

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
 Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка
 Київський національний університет імені Тараса Шевченка
 Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

1 тур

8 клас

1. Відмінниці Олесі задали додому обчислити суму двох звичайних нескоротних дробів $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ (не обов'язково правильних). Її однокласник Андрійко хворів і перепитав це завдання телефоном, але не так почув і записав, що треба додати такі два дроби $\frac{b}{a}$ і $\frac{d}{c}$. Коли він їх додав, то запитав у Олесі відповідь. Виявилось, що відповіді співпали. Чи правильно додав свої дроби Андрійко, якщо Олеся одержала від вчительки відмінну оцінку, а усі 4 дроби, що додавали Андрійко та Олеся, були попарно різними?

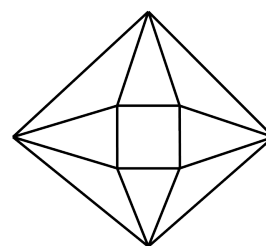
2. Знайдіть усі цілі числа n , які задовольняють рівність:

$$(n-1)(n-3)(n-5)\dots(n-2011) = n(n+2)(n+4)\dots(n+2010).$$

3. Числа a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 та b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 є перестановками чисел 1, 2, 3, 4, 5. Доведіть, що серед п'яти чисел $a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, a_4b_4, a_5b_5$ принаймні два мають однакову остачу при діленні на 5.

4.1. Нехай $ABCD$ – вписаний чотирикутник. Позначимо середини сторін AB, BC, CD та DA через M, L, N та K відповідно. Виявилось, що $\angle BMN = \angle MNC$. Доведіть, що $\angle DKL = \angle CLK$.

5.1. У селі 8 домів, між якими є доріжки, план яких зображений на рис.8. По кожній з цих доріжок дозволено рухатись лише в одному напрямі. Чи можна так установити напрямки руху по доріжках, щоб від будь-якого дома до будь-якого іншого дома можна було дістатись, пройшовши у дозволених напрямках не більше ніж по двох доріжках?



22 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
 Кожна задача оцінюється в 7 балів

Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,
 а також будь-якими електронними засобами забороняється
 Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені
 на сайті www.matholymp.org.ua