

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
 Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка  
 Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
 Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

1 тур

7 клас

1. Олеся записала натуральне число  $N$ . Після цього Андрійко записав одну шосту, одну п'яту, одну четверту, одну третю та одну другу від числа  $N$ . Виявилось, що сума усіх записаних чисел є цілим числом. Яке найменше число могла записати Олеся?

Відповідь обґрунтуйте.

2. До натурального числа  $N$  справа дописали дві різні ненульові цифри. Виявилось, що одержане число ділиться націло на  $N$ . При якому найбільшому  $N$  це можливо?

Відповідь обґрунтуйте.

3. а) Прямокутник  $ABCD$  розрізано на декілька квадратів, периметр кожного з яких дорівнює цілому числу сантиметрів. Чи обов'язково і периметр прямокутника  $ABCD$  також визначається цілим числом сантиметрів?

б) Квадрат  $ABCD$  розрізано на декілька квадратів, периметр кожного з яких дорівнює цілому числу сантиметрів. Чи обов'язково і периметр квадрата  $ABCD$  також визначається цілим числом сантиметрів?

Відповідь обґрунтуйте.

4. Назвемо контуром чотири відрізки довжини 1, які обмежують квадрат  $1 \times 1$ . Автомат за одну операцію може пофарбувати будь-який контур. Яку найменшу кількість операцій повинен зробити автомат, щоб пофарбувати усі зовнішні та внутрішні лінії сітки прямокутника  $2010 \times 2011$ ?

Контури, які фарбує автомат можуть мати спільні точки та відрізки, а також виходити за межі прямокутника.

Відповідь обґрунтуйте.

22 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 3 години  
 Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,  
 а також будь-якими електронними засобами забороняється**  
**Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені  
 на сайті [www.matholymp.org.ua](http://www.matholymp.org.ua)**