння дотичної та прямої, яка проходить через дві задані точки.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулює</i> ознаки колінеарності та ортогональності векторів, паралельності й перпендикулярності прямих, хорд одиничного кола, умов належності трьох точок одній прямій, рівняння дотичної та прямої, яка проходить через дві задані точки комплексної площини;

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
	<p>Побудова правильних багатокутників, обчислення площ довільних багатокутників.</p> <p>Перетворення площини і комплексні числа.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>розв'язує</i> планіметричні задачі, застосовуючи комплексні числа; • <i>будує</i> правильні багатокутники, використовуючи комплексні числа; • <i>знаходить</i> площі багатокутників за заданими координатами вершин; • <i>аналітично описує</i> паралельне перенесення, поворот, центральну симетрію, осьову симетрію, гомотетію у комплексних координатах; • <i>використовує</i> формули перетворень при розв'язуванні геометричних задач.
3	<p>Тема 7. Застосування комплексних чисел у загальній фізиці, електротехніці, техніці</p> <p>Застосування комплексних чисел до розв'язування задач із деяких розділів фізики (механіки, електротехніки). Застосування комплексних чисел у техніці.</p>	<p>Учень (учениця):</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>пояснює</i> принцип використання комплексних чисел при розв'язуванні задач з механіки; • <i>формулює</i> означення комплексу струму, напруги, електрорушійної сили, комплексного опору кола; • <i>використовує</i> комплексні числа при розв'язуванні задач із механіки та електротехніки; • <i>описує</i> застосування комплексних чисел у техніці.
4	<p>Узагальнення і систематизація навчального матеріалу</p>	

ОРІЄНТОВНЕ КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ КУРСУ

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття	Примітка
Тема 1. Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа (6 год)			
1		Розвиток поняття числа від натурального до дійсного. Розширення множини дійсних чисел. Поняття комплексного числа. Геометричне тлумачення комплексних чисел та означення комплексної площини	Семинарське заняття
2		Алгебраїчна форма комплексного числа. Арифметичні операції над комплексними числами в алгебраїчній формі та їх властивості. Степінь комплексного числа з натуральним і цілим показником. Спряжені комплексні числа, їх властивості. [Добування квадратного кореня з комплексного числа.] Геометрична інтерпретація операцій додавання і віднімання	Урок засвоєння нових знань, лекція
3		Арифметичні операції над комплексними числами в алгебраїчній формі. Степінь комплексного числа з натуральним і цілим показником. [Добування квадратного кореня з комплексного числа.] Навчальна самостійна робота	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
4		Формули скороченого множення. Розв'язування квадратних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Математичний диктант	Урок узагальнення та систематизації знань

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття	Примітка
5		Геометрична інтерпретація комплексних чисел і арифметичних операцій над ними. Поняття модуля комплексного числа, його властивості. Ділення відрізка у заданому відношенні. Відстань між точками комплексної площини. Рівняння кола та прямої, яка перпендикулярна до відрізка, що сполучає задані точки, і проходить через його середину	Урок засвоєння нових знань, лекція
6		Геометрична інтерпретація комплексних чисел і арифметичних операцій над ними. Геометричне місце точок, заданих на комплексній площині. Короткочасна самостійна робота перевірконого характеру	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
Тема 2. Тригонометрична форма комплексного числа (5 год)			
7		Поняття аргументу комплексного числа, його властивості. Тригонометрична форма комплексного числа. Добуток і частка комплексних чисел у тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня n -го степеня з комплексного числа	Урок засвоєння нових знань, лекція
8		Добуток і частка комплексних чисел у тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня n -го степеня з комплексного числа	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
9		Розв'язування вправ з використанням комп'ютера. Самостійна робота	Урок узагальнення та систематизації знань

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття	Примітка
10		Контрольна робота	Контроль знань учнів
11		Аналіз контрольної роботи	Корекція знань і вмінь учнів
Тема 3. Показникова форма комплексного числа (4 год)			
12		Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа. Добуток, частка комплексних чисел та піднесення до степеня в показниковій формі	Урок засвоєння нових знань, лекція
13		Добуток, частка комплексних чисел та піднесення до степеня в показниковій формі. Математичний диктант	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
14		[Експонента комплексного числа. Логарифм комплексного числа. Степінь з довільним показником. Синус, косинус, тангенс, котангенс, арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс комплексного числа.]	Урок засвоєння нових знань, лекція
15		[Експонента комплексного числа. Логарифм комплексного числа. Степінь з довільним показником. Синус, косинус, тангенс, котангенс, арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс комплексного числа.]	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
Тема 4. Застосування комплексних чисел у теорії многочленів (3 год)			
16		Комплексні корені многочлена. Основна теорема алгебри. Розв'язування алгебраїчних рівнянь вищих степенів	Урок засвоєння нових знань, лекція

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття	Примітка
17		Комплексні корені многочлена. Основна теорема алгебри. Розв'язування алгебраїчних рівнянь вищих степенів	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
18		Комплексні корені многочлена. Самостійна робота з використанням комп'ютера	Урок узагальнення та систематизації знань
Тема 5. Застосування комплексних чисел у тригонометрії (2 год)			
19		Застосування комплексних чисел у тригонометрії	Урок засвоєння нових знань, лекція
20		Застосування комплексних чисел у тригонометрії	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
Тема 6. Застосування комплексних чисел у геометрії (7 год)			
21		Використання комплексних чисел у геометрії: ознаки колінеарності та ортогональності векторів, паралельності й перпендикулярності прямих, хорд одиничного кола, умова належності трьох точок одній прямій, рівняння дотичної та прямої, яка проходить через дві задані точки	Урок засвоєння нових знань, лекція
22		Використання комплексних чисел у геометрії: ознаки колінеарності та ортогональності векторів, паралельності й перпендикулярності прямих, хорд одиничного кола, умова належності трьох точок одній прямій, рівняння дотичної та прямої, яка проходить через дві задані точки. Математичний диктант	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття	Примітка
23		Використання комплексних чисел у геометрії: побудова правильних багатокутників, обчислення площ довільних багатокутників	Комбінований урок
24		Перетворення площини і комплексні числа	Урок засвоєння нових знань, лекція
25		Перетворення площини і комплексні числа	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
26		Перетворення площини і комплексні числа. Розв'язування складніших задач	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
27		Розв'язування задач на застосування комплексних чисел у геометрії. Практична робота (складання таблиці)	Урок узагальнення та систематизації знань
Тема 7. Застосування комплексних чисел у загальній фізиці, електротехніці, техніці (3 год)			
28		Застосування комплексних чисел до розв'язування задач із деяких розділів загальної фізики. Застосування комплексних чисел у техніці	Комбінований урок
29		Застосування комплексних чисел в електротехніці	Урок засвоєння нових знань, лекція
30		Застосування комплексних чисел в електротехніці	Урок формування вмінь і навичок, практичне заняття
Тема 8. Узагальнення і систематизація навчального матеріалу (4 год)			
31		Внесок вчених-математиків у розвиток теорії комплексних чисел	Семинарське заняття

Номер заняття	Дата	Тема та зміст заняття	Примітка
32		Спроби інтерпретації комплексних чисел провідними математиками	Семінарське заняття
33		Дидактична гра «Перший мільйон»	Урок узагальнення та систематизації знань
34		Залікова робота. Підсумковий урок	Підсумковий контроль знань

ЛІТЕРАТУРА

1. Андронов И. К. Математика действительных и комплексных чисел.— М.: Просвещение, 1975.— 158 с.
2. Балк М. Б., Балк Г. Д., Полухин А. А. Реальные применения мнимых чисел.— К.: Радянська школа, 1988.— 255 с.
3. Бородін О. І. Історія розвитку поняття про число і системи числення.— К.: Радянська школа, 1968.— 116 с.
4. Бродський Я. С., Сліпенко А. К. Про електричний струм, похідну та комплексні числа // Математика.— 2002.— №7 (163).— С. 9–11.
5. Буковська О. І. Комплексні числа.— Х.: Вид. група «Основа», 2004.— 112 с.
6. Виленкин Н. Я. Функции в природе и технике: Книга для внеклассного чтения. IX–X кл.— М.: Просвещение, 1978.— 192 с.— С. 173–190.— (Мир знаний).
7. Глейзер Г. И. История математики в школе. IX–X классы: Пособие для учителей.— М.: Просвещение, 1983.— 352 с.
8. Дрозд Ю. А. Комплексні числа як подібності площини // У світі математики.— К.: Радянська школа, 1979.— Вип. 10.— С. 71–81.
9. Завало С. Т. Комплексні числа.— К.: Вища школа, 1982.— 135 с.— (Б-ка фіз.-мат. школи. Математика).
10. Избранные вопросы математики, 10 класс: Факультативный курс / Под ред. В. В. Фирсова.— М.: Просвещение, 1980.— 190 с.
11. Кушнір І. Комплексні числа: Теорія і практика.— К.: Факт, 2002.— 168 с.
12. Марач Г. К., Марач В. С. Комплексні числа і рухи площини // Математика.— 2003.— № 19 (223).— С. 18–24.
13. Маркушевич А. И. Комплексные числа и конформные отображения.— 2-е изд.— М.: Физматгиз, 1960.— 55 с.

14. Понарин Я. П. Метод комплексных чисел в планиметрии // Математика в школе.— 1991.— № 2.— С. 46–54.
15. Понтрягин Л. С. Знакомство с высшей математикой: В 4 кн.— М.: Наука, 1977.— Кн. 1. Метод координат.— 1977.— 135 с.
16. Понтрягин Л. С. Обобщения чисел.— М.: Наука, 1986.— 117 с.
17. Понтрягин Л. С. Основная теорема алгебры // Квант.— 1982.— №4.— С. 3–9.
18. Потапов Н. Г. Приложение комплексных чисел к решению задач по тригонометрии // Математика в школе.— 1964.— № 2.— С. 61–65.
19. Скопец З. А. Геометрические миниатюры. — М.: Просвещение, 1990.— 224 с.
20. Скопец З. А. Приложение комплексных чисел к задачам элементарной геометрии // Математика в школе.— 1967.— № 1.— С. 63–71.
21. Тихомиров В. М., Успенский В. В. Десять доказательств основной теоремы алгебры // Математическое просвещение.— М.: Изд-во МЦНМО, 1997.— № 1.— 97 с.
22. Хмара Т. М., Шаран О. В. Застосування комплексних чисел до розв'язування геометричних задач // Математика в школі.— 2004.— № 7.— С. 41–45; № 8.— С. 32–40.
23. Шаран О. В. Комплексні числа та їх застосування.— Дрогобич: НВЦ «Каменярь», 2004.— 192 с.
24. Шаран О. В. Конспекти уроків з теми «Комплексні числа» // Математика в школі.— 2008.— № 2.— С. 41–48; № 3.— С. 45–52; № 4.— С. 35–42.
25. Шаран О. В. Перетворення площини і комплексні числа (паралельне перенесення, центральна симетрія, гомотетія) // Математика в школі.— 2005.— № 4.— С. 39–43.
26. Шаран О. В. Перетворення площини і комплексні числа (поворот, осьова симетрія) // Математика в школі.— 2005.— № 5.— С. 44–49.
27. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 10 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти.— К.: Освіта, 2000.— 318 с.
28. Яглом И. М. Комплексные числа и их применения в геометрии.— М.: Физматгиз, 1963.— 192 с.

ЗМІСТ

Передмова.....3

НАВЧАЛЬНІ ПРОГРАМИ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ 10–11 КЛАСІВ

Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту)	6
Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (академічний рівень)	28
Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (профільний рівень).....	52
Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики)	84

ПРОГРАМИ ФАКУЛЬТАТИВНИХ КУРСІВ І КУРСІВ ЗА ВИБОРОМ

Природничо-математичний і технологічний напрями

<i>Грицик Т. А.</i> Обернені тригонометричні функції (курс за вибором для учнів 10 класів математичного та фізико-математичного профілів)	122
<i>Єргіна О. В.</i> Ірраціональність у рівняннях, нерівностях і алгебраїчних виразах (курс за вибором для учнів 10 класів математичного та фізико-математичного профілів)	131
<i>Требенко Д. Я., Требенко О. О.</i> Елементи теорії чисел (курс за вибором для учнів 10 класів математичного, фізико-математичного та інформаційно-технологічного профілів)	139
<i>Коновалова Г. А.</i> Обчислювальний практикум (факультативний курс для учнів 10 класів природничо-математичного напрямку)	152
<i>Попова Л. К.</i> Прикладні задачі на екстремум (курс за вибором для учнів 11 класів математичного, фізико-математичного профілів і класів з поглибленим вивченням математики)	157
<i>Кугай Н. В., Зайка О. В.</i> Зображення та геометричні перетворення (курс за вибором для учнів 11 класів математичного та фізико-математичного профілів)	161

Смішко А. С. Застосування похідної до розв'язування задач (курс за вибором для учнів 11 класів математичного та інформаційно-технологічного профілів)	172
Романуха В. Б. Інтеграл та його застосування (курс за вибором для учнів 11 класів фізико-математичного профілю)	177
Бровко Г. В., Ковтун Л. Г., Козлова О. М., Новосельський М. А. Математичні моделі у фізиці (курс за вибором для учнів 11 класів фізичного профілю)	181
Канакіна Л. П. Фізична математика (курс за вибором для учнів 10–11 класів фізико-математичного профілю)	185
Бевз В. Г. Історія математики (курс за вибором для учнів 10–11 класів)	189
Бегерська А. В., Бойко Л. А. Побудова зображень просторових фігур (курс за вибором для учнів 10 класів технологічного профілю)	195
Громко Л. В. Обчислення в системах комп'ютерної алгебри (курс за вибором для учнів 11 класів інформаційно-технологічного, математичного, фізико-математичного профілів)	199

Суспільно-гуманітарний напрям

Грицик Т. А. Історія тригонометрії (курс за вибором для учнів 10 класів історичного, історико- філологічного, літературного, філософського профілів)	207
Франчук Т. І., Шевчук Н. В. Економіко-математичне моделювання (курс за вибором для учнів 10 класів економічного профілю)	215
Бегерська А. В., Бойко Л. А. Задачі лінійного програмування (курс за вибором для учнів 10 класів економічного та технологічного профілів)	223
Ліпчевський Л. В. Основи фінансової математики та математичної економіки (курс за вибором для учнів 10 або 11 класів економічного профілю)	227
Желтуха Т. В. Математика прибутків (курс за вибором для учнів 10–11 класів економічного профілю)	233
Ткач Ю. М. Задачі економічного змісту в математиці (курс за вибором для учнів 10–11 класів економічного профілю)	242
Сущук-Слюсаренко В. І. Комп'ютерна математика для економістів (курс за вибором для учнів 11 класів економічного профілю)	252

Універсальний профіль

Кравченко Н. Д. Раціональні функції (курс за вибором для учнів 10 класів)	275
Догару Г. Г. Рівняння в курсі алгебри (курс за вибором для учнів 10–11 класів)	281
Апостолова Г. В., Ліпчевський Л. В. Функції та алгебраїчні вирази на координатній площині (курс за вибором для учнів 10 класів загальноосвітніх навчальних закладів)	297
Лахтадир Л. І. Методи розв'язування задач з математики (факультативний курс для учнів 10–11 класів)	302
Апостолова Г. В., Прокопенко Н. С. Модуль числа (курс за вибором для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів)	308
Апостолова Г. В., Прокопенко Н. С. Розв'язування задач з параметрами (курс за вибором для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів)	314
Апостолова Г. В. Готуємося до ЗНО (курс за вибором для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів)	320
Веретільник О. П., Хабарова М. М., Шатило Г. І. Факультативний курс з геометрії для учнів 11 класів	331

Поглиблене вивчення математики

Апостолова Г. В. Ціла і дробова частини числа (курс за вибором для учнів 10 (11) класів)	337
Морозов О. В. Вища математика (курс за вибором для учнів 10–11 класів)	339
Цибко В. В. Введення у фрактальний аналіз (курс за вибором для учнів 11 класів з профільним і поглибленим вивченням математики)	355
Лиходєєва Г. В. Елементи стохастики (факультативний курс для учнів 11 класів)	362
Шаран О. В. Комплексні числа та їх застосування (факультативний курс для учнів 11 класів)	367

Навчальне видання

Серія «Факультативи та курси за вибором»

**Збірник програм з математики для допрофільної підготовки
та профільного навчання (у двох частинах)**

Частина II. Профільне навчання

Упорядники

ПРОКОПЕНКО Наталія Сергіївна

ВАШУЛЕНКО Ольга Петрівна

ЄРГІНА Оксана Володимирівна

Редактор *О. В. Костіна*. Технічний редактор *О. В. Сміян*

Код Т12872У. Підписано до друку 28.02.2011. Формат 60×90/16. Папір друкарський.

Гарнітура Шкільна. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 24.

ТОВ Видавництво «Ранок». Свідоцтво ДК № 3322 від 26.11.2008.

61071 Харків, вул. Кібальчича, 27, к. 135.

Адреса редакції: 61145 Харків, вул. Космічна, 21а.

Тел. (057) 719-48-65, тел./факс (057) 719-58-67.

Для листів: 61045 Харків, а/с 3355. E-mail: office@ranok.com.ua

З питань реалізації звертатися за тел.: у Харкові — (057) 712-91-44, 712-90-87;

Києві — (044) 599-14-53, 417-20-80; Білій Церкві — (04563) 6-90-92;

Вінниці — (0432) 55-61-10; Дніпропетровську — (056) 785-01-74; Донецьку — (062) 261-73-17;

Львові — (032) 244-14-36; Житомирі — (0412) 41-27-95, 41-83-29;

Івано-Франківську — (0342) 72-41-54; Кривому Розі — (056) 401-27-11;

Миколаєві — (0512) 35-40-39; Одесі — (048) 737-46-54;

Рівному — (0362) 26-34-20; Сімферополі — (0652) 54-21-38 ;

Хмельницькому — (0382) 706-316; Тернополі — (0352) 49-58-36 ;

Черкасах — (0472) 51-22-51, 36-72-14; Чернігові — (0462) 62-27-43

E-mail: commerce@ranok.com.ua.

«Книга поштою»: 61045 Харків, а/с 3355. Тел. (057) 717-74-55, (067) 546-53-73.

E-mail: pochta@ranok.com.ua

www.ranok.com.ua

Факультативи
та курси за вибором



ЗБІРНИК ПРОГРАМ

з математики складається з двох частин

Частина I містить програми:

- факультативних курсів для 5–9 класів
- факультативних курсів для 8–11 класів
- курсів за вибором для 8–9 класів
- факультативних курсів і курсів за вибором для класів з поглибленим вивченням математики
- спеціалізованих загальноосвітніх навчальних закладів

Частина II містить програми:

- для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів
- факультативів і курсів за вибором для класів:
 - природничо-математичного і технологічного напрямів
 - суспільно-гуманітарного напрямку
 - універсального профілю
 - з поглибленим вивченням математики

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК
www.ranok.com.ua

ISBN 978-617-540-100-2



9 786175 401002 >

Навчально-методична література видавництва «РАНОК»

УСІ КНИГИ ТУТ!

-  **КУПИТИ:** WWW.RANOK.COM.UA
-  **ЗАВАНТАЖИТИ:** WWW.E-RANOK.COM.UA
-  **ЗАМОВИТИ:** pochta@ranok.com.ua

безкоштовний каталог видань: (057) 717-74-55